

Põhikooli matemaatika 2014. aasta lõpueksami tulemuste analüüs

Kalle Velsker
Tartu Ülikooli emeriitdtsent

Eksamitöö ülesanded

Põhikooli matemaatika lõpueksamil tuli õpilastel lahendada kuus ülesannet, millest esimesed viis olid kohustuslikud ja üks ülesanne tuli valida oma soovi järgi (kas 6. või 7. ülesanne). Kohustuslike ülesannete eest võis saada maksimaalset 8 punkti, valikülesannete eest 10 punkti.

Järgnevalt on analüüsitud iga eksamiülesannet eraldi ning seejärel on esitatud hinnang eksamitööle kui tervikule ja hindamisjuhendile.

Ülesanne 1

Esimese ülesande lahendamiseks vajalikud teadmised ja oskused vastasid ainekavale ja nõutavatele õpitulemustele. Kuigi ülesande lahenduskäik oli suhteliselt lühike, nõudis see siiski mitmesuguseid teadmisi ja oskusi. Näiteks pidi teadma summa ja vahe ruudu valemeid, ruutude vahe valemit, astme mõistet (ka negatiivse astendajaga astme mõistet) ning oskama sooritada tehteid algebraliste murdudega ja teisendada hulkliikmeid. Lisaks tuli olla lahutamisel tähelepanelik tehtemärkidega. Ülesanne sobis eksamitöö esimeseks ülesandeks oma suhtelise lihtsuse ja lahenduse lühiduse tõttu, sest õpilasele mõjub edu esimese ülesande lahendamisel positiivselt. See omakorda arendab ja peegeldab nii enesemääratluspädevust kui ka õpi-, matemaatika- ja ettevõtlikkuspädevust.

Probleem on aga selles, et esimese ülesandega on aastate jooksul mingil määral rutiini laskutud. Seda peegeldavad osaliselt ka 150 õpetaja vastused küsimustele põhikooli matemaatika lõpueksami kohta. Kui paluti nimetada kolm kõige lihtsamat ülesannet, oli 90 õpetaja vastuste hulgas ka esimene ülesanne. Sagedamini nimetati põhjusena ülesande traditsioonilisust. Sisuliselt tähendab see, et ülesandeks on ikka algebraliste murdude liitmine või lahutamine ning neljal viimasel aastal (varasemaid ei analüüsitud) kolme abivalemi (summa ja vahe ruudu ning ruutude vahe valemid) kasutamist nõudvad avaldised. Vähemalt neljal viimasel aastal ei ole algebraliste avaldiste lihtsustamisel olnud tarvis osata korrutada kahte hulkliiget ega isegi kahte abivalemitele mittealluvat kaksliiget. See ei ole hea, sest tundes erijuhte (abivalemeid) ei tunta sageli vastavat üldjuhtu, mille abil saab kohe tuletada ka erijuhud, kui need on ununenud. Tihti leidub õpilasi, kes näiteks kirjutavad küll õigesti, et $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$, aga edasi kirjutavad tulemuseks ilmselt valemi $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ eeskujul $a^2 + b^2$. Nüüd, mil õpilased ei pea teadma kuupide summa ja vahe valemeid, oleks hea panna ülesandesse näiteks korrutis $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$, mille tulemus $a^3 + b^3$ võiks pärast osaliselt või täielikult koonduda või siis taanduda. Pealegi nõuab hulkliikmete korrutamine tavaliselt ka tehete tundmist astmetega. Nii suunaks eksam ka õpetajat üldisemate tõdede rõhutamisele ja selle kaudu õpilaste arutlemisoskuse arendamisele.

Kuigi enamik õpetajatest (60% vastanutest) pidas esimest ülesannet kergeks, oli see paigutatud 15 korral (10% vastanutest) kolme kõige raskema ülesande sekka. Põhiliselt toodi välja kolm põhjust: algebraliste murdude lahutamine on alati raske (sagedaim põhjus), märkide muutmine tekitab vigu (arvatavasti eelmise põhjuse teine sõnastus) ja negatiivse astendaja esinemine ülesandes.

