

EESTI KORRESPONDENTS-INSTITUUT

Kiri nr. 2.

Eesti Merekool.

GEOMEETRILINE JOONESTAMINE.

Koostanud dipl.
ins. M. Nõmmik.

Sirg- ja kõverjoonte omavaheline sujuv üleminek.

Sujuv üleminek on ladus, ilma murdeta, ilma nurkadeta.

Kõverjoone sujuv üleminek sirgjooneks ja ümberpöörduvalt esineb siis, kui sirgjoon ülemineku punktis on kõverjoonele riivajaks. Siis on ka kõveriku raadius ülemineku punktis perpendikulaarne sirgjoonele.

(Vaata joonist 18. jooniste lehel nr. 6).

Kaarte, samuti ka muutlike raadiustega kõverjoonte sujuval ühendamisel peavad ühenduspunktille suunatud raadiused asetsema ühisel sirgjoonel, nagu r_1 ja r_2 joonisel 18., ja ettekujutatav riivaja ühenduspunktis on ühiseks riivajaks mõlemale kõverjoonele selles punktis.

Ülesanded.

- (ABCD)
1) Ristküliku kaartega. joonisel 19) ülemised nurgad ümardada

Ümardamiskaarte raadiuseks võtta käesoleval juhul $1/5$ ristküliku laiusest BC.

Kuna ümardamiskaare tõmbamisel kaare keskpunkt peab asuma ühekaugusel nurga mõlemast küljest, siis on ülesande lahendamiseks vajalik mõlemad ümardamisele tulevad nurgad poolitada bissektriisiga, sest ainult bissektriisi peal on iga punkt ühekaugusel mõlemast nurga küljest, kusjuures kaugused mõõdetakse perpendikulaaridega.

Nurga poolitamine bissektriisiga sai läbi võetud I õppekirjas lehek. 9. ülesandes 3d).

Olles tõmmanud bissektriisid BO ja CO (ristkülikul 45° all külgedest), tuleb valida nende peal keskpunktid ümarduskaarte tõmbamiseks.

Ulesandes oli määratud kaare raadiuseks $1/5$ ristküliku laiusest. Jagage möödupuul abil ristküliku laius BC viieks osaks ja märkige see $1/5$ laiust nurga tippudest B ja C külgedele. Sel viisil saate punktid E, F, G ja H. Perpendikulaarid läbi nimetatud punktide annavad bissektrisside peal ühenduskaarte keskpunktid M ja N. Punktid G, E, F ja H on ühenduspunktideks kaarte ja sirgete vahel.

- 2) Kaks terava nurga all suunduvat sirgjoont AX ja BY (joon. 20.) ühendada omavahel sujuvalt kaartega, kusjuures kaartele ühenduspunktideks sirgega AX oleksid punktid K, M ja P.

Ulesande lahendamiseks pikendatakse antud sirgjooned AX ja BY kuni lõikumiseni punktis G. Saadud terav nurk ACB poolitatakse bissektrissiga.

Antud punktidest K, M ja P sirgjoonel AX tõmmatakse täisnurkse kolmnurga abil perpendikulaarid sirgjoonele AX kuni nende lõikumiseni bissektrissiga punktides O_1 , O_2 ja O_3 . Punktid O_1 , O_2 ja O_3 ongi ühenduskaarte keskpunktideks.

Kaarte ühenduspunktideks sirgjoonega BY on keskpunktidest O_1 , O_2 ja O_3 sirgjoonele BY tõmmatud perpendikulaaride lõikepunktid L, N ja R.

- 3) Kaks üksteist riivavat võrdset ringi ühendada kaartega ovaaliks. (Joonis 21.)

Läbi antud ringide keskpunktide O_1 ja O_2 tõmmatakse sirgjoon ja risti sellele ringide ühine riivaja XY.

Ühekaugusel riivamispunktist R möödetakse riivaja peale punktid M ja N. (Käesoleval juhul on kauguseks võetud ringi raadiuse pikkus.)

Punktidest M ja N veetakse sirgjooned läbi ringide keskpunktide O_1 ja O_2 kuni lõikumiseni ringidega punktides A, B, C ja D.

Kui nüüd sirkliga tõmmata punktidest M ja N kui keskpunktidest kaared AB ja CD, siis ongi ovaal valmis.

- 4) Kaks erinevate raadiustega ja üksteisest väljaspool asuvat ringi ühendada ovaaliks.

Läbi antud ringide keskpunktide O_1 ja O_2 (joon. 22.) tõmmatakse

g)
sirgjoon XX ja risti sellele läbi suurema ringi keskpunkti O_2 teine sirgjoon YY, mis lõikab ringi punktides p ja S.

Lõikepunktist P sissepoole möödetakse sirgjoonele väiksema ringi raadius r_1 ; saadakse $r_1 = PR$.

Punkt R ühendatakse sirgjoone abil väiksema ringi keskpunkti O_1 ja saadud joonlõigule RO_1 tõmmatakse keskristjoon.

Keskristjoone tõmbamine oli läbivõetud I õppekirjas lehek. 8. ülesandes 3 a).

Keskristjoon lõikab joont YY punktis T. Punktist T veetakse sirgjoon läbi väiksema ringi keskpunkti O_1 kuni lõikumiseni ringiga punktis M.

Punkt T ongi ühenduskaare MP keskpunktiks, sest esiteks, ta asub ühekaugusel punktidest M ja P, kui keskristjoonel asuv punkt joonlõigu O_1R otstest, ligiarvatud r_1 nii punkti M kui ka punkti P suunas. Teiseks, MT ja PT läbivad ringide sentreid (keskpunkte), - seega asuvad nad sujuva ühendamise tingimuste kohaselt ühisel sirgjoonel vastava ringi raadiusega, mis suunatud ühenduspunkti M või P.

Selleks, et joonestada teist ühenduskaart NS, tuleb kaugus TO_2 summeeriliselt mõõta teinepoole sentrite joont XX nii et $TO_2 = QO_2$ ja saadud punktist Q kui keskpunktist joonestada kaar NS.

5) Joonestada spiraal, kasutades kolme keskpunkti.

Antud keskpunktid 1, 2, 3 (joonis 23.) võetakse üksteisest ühekaugusel, näiteks 3 mm kaugusel. Selleks et välja mõõta ühekaugusel üksteisest kolm punkti, võetakse alguses soovitud kauguses üksteisest kaks punkti. Siis võetakse nende vahemaa sirkli haardeks ja tõmmatakse kummagist punktist kaar. Kaarte lõikumispunkt ongi kolmandaks punktiks.