Ülesanne 2

Teine ülesanne vastas igati ainekavale ja oodatavatele õpitulemustele. Ülesande lahendamine peegeldas õpilaste õpi-, suhtlus-, matemaatika- ja ettevõtlikkuspädevust.

Selle ülesande paigutasid õpetajad lihtsamate ülesannete sekka, koguni 97 korral (64,7% vastanutest). Domineerisid kaks põhjendust: ülesanne oli traditsiooniline, tavapärane, harjumuspärane ja ülesanne oli konkreetne, tekst arusaadav. Traditsioonilisus ei olnud siin negatiivse varjundiga, sest ruutfunktsioon on koolis väga tähtis, selle graafikut ja omadusi peab hästi tundma ning oskama leida vajalikke suurusi. See kõik kajastus ka ülesandes. Puudus vaid küsimus argumenti väärtuse järgi graafikult funktsiooni väärtuse leidmise kohta või ette antud funktsiooni väärtuse järgi argumenti väärtuse leidmine. Analüüsi kirjutaja kujutab ideaalis ette, et õpilane julgeb jooniselt leitud tulemuse vastusena esitada ka siis, kui tulemuseks on segaarv murdosaga $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$. Vastus tuleks seejuures lugeda õigeaks teatud vea, näiteks 0,5 või $\frac{3}{4}$ korral.

Raskete ülesannete seas märkisid õpetajad teist ülesannet 8 korda (5,3% vastanutest). Põhjendused üldjuhul puudusid.

Nagu eespool öeldud, peab õpilane hästi tundma ruutfunktsiooni ja selle graafikut – parabooli, mis on lõputu joon. Seetõttu on tähtis, et õpilane joonestaks põhikoolis parabooli ette antud piirkonnas ka veidi üle piirkonna otste, nagu näidati hindamisjuhendis. Nii kinnistub teadmine, et parabool on lõputu joon. Põhikoolis ei ole ette antud piirkond määramispiirkond, vaid juhend/soovitus graafiku tegemiseks (eesmärgiga säästa eksamil õpilase aega aruteluks, kuhu ja kui pikalt graafik joonistada, ning saada kõigis töodes ühesugused, võrreldavad joonised). Ülesande tekstist ilmneb, et nii oli see mõeldud ka käesoleva aasta lõpueksamil. Ülesande esimene lause oli *On antud funktsioon $y = x^2 - 2x - 3$ (mitte funktsioon $y = x^2 - 2x - 3$, kus x muutub -2st 4ni või $[-2; 4]$) ja korraldus 2.4 oli Joonistage selle funktsiooni graafik, kui ...* Seega ei olnud ajakirjanduses esinenud etteheide hindamisjuhendile teise ülesande osas õige. Küll oleks tahtnud näha ülesandes nõuet *märgi graafikule haripunkt H* (punktina oli see märkimata ka hindamisjuhendis oleval graafikul). Sisuliselt jäi kontrollimata hindamisjuhendi väide 2.2 *Õpilane teab, mis on ruutfunktsiooni graafiku (parabooli) haripunkt ...*

Ülesanne 3

Kolmas ülesanne oli igati korrektne ja vastas ainekavale ning oodatavatele õpitulemustele. Matemaatilises plaanis oli tegemist põhiliselt planimeetria ja ruutvõrrandi lahendamisega kujul $a^2 + a^2 = 16$. Planimeetriast tuli tunda kujundeid: ruutu, täisnurkset kolmnurka, poolringi ja ringi ning nende omadusi. Meeldiv oli tõdeda, et ülesande sisu haalus reaalse eluga. Seetõttu

olid ülesandega seotud pea kõik ainealased pädevused. Õpilase tähelepanu kontrolliks, lihtsaks eluliseks aruteluks ja leidlikkuse näitamiseks oli ülesandes hea küsimus taimede istutamise kohta (mitu päevalille tuleb istutada ruudu diagonaalile, kui taimede vahe peab olema 25 cm ja esimene taim istutatakse ruudu tippu?). On hämmastav, et ajakirjanduses esinenud kommentaarides peeti just seda küsimust raskeks või eksitavaks. Istutanud mõttes ära esimese taime, tuleb neljal meetril iga 25-sentimeetrise lõigu lõppu istutada veel üks taim, seega kokku $1 + 400 : 25 = 17$ taim. Selline mõttekäik ei ole ületamatult raske ega seotud mingi erilise kavalusega. Selliseid mõttekäike nõuab elu, mitte matemaatika. Viimane pakub abiks vaid matemaatika õppimisel omandatud loogilist mõtlemisviisi ja arvutuslikke oskusi.