Kolme keskpunktiga spiraali joonestamiseks veetakse esiteks abijooned X, Y ja Z joonisel 23. näidatud viisil läbi antud keskpunktide 1, 2, 3. Sirkli teravik asetatakse keskpunkti (2) ja veetakse kaar alates punktist (1) kuni abijooneni (Y). Siis tõstetakse sirkli teravik keskpunkti (3) ja jätkatakse kaart uuesti sobitatud raadiusega abijoonest (Y) kuni abijooneni (Z). Seejärel jällegi tõstetakse sirkli teravik uude keskpunkti (1) ja jätkatakse kaart sobitatud raadiusega abijoonest (Z) kuni abijooneni (X) jne.

- 16 -

Samal viisil, sirkli teraviku ümberasetamisega ja igakordse raadiuse sobitamisega on võimalik spiraale joonestada ka keskpunktide teise arvu juures.

Reegliparased kõverjooned.

Kõige harilikum reegliparane kõverjoon tasapinnal on ring. Ring kujutab enesest niisugust kinnist kõverjoont, millel kõik punktid on ühekaugusel tema keskpunktist (sentrlist).

Peale ringi on veel palju teisi reegliparaseid kõverjooni, millest siin on toodud mõned.

E l l i p s .

Ellips on kinnine kõverjoon, millel iga punkti kauguste summa kahest tulipunktist (fookusest) võrdub ellipsi pika teljega.

Joonisel 24. joonistelehe nr. 7 peal on kujutatud ellips.

AB on ellipsi pikk-telg;
CD on ellipsi lühike-telg.

Ellipsi teljed on üksteisele risti ja poolitavad üksteist.

Punktid F_1 ja F_2 on ellipsi tulipunktid (fookused).

Reegli kohaselt peab iga ellipsi punkti kauguste summa, seega ka punkti P kauguste summa tulipunktide F_1 ja F_2 võrduma pika teljega AB.

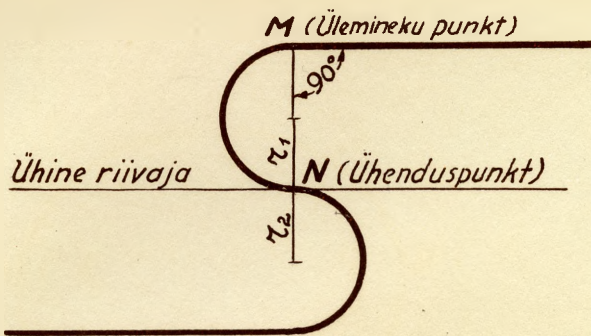
$$\begin{aligned} PF_1 + PF_2 &= AB \\ \text{samuti } CF_1 + CF_2 &= AB \\ CF_1 - CF_2 = \frac{AB}{2} &= AO = OB \end{aligned}$$

Ülesanded.

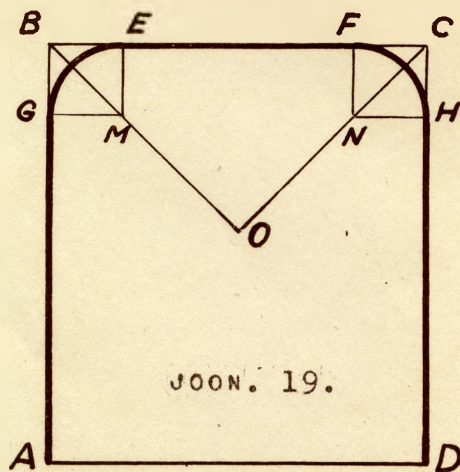
1) Joonestada ellips antud telgedel.

Antud on pikk-telg a ja lühike-telg b.

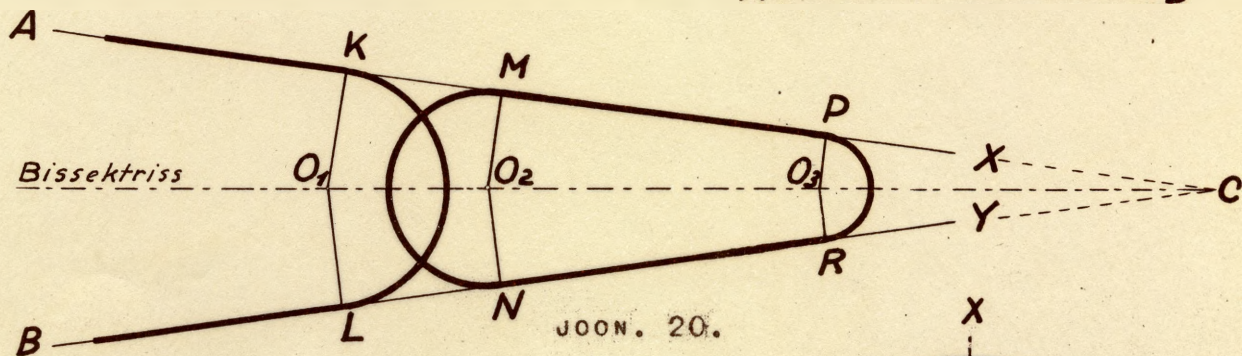
Ülesande lahendamiseks tõmmatakse kaks üksteisele risti sirget joont ja möödetakse ristumispunktist O ühele neist pika telje poolde ja teisele - lühikese telje poolde. (Joonis 25.)



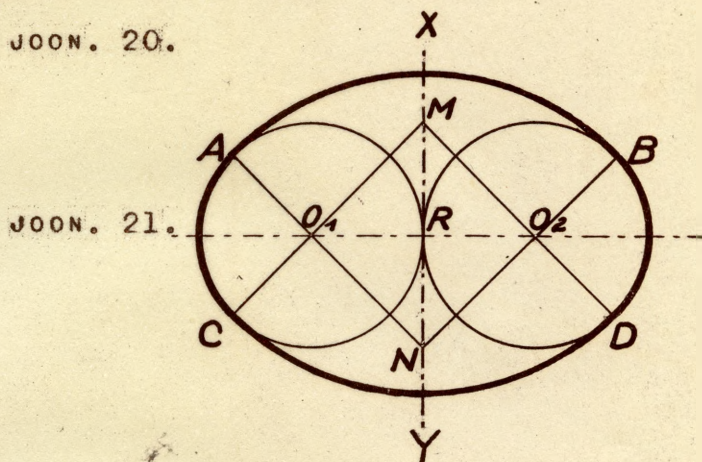
JOON. 18.