Hindamisjuhendis ei oleks tekst pidanud väga täpne olema, sest see ei jõudnud õpilaseni (ei abistanud teda), samas aga piiras õpetaja tegevust hindamisel. Seega võinuks alajuhu 3.1 teises lauses sulgudes oleva teksti ära jätta. Õpetajal oli keerukas jaotada punkte juhul, kui õpilane leidis ruudu külje pikkuse nurga siinuse või koosinuse abil ($\sin 45^\circ = \frac{a}{4}$). Alajuhu 3.2 punktid oleks võinud ühendada ja piirduda vaid teise lausega. See, kuidas õpilane istikute arvu leiab, nähtub lahendusest. Võib-olla mõtleb õpilane hoopis nii: meetris on 25 cm pikkuseid juppe neli, seega neljas meetris on neid $4 \cdot 4 = 16$ (ei mingit jagamist ega ühikute teisendamist), esimene taim veel juurde ning vastus ongi käes.

Kõnealune ülesanne oli kolme raskema ülesande seas 58 õpetajal (38,7%). Sagedamini nimetati põhjuseks Pythagorase teoreemi liiga keerulist kasutamisevajadust, võrrandi $a^2 + a^2 = 16$ lahendamist ja $\sqrt{2}$ esinemist vahetulemuses, et saada täpne ruudu pindala. Teisel kohal oli põhjendus, et ülesanne nõudis loogilist mõtlemist ja head ettekujutust (arvatavasti teises alaülesandes). Veel mainiti õpilaste nõrka lugemisoskust, ning seda, et õpilane ei tundnud tekstis matemaatikat ära ja ülesandel oli liiga pikk tekst. Kergeks pidas ülesannet 16 õpetajat (10,7%), neist 13 põhjendas oma arvamust ülesande arusaadavusega, vajalike valemite tundmisega ja eksamielse põhjaliku kordamisega.

Ülesanne 4

Neljas oli igapäevaeluga seotud tekstülesanne, mille lahendamiseks tuli koostada vastav kahe muutujaga võrrandisüsteem ja see lahendada. Ülesande lahendamiseks vajalikud matemaatikaalased teadmised ja oskused vastasid ainekavale ning oodatud õpitulemustele. Seejuures peegeldas ülesanne suuremal või väiksemal määral kõiki matemaatika valdkonnapädevusi. See oli traditsiooniline ülesanne samatüübiliste seas. Vaielda võib vaid teise võrrandi koostamise keerukuse üle. Ühelt poolt nõudis see rohkem teadmisi ja mõttetööd kui esimene võrrand, kuid teiselt poolt oli hea, et kõrvuti esinesid matemaatilised väljendid *vähendada*, *suurendada*, *korda* ja *võrra*, sest mõistete vastandamine kiirendab äratundmist. Kui tekstis on vaid üks kahest (*korda* või *võrra*), tekib õpilasel tavaliselt küsimus, kas see tähendab liitmist/lahutamist või korrutamist/jagamist.

Õpetajatest pea pool (71 õpetajat s.o 47,3%) pidas neljandat ülesannet raskeks. Neist 29 märkis põhjenduseks teksti keerukust ja andmete rohkust, 7 õpetajat nimetas seda aga õpilaste funktsionaalse lugemisoskuse puudulikkuseks. Vastupidiselt analüüsi koostaja arvamusele pidas kolm õpetajat põhjuseks segadusse ajavat teksti, milles on kord *korda*, kord *võrra*. Ülesannet mainis lihtsate seas 19 õpetajat (12,7%). Põhjuseks kirjutati, et ülesanne oli tüüpiline ja vastas õppekavale ning õpilaste tasemele.

Hindamisjuhend nägi ette, et tulemuste sisulise kontrolli eest oli võimalik saada 2 punkti. Seetõttu pidanuks vastav nõue olema ka ülesandes.