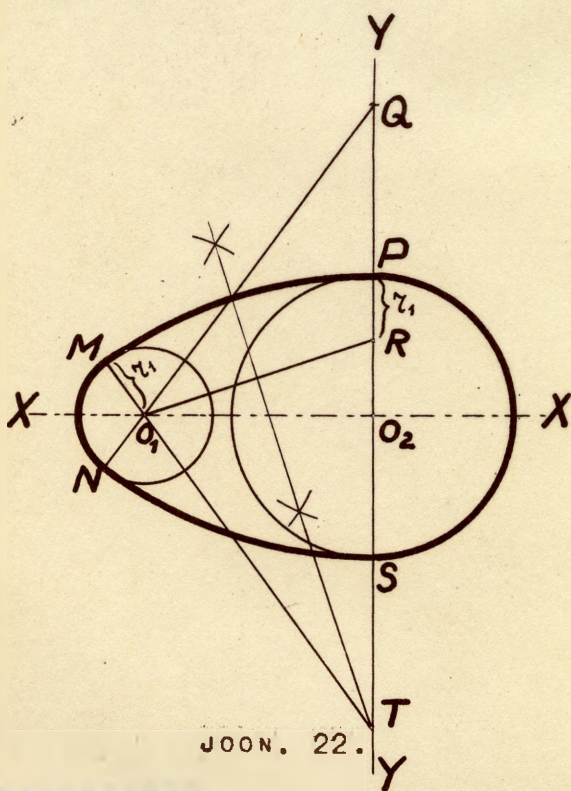
JOON. 19.



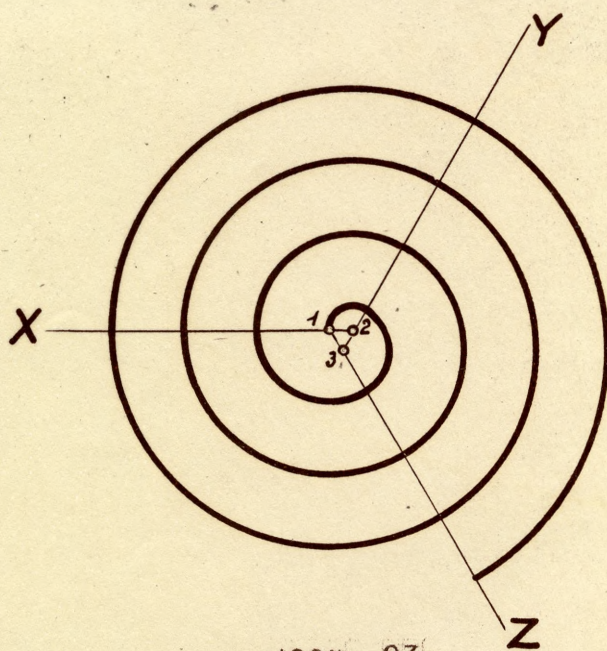
JOON. 20.



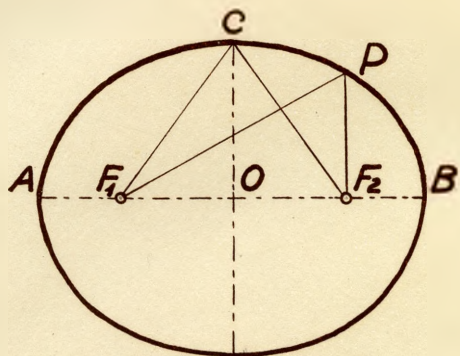
JOON. 21.



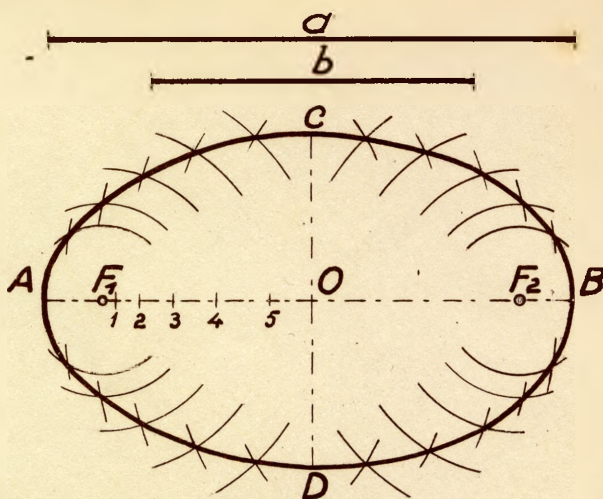
JOON. 22.



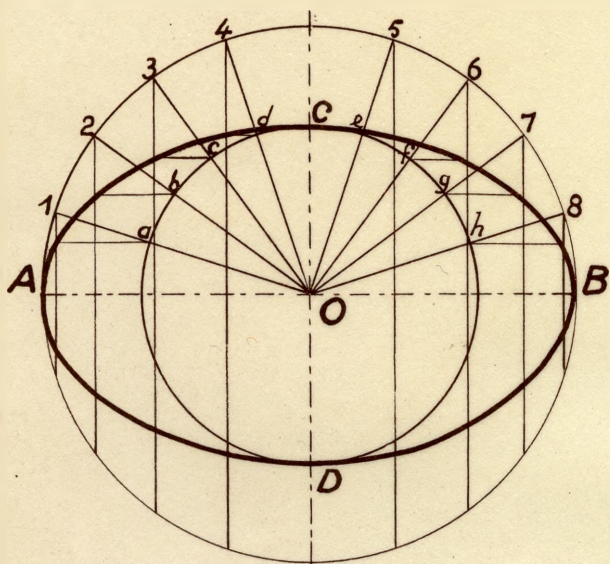
JOON. 23.



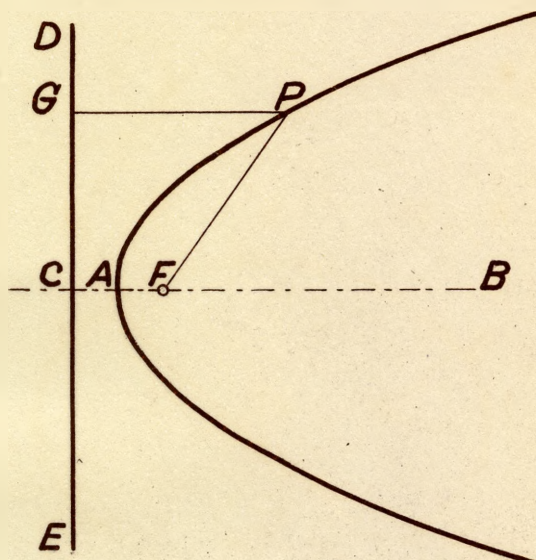
JOON. 24.



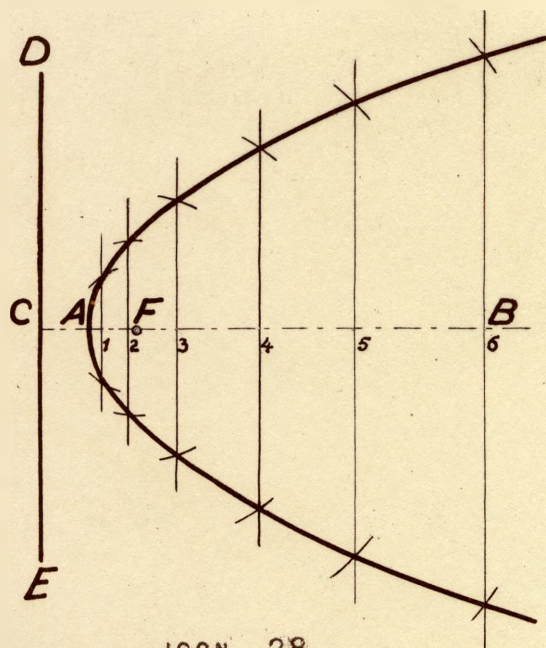
JOON. 25.



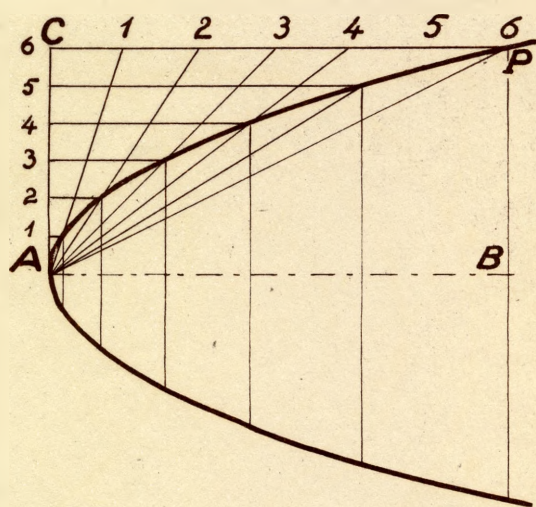
JOON. 26.



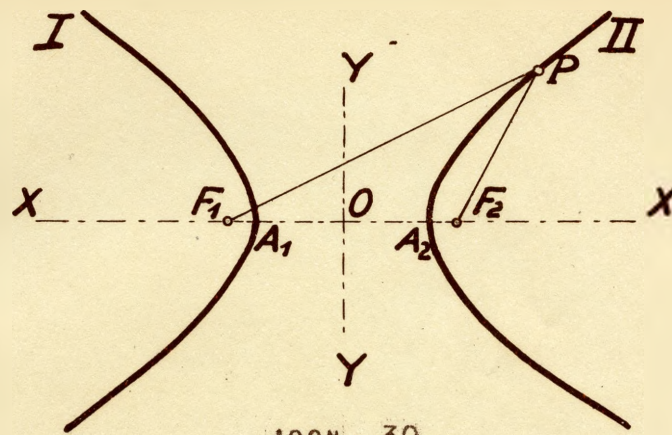
JOON. 27.



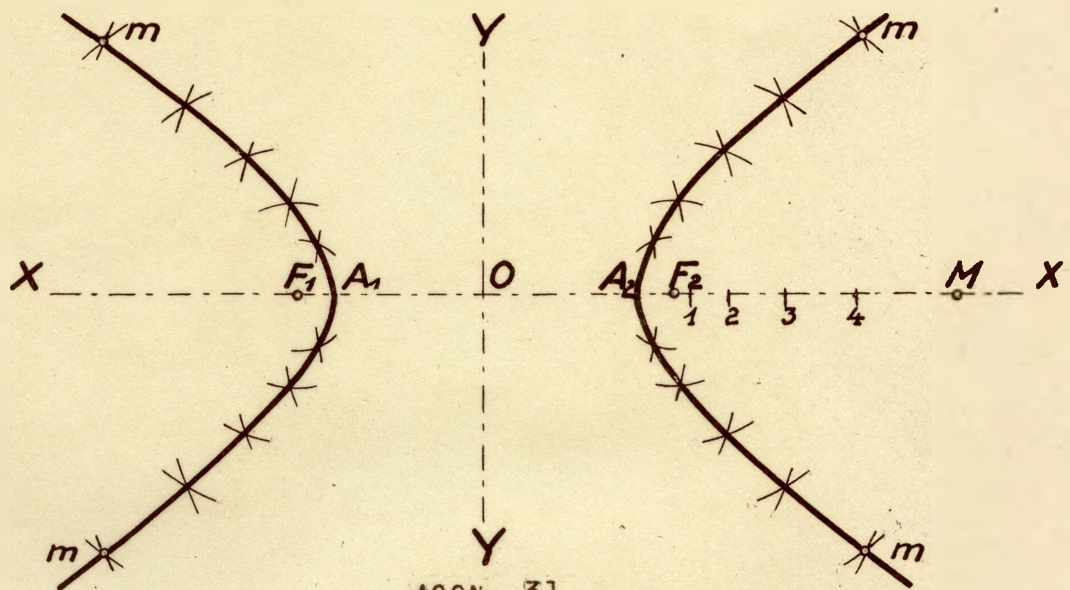
JOON. 28.



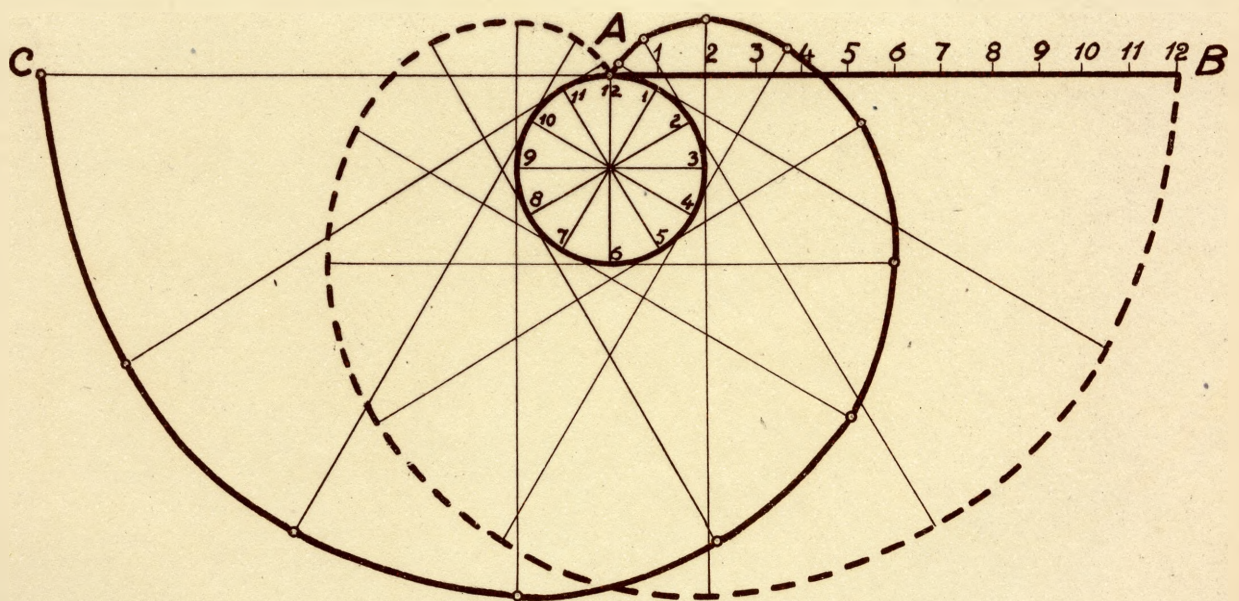
JOON. 29.