Ülesanne 5

Viies ülesanne oli statistika valdkonnast. Reaalsusest pärit majandusstatistiliste andmete põhjal tuli leida mood, aritmeetiline keskmine, suhteline sagedus ja väljendada kahanemist protsentides. Seejuures ei kasutatud küsimustes matemaatilisi termineid, vaid nõudeid kirjeldati igapäevases keeles. See oli meeldiv. Ülesanne oli ilmselt suunatud tähelepanelikule ja mõttega lugemisele ning vajalike andmete leidmise oskusele küllalt mahukate andmete ja faktide seast, s.t funktsionaalse lugemisoskuse kontrollile. Vajalikud matemaatilised teadmised ja oskused olid seejuures ainekava ja õpieesmärkidega kooskõlas. Ülesande oskuslik lahendamine näitas kõigepealt õpilase suhtluspädevust, kuid ka teisi pädevusi, nagu väärtus-, õpi- ja ettevõtlikkuspädevus. Vaatamata sellele, et ülesande tekst oli pikk ja arvulisi andmeid palju, pidas 78 õpetajat (52%) ülesannet lihtsaks. Peamise põhjusena nimetati ülesande traditsioonilisust ja protsentarvutuse oskust. Samas rõhutati, et funktsionaalse lugemisoskuse kontrolliga oli üle pingutatud. Raskeks pidas kõnealust ülesannet 20 õpetajat (13,3%). Põhjuseks toodi pikk tekst ja andmete rohkus. Seejuures märgiti, et ülesande tähelepanelik lugemine võttis õpilastel aega ja nii tekkis mõnel ajapuudus. Teisena märgiti, et ülesanne nõudis funktsionaalset lugemisoskust.

Hindamisjuhendis oli antud alaülesande 5.4 vastuseks $\approx 8,4\%$. Nõutavat täpsust polnud vaja ülesandesse märkida, sest nii oli võimalik kontrollida õpilaste vastavat oskust ja see töötas hästi.

Ülesanne 6

Kuuendas ülesandes oli eluline situatsioon, mis nõudis lineaarsete funktsioonide algebralist esitamist, vastava graafiku joonistamist ja graafikute lugemist. Temaatika ja küsimused vastasid ainekavale ja õpieesmärkidele ning ülesanne peegeldas kõiki matemaatika valdkonnapädevusi. Ülesandes oli hästi välja mõeldud situatsioon, mis lubas alaülesande 6.3 korral lugeda õigeks nii vastuse *jah* kui ka *ei* ja argumenteeritult kumbagi neist põhjendada. Ülesanne kontrollis pigem arutlusoskust ja selle tulemuse-põhjenduse kirjapanekut kui funktsionaalset lugemisoskust.

54 õpetajat (36%) paigutas kõnealuse ülesande raskete sekka. Põhjusi oli mitmeid: sõnastuse keerulisus (11 õpetajat), teksti pikkus ja õpilaste halb lugemisoskus (11), sellist tüüpi ülesandeid on õpikus vähe, liiga töömahukas ülesanne, õpilased lahendasid ülesannet eelmistest halvemini. Vastukaaluks leidis 13 õpetajat (8,7%), et ülesanne oli kerge. Põhjenduseks märgiti, et õpilased oskasid ülesannet lahendada, kuigi õpetaja pidas ülesannet raskeks (6 õpetajat).

Põhikooli matemaatika lõpueksami vastukajades oli arvamus, et seda ülesannet ei oleks üldse tohtinud eksamil esitada, sest selles kasutati pidevaid funktsioone ja nende graafikuid diskreetse protsessi, nagu rahasumma hüppeline muutumine, kirjeldamiseks. Tegelikult ei ole see arvamus õige, sest sageli nii tehakse, eriti rakendusteadustes. Kui siiski kriitikat arvestada, ei tohiks põhikoolis rääkida ka funktsioonidest $y = ax$, $y = \frac{a}{x}$, $y = ax + b$, $y = ax^2 + bx + c$ ja nende graafikutest, sest õpilane ei tunne veel kõiki reaalarve. See tähendab aga, et x - ja y -telg on „auklikud” ja järelikult on seda ka vastavad graafikud. Kuigi koolis jäetakse mulje, et nende funktsioonide graafikud on pidevad jooned, siis tegelikult need seda ei ole. Sama lugu on sirglõikdiagrammidega.