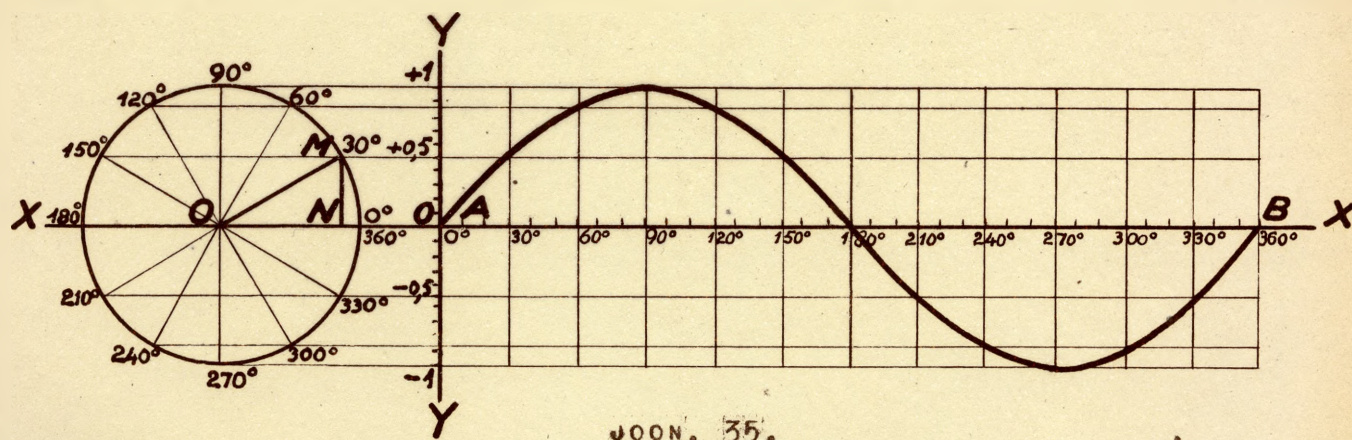
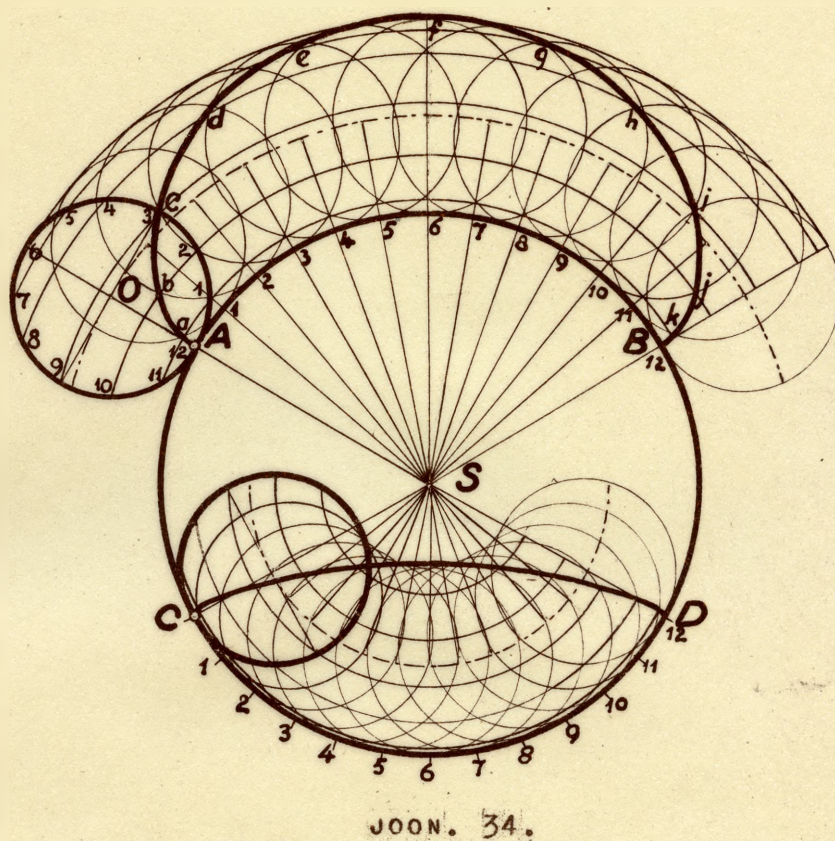
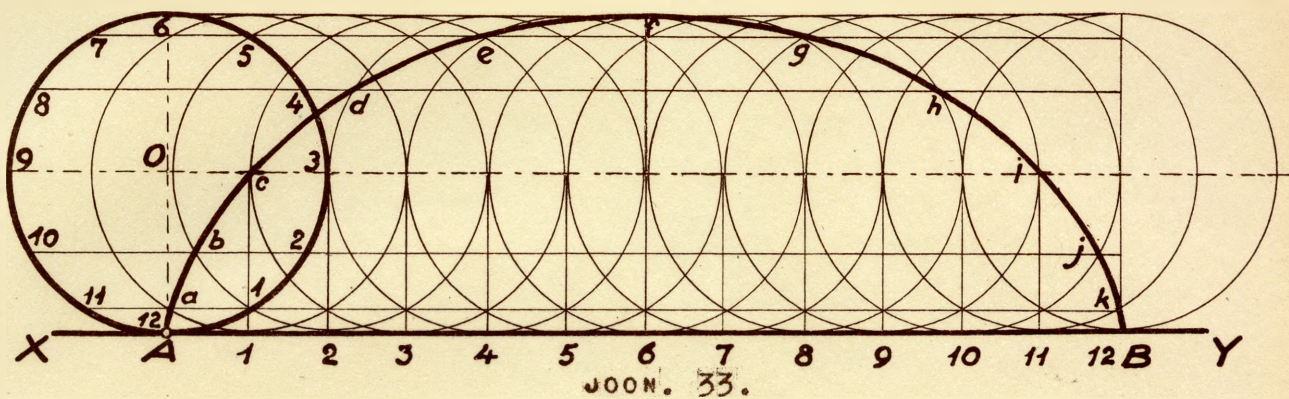
JOON. 30.



JOON. 31.



JOON. 32.



Pika telje pool AO võetakse sirkli haardeks ja tõmmatakse punktist C kui keskpunktist kaar, mis lõikab pikka telge punktides F_1 ja F_2 .

Siis $CF_1 - CF_2 = AO$ ehituse järi

ja punkti C kauguste summa punktidest F_1 ja F_2 võrdub pika teljega; järelikult punktid F_1 ja F_2 on konstrueeritava ellipsi tulipunktideks.

Telgede otsad A , C , B ja D asuvad iseenesestmõista ellipsil. Kuid selleks et joonestada ellipsit, on vaja leida palju tema punkte järjestikku mõlemil pool telgedest. Mida rohkem, seda parem. Tõmmates siis lekaalide abil sujuva joone läbi leitud ellipsi punktide - kujundatakse otsitav ellips.

Rohkema arvu ellipsi punktide leidmiseks talitatakse järgmiselt:

Paremale poole tulipunktist F_1 võetakse pika telje peal vabalt rida kaugenevaid punkte 1, 2, 3, 4, 5, kusjuures alguses nende vahe-
maa olgu väike, sest siis saab ellipsi punkte ka tippude A ja B läheduses.

Iga märgitud punkt jaotab pika telje kaheks eripikkusega osaks.

Punkt 1 jaotab, näiteks, pika telje osadeks $A1$ ja $1B$.

Punkt 2 jaotab pika telje osadeks $A2$ ja $2B$ jne.

Võetagu siis alguses pika telje esimese osa pikkus $A1$ sirkli haardeks ja veetagu sellega kaar tulipunktist F_1 ja järgmisena pika telje teise osa pikkus $1B$ sirkli haardeks ja veetagu sellega vastu-kaar tulipunktist F_2 .

Kaarte lõikumispunktid kuuluvad ellipsile, sest nad vastavad ellipsi reeglile: Punkti kauguste summa kahest tulipunktist võrdub pika telje pikkusega.

Kuna ellipsi mõlemad osad on sümmeetrilised, siis võib samu sirkli haardeid kasutada iga kord ka ellipsi teisel poolel.

Ellips ei ühtu ringiga, sellepärast ei saa tema punkte ühendada sirkli abil.

Tuleb valida kohased lekaalid ja sobitada nii otsemise, kui keskmise ellipsi osa jaoks tema punktidega ühtuvad lekaali kohad, nagu oli seletatud I-se õppekirja juhistes, leheküljel 5. punktis 9., ja tõmmata siis alguses õrnalt pliitsiga ja pärast puhtalt tš-
is joonsulega lekaali najal ellipsi osad, sujuvalt jätkates neid.

2) Teine viis konstrueerida ellipsit antud telgedel AB ja CD on järgmine: (vaata joon. 26.)

Tõmmatakse keskpunktist O esimene ring raadiusega AO ja teine ring raadiusega CO.

Esimese ringi diameeter võrdub siis ellipsi pika teljega ja teise ringi diameeter võrdub ellipsi lühikese teljega.

Punktist O veetakse vaba arv raadiusi suurema ringini punktidesse 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Neist punktidest tõmmatakse ristjooned pikale teljele.

Vähema ringi vastavatest punktidest a, b, c, d, e, f, g, h aga veetakse omakorda ristjooned esimestele ristjoontele, mis olid tõmmatud suurema ringi punktidest pika teljele. Lõikumispunktid asuvad ellipsil.

Sel viisil saavutatakse rida ellipsi punkte ülalpool pikka telge, mida möötmise teel sümmeetriliselt võib üle kanda alumisele poolele.

P a r a b o o l.

Parabool on lahtine kõverjoon tasapinnal, mille iga punkti kaugused tulipunktist ja juhtjoonest on võrdsed.

Joonisel 27. kujutatud kõverjoon on parabool. Sirgjoon DE on parabooli juhtjoon. Sirgjoon CB on parabooli telg. Punkt A nimetatakse parabooli tipuks.

Reegli kohaselt mingi vabalt võetud punkt P parabooli peal peab asuma võrdses kauguses nii juhtjoonest DE kui ka tulipunktist F.

Punkti P kaugus juhtjoonest DE mõõdetakse perpendikulaari PG pikkusega.

Järelikult $PG = PF$.

Samuti parabooli tipp A asub võrdses kauguses juhtjoonest ja fookusest; seega $AC = AF$.

- 19 -

Ulesanded.

1) Joonestada parabool, kui on antud tema tulipunkti ja juhtjoone asukohad.

Antud on juhtjoon DE ja tulipunkt F (joonis 28.).

Läbi tulipunkti F tõmmatakse juhtjoonele ristjoon. Sel viisil saadakse parabooli telg CB.

Parabooli tipp A leitakse vahemaa CF poolitamisel.

Rohkema arvu parabooli punktide leidmiseks veetakse paremal pool tippu A rida ristjooni parabooli teljele läbi vabalt valitud punktide 1, 2, 3, 4, 5, 6 jne., kusjuures alguses nende punktide vahemaa olgu väike, et saada parabooli punkte ka tipu A läheduses.

Kaugus C1 võetakse sirgli haardeks ja tulipunktist kui keskpunktist lõigatakse sellega esimest ristjoont nii ülal- kui allpool telge.

Need lõikepunktid on parabooli punktid esimesel ristjoonel, sest kõik punktid ristjoonel läbi punkti 1 on ju ühekaugusel juhtjoonest ja nimelt kauguses C1 ja sama kaugusel on lõikepunktid tulipunktist.

Seejärel võetakse kaugus C2 sirgli haardeks ja lõigatakse sellega tulipunktist kui keskpunktist teist ristjoont; sel viisil saadakse parabooli punktid teisel ristjoonel.

Järgmisena võetakse kaugus C3 sirgli haardeks ja lõigatakse sellega tulipunktist kolmandat ristjoont; saadakse parabooli punktid kolmandal ristjoonel.

Nii edasi talitades saadakse mõlemal pool telge rida parabooli punkte, mida sujuvalt ühendades lekaalide abil, kujundatakse parabool.

Parabooli harud võivad kulgeda lõpmatuseni.

2) Konstrueerida parabool, kui antud on parabooli telg, tipp A ja veel üks punkt P parabooli peal. (Joonis 29.)

Ulesande lahendamiseks tõmmatakse läbi tipu A parabooli teljele ristjoon ja läbi antud punkti P tõmmatakse parabooli teljega paralleelne joon PC.

- 20 -

Nii AC kui CP jaotatakse möödupuuga ühesuguseks arvuks võrdseks osadeks. (Joonisel 29. on need jagatud kummagi 6 võrdseks osaks).

Parabooli tipp A ühendatakse sirgjoonega iga jaotuspunktiga joonel CP. Saadakse jooned A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 , A_6 .

Läbi jaotuspunktide joonel AC aga veetakse perpendikulaarselt joonele AC sirgjooned kuni lõikumiseni eelmistega. Nimelt:

läbi punkti 1 - kuni lõikumiseni joonega A_1 ;
läbi punkti 2 - kuni lõikumiseni joonega A_2 jne.

Lõikepunktid ongi konstrueeritava parabooli punktideks, mida sümmeetriliselt võib ülekanda möötmise teel teinepoole telge parabooli teise haru kujundamiseks.

Läbi saadud parabooli punktide joonestatakse lekaalide abil parabool.

H ü p e r b o o l.