Arvustustes esines väide, et eksamil ei ole korrektne „... oodata vastuseid, mis hiljem kõlbmatuks tuleb tunnistada”. Tegelikult ei pea see väide paika. Vastused olid igati õiged, mis näitabki, et teatud juhtudel võib diskreetseid protsesse vaadelda pidevatena. Lineaarfunktsioon $y = ax + b$ töötab siin kui mudel, kus suurus muutub hüppeliselt (diskreetselt). Kokkuvõttes sobis ülesanne eksamil lahendamiseks. Võib-olla oleks pidanud pakkuma õpilastele veelgi paindlikumat valikuvõimalust: kolmanda sõbra korral oleks võinud enne lasta leida vastava funktsiooni $y = 5 + 0,5x$, mis saadakse lihtsa arutelu teel, ja siis joonistada graafiku. Kui õpilane ei osanud täita korraldust 2.a, siis ei osanud ta täita ka korraldust 2.b.

Ülesanne 7

Seitsmes ülesanne oli ruumilise geomeetria ülesanne. Kuna risttahuka joonist ei olnud ette antud, nõudis ülesande mõistmine head ruumilist ettekujutust isegi siis, kui õpilane joonistas risttahuka(d). Kõik ülesande lahendamiseks vajalikud matemaatikaalased teadmised ja oskused vastasid matemaatika ainekavale ja õpieesmärkidele. Ülesanne oli seotud pea kõigi valdkonnapädevustega, kõige nõrgemini ilmselt sotsiaalse pädevusega. Ülesandes esines kahjuks ka ebatäpne küsimus. Selleks oli alaülesande 7.3 kolmanda lause esimene pool *Mis on vähim võimalik paberikulu, kui...*, mida võis mõista kaheti: kui suur on karbi täispindala? vähemalt mitu sentimeetrit paberit kulub rullist, et karp saaks kaetud?.

Ülesannet pidas raskeks 70 õpetajat (46,7%). Sagedasemad põhjendused olid järgmised: õpilaste halb lugemisoskus, ülesande liiga pikk tekst, andmete paljus, varemõpitu ununemine (sarnasus), õpilaste halb mõtlemisoskus, õpikus pole selliseid ülesandeid. Lihtsaks pidas ülesannet 6 õpetajat (4%) põhjendusel, et risttahukas on lihtne või see teema algas juba 7. klassis.

Üldine hinnang eksamitööle ja hindamisjuhendile

Eksamitöö tervikuna oli õpilastele jõukohane. Kuigi aeg ülesannete lahendamiseks (180 minutit) tundus piisav, kulus sellest küllalt palju pikkade ülesannete (5, 6, 7) lugemiseks ja teksti mõistmiseks. Ei saanud ju ka valikülesandeid lugemata ega nende üle mõtisklemata otsustada, kumba ülesannet lahendada hakata. Tundub, et funktsionaalse lugemisoskuse kontrollimisega oli veidi üle pingutatud.

Ülesanded haarasid põhikooli matemaatika erinevaid olulisi teemasid. Kõik ülesanded olid seotud aritmeetikaga, protsentarvutuse tundmist vajas 5. ülesanne, statistika elemendid ja nende leidmine esines samuti 5. ülesandes, algebra tundmist nõudsid 1. ja 2. ülesanne (ruutvõrrand ja selle lahendamine) ning 4. ülesanne (lineaarvõrrandite süsteemi koostamine ja lahendamine), planimeetria tundmist vajasisid 3. ülesanne (kujudid ruut, ring, täisnurkne kolmnurk) ja 7. ülesanne (hulknurkade sarnasus), teadmisi ruumigeomeetriast oli tarvis 7. ülesandes (risttahukas ja selle omadused), funktsioonide temaatika oli 2. ülesandes (ruutfunktsioon) ja 6. ülesandes (lineaarfunktsioon). Tunnustust