Hüperbool on sümmeetriline kaksikjoon tasapinnal, mille iga punkti kauguste vahe tulipunktidest võrdub hüperbooli tippude vahemaaga.

Joonisel 30. jooniste lehel nr. 8 on kujutatud hüperbool. Ta koosneb kahest lahtisest kõverjoonest I ja II.

Punktid A ja A_2 nimetatakse hüperbooli tippudeks. Punktid F_1 ja F_2 on hüperbooli tulipunktid.

Telg XX on hüperbooli pikitelg;
telg YY on hüperbooli pöikitelg.

Teljed on risti üksteisele ja pöikitelg poolitab hüperbooli tippude vahemaad keskpunktis O .

Reegli järgi hüperbooli mingi punkti P kauguste vahe tulipunktidest F_1 ja F_2 võrdub tippude vahemaaga. Järelikult

$$PF_1 - PF_2 = A_1A_2$$

$$\text{samuti } A_1F_2 - AF_1 = A_1A_2$$

- 21 -

Ulesanne.

Joonestada hüperbool, kui on antud pikitelg, hüperbooli tipud ja tulipunktid.

Joonisel 31. on märgitud tulipunktid F_1 ja F_2 , hüperbooli tipud A_1 ja A_2 ja pikitelg XX .

Hüperbooli joonestamise viis on hüperbooli reeglist välja minnes järgmine:

Mingi vabalt võetud punkti M pikitelje peal kauguste vahe pikitelje tipust A_1 ja A_2 on hüperbooli tippude vahemaa. Võetagu siis esiteks kaugus MA_1 sirkli haardeks ja tõmmatagu kaar ühest tulipunktist. Seejärel võetagu kaugus MA_2 sirkli haardeks ja tõmmatagu vastukaar teisest tulipunktist.

Kaarte lõikepunktid m ongi hüperbooli punktid, sest nad vastavad hüperbooli reeglile ja nimelt: punkti kauguste vahe tulipunktidest võrdub tippude vahemaaga.

Selleks, et saada rohkem hüperbooli punkte, võetagu pikiteljel paremalpool tulipunkti F_2 vabalt rida punkte 1, 2, 3, 4 jne., esimesed lähemale üksteisele, järgmised pikema vahemaaga.

Nende punktide kaugused ühest ja teisest hüperbooli tipust võetagu sirkli haardeks ja veetagu kaared mõlemist tulipunktist. Kaarte lõikumispunktid kuuluvad hüperboolile.

Läbi sel viisil saadud hüperbooli punktide veetakse lekaalide abil hüperbooli pooled, mis kujutavad endast sümmeetrilist kaksikjoont.

Hüperbooli harud võivad kulgeda lõpmatuseni.

E v o l v e n t.

Evolvent on kõverjoon, mida kujundab sirgjoone punkt sirgjoone veerlemisel ilma libisemiseta mööda paigalseisvat ringi.

Joonisel 32. sirgjoon AB veerleb mööda paigalseisvat ringi ja sirgjoone punkt A joonestab seejuures õhus evolvendi AC .

Evolvendi joonestamiseks jagatakse antud ring vaba arvuga võrdseteks osadeks, näiteks 12 võrdseks osaks.

Jagamist saab teha kas malliga, võttes iga osa 30° , või sirkliga, tõmmates alguses ristteljed ja möötes siis sirkliga ringi raadiusse pikkuse iga telje otsast ringi peal mõlemale poole, nagu seda tehti täisnurga kolmeks jaotamisel esimese õppekirja ülesandes 3e) leheküljel 9.

Järgmisena arvutatakse antud ringi pikkuse.

Ringi pikkus võrdub $22/7$ korda ringi diameeter ehk kümnendikmurdudes $3,14$ korda diameeter.

Igaüks võtku möödupuuga oma valitud ringi diameetri mööt ja tehku arvutus.

Arvutatud ringi pikkus möödetakse mööda ringi veerlevale sirgjoonele, alates punktist A. Saadakse joon AB, mis omakord jaotakse sama arvuga võrdseteks osadeks, nagu oli jaotatud antud ring; käesoleval juhul kaheteistkümneks võrdseks osaks.

On selge, et iga ringi osa sirgeks tõmmatud kujul võrdub lõiguga joonel AB, sest sirgjoon AB on ju sirgeks tõmmatud ringi pikkus arvutuse järgi.

Kui nüüd sirgjoon AB veerleb ilma libisemiseta mööda paigalseisvat ringi, siis tema punktid 1, 2, 3, 4 12 tulevad järgimööda kokkupuutumisele vastavate punktidega 1, 2, 3 jne. ringi peal ja igas ringi punktis on veerlev sirgjoon perpendikulaarne ringi samasse punktisse suunatud raadiusele ja on riivajaks seal.

Veetakse raadiused kõigisse kaheteistkümnesse ringi jaotuspunktisse ja tõmmatakse neile ristjooned. Sel viisil saadakse veerlev sirgjoon kaheteistkümnese asendis.

Sirgjoone AB veerlemisel mööda paigalseisvat ringi joonestab tema punkt A evolvendi.

Selle evolvendi punktid leitakse punkti A väljamöötmisel igas uues veerleva sirgjoone asendis.

- Asendis 1) on punkt A eemal riivamispunktist 1 ühe jaotuslõigu võrra veerleva sirgjoone peal.
- Asendis 2) on punkt A eemal riivamispunktist 2 kahe jaotuslõigu võrra veerleva sirgjoone peal.
- Asendis 3) on punkt A eemal riivamispunktist 3 kolme jaotuslõigu võrra veerleva sirgjoone peal jne. Joonisel 32. on punkti A iga uus asukoht näidatud ringikesega.

Neid punkti A asukohti ära märkides ja läbi nende lekaalide abil sobiva joone tõmmates kujundatakse evolvent AC.

Samal ajal, kui punkt A kujundab evolventi AC, joonestab sirgjoone AB teine otspunkt, nimelt punkt B evolventi BA. (Joonisel 32. näidatud kriipsjoonega).

Evolventi kujundab samuti ka ümber paigalseisva ketta perifeeria keritud nööri otspunkt, kui nööri pingul hoides kettalt lahti kerida.

T s ü k l o i d.

Tsükloid on kõverjoon, mida kujudab ketta punkt ketta veeremisel mööda sirgjoont.

Igal veeremise tiirul joonestab ketta punkt ühe tsükli.

Antud ketas veereb mööda sirgjoont XY. (Vaata joonist 33. Jooniste lehel nr. 9).

Tsükloidi joonestamiseks jagatakse ketta ring vaba arvuga võrdseteks osadeks, näiteks 12 võrdseks osaks. Jagamise võtmed olid selgitatud eelmises, nimelt evolventi joonestamise kirjelduses.

Samuti nagu seal, arvutatakse ringi pikkus ja möödetakse see pikkus sirgjoonele, alates punktist A. Ringi pikkus sirgjoonel AB jagatakse samuti 12 võrdseks osaks.

Igast sirgjoone jaotuspunktist tõmmatakse ristjoon. Läbi ringi jaotuspunktide veetakse paralleeljooned sirgjoonele XY.

Ketas joonestatakse ringina igas kaheteistkümnes uues asendis sirgjoone peal.

- Kui ketas veeredes sirgjoonel jõuab asendisse 1 ja ketta jaotus punkt 1 on liitunud punktiga 1 sirgjoonel, siis punkt A on tõusnud punkti a.
- Kui ketas veeremisel on jõudnud asendisse 2 ja ketta jaotus punkt 2 on liitunud punktiga 2 sirgjoonel, siis punkt A on tõusnud punktisse b.
- Kui ketas edasi veeredes on jõudnud asendisse 3 ja ketta jaotuspunkt 3 on liitunud punktiga 3 sirgjoonel, siis punkt A on tõusnud punktisse c jne.

- 24 -

Ule poole maa ära veeredes, punkt A hakkab vajuma ja jõuab lõpuks ketta ühe terve tiiru järel sirgjoone XY peale tagasi.

Ühendades saadud punkte lekaalide abil, kujundatakse tsükloid.

Epitsükloid ja hüpotsükloid.

Kui ketas veereb mööda ringi väljaspool viimast, siis kujundab ketta punkt omal liikumisel kõverjoone, mida nimetatakse epitsükloidiks.

(Joonisel 34. ülemine kõverjoon AB.)

Veereb aga ketas mööda ringi seespool teda, siis kujundab ketta punkt omal liikumisel kõverjoone, mida nimetatakse hüpotsükloidiks. (Joonise 34. alumises osas kõverjoon CD).

Kui veerev ketas on poole väiksema diameetriga, kui ring, millel ta veereb, siis ühel tiirul ta jõuab ainult poole ringi pikkuseni veereda.

Võttes veereva ketta diameetriks, näiteks, $1/3$ ringi diameetrist, katab ketas ühel tiirul $1/3$ ringist, see on 120° . Sel korral epitsükloidi joonestamiseks jagatakse ringi peal need 120° malli abil võrdseteks osadeks, näiteks 12 võrdseks osaks, igaüks 10° , ja ringi sentrist S veetakse sirgjooned läbi jaotuspunktide 1, 2, 3, 4, 11, 12.

Ringi sentrist S joonestatakse sirkliga läbi ketta sentri O kaar, mis kujutab enesest ketta sentri liikumise joont ketta veeremisel ringi peal. Joonestatakse sirkliga kõik 12 ketta uut asendit.

Läbi ketta sentri O tõmmatakse ristjoon sirgjoonele SO ja jagatakse ketta perifeeria ring samuti 12 võrdseks osaks. Läbi saadud jaotuspunktide ketta perifeerial veetakse keskpunktist S sirkli abil kaared, mis võimaldavad siis kindlaks määrata ketta punkti A teekonda ketta veeremisel:

- Nimelt, kui ketas on jõudnud veeremisel asendisse 1 ja ketta jaotuspunkt 1 on liitunud punktiga 1 paigalseisva ringi peal, siis ketta punkt A on tulnud punktisse a.
- Kui ketas on jõudnud asendisse 2 ja ketta jaotuspunkt 2 on liitunud punktiga 2 paigalseisva ringi peal, siis punkt A on tulnud punktisse b jne.

Saadud punkte lekaalide abil ühendades, kujundatakse epitsükloid AB.

Hüpotsükloidi konstrueerimine teostatakse samade võtetega, mida kasutati epitsükloidi konstrueerimisel; ainult ketas tuleb asetada ringi sisse veerema, mille tõttu hüpotsükloid kulgeb ringi sees. (Vaata joonise 34. alumist osa.)

S i n u s o i d.

Siinus on matemaatiline väljend trigonomeetriast. Joonisel 35. sirgjoone MN suhe raadiusega MO on nurga MON siinus,

Kui ring on joonestatud raadiusega, mille pikkuseks on 1 pikkusühik, siis siinus väljendub joonisel vertikaalse joonlõiguna nurga külje lõikumispunkti ringiga kuni horisontaalse diameetrini.

Nurga siinus muutub ühes nurgaga piirides + 1 kuni - 1.

Näiteks:	$\sin 0^\circ = 0$	$\sin 210^\circ = -0,5$
	$\sin 30^\circ = 0,5$	$\sin 240^\circ = -0,866$
	$\sin 60^\circ = 0,866$	$\sin 270^\circ = -1$
	$\sin 90^\circ = 1$	$\sin 300^\circ = -0,866$
	$\sin 120^\circ = 0,866$	$\sin 330^\circ = -0,5$
	$\sin 150^\circ = 0,5$	$\sin 360^\circ = 0$
	$\sin 180^\circ = 0$	

Selleks, et joonestada sinusoidi, tõmmatakse läbi ringi keskpunkti O horisontaalne telg XX ja märgitakse sellele vabalt valitud maastaabis nurga suurused 0° kuni 360° . Läbi saadud märkimispunkti de teljel XX püstitakse teljele XX ristjooned (vertikaalid).

Läbi ringi vastavate nurgakraadide jaotuste tõmmatakse teljele XX paralleelsed jooned. Nende horisontaalsete joonte lõikumispunktid vastavate vertikaalidega teljelt XX asuvad sinusoidil.

Ühendades neid lõikumispunkte lekaalide abil, saadakse sujuv diagramm AB, niinimetatud sinusoid, mis näitab nurga siinuse muutumist nurga muutmisel 0° kuni 360° ja sellelt diagrammilt saab välja mõõta igasuguse nurga siinuse 0° ja 360° vahel.

Uldmärkus. Teises õppekirjas läbivõetud "Sirg- ja kõverjoonte omavahelisest sujuvast üleminekust" ja "Reeglipärastest kõverjoontest" tuleb õpilastel esitada instituudile järgmised joonised tušis:

- 26 -

- 1) Täisnurkade ümardamine. (Joon. 19.)
- 2) Teravnurga ümardamine. (Joon. 20.)
- 3) Ovaal. (Joon. 21.)
- 4) Munakujuline ovaal. (Joon. 22.)
- 5) Spiraal. (Joon. 23.)
- 6) Ellips. (Joon. 25.)
- 7) Parabool. (Joon. 28.)
- 8) Hüperbool. (Joon. 31.)
- 9) Evolvent. (Joon. 32.)
- 10) Tsükloid. (Joon. 33.)
- 11) Epitsükloid. (Joon. 34.) või selle asemel hüpotsükloid.
- 12) Sinusoid. (Joon. 35.)

Joonised paigutada, nii kuidas keegi soovib, kas kolmele või neljale lehele formaadis A4 pikema küljega horisontaalselt. Iga jooniste leht varuda kirjanurga ja tükitabeliga normikirjas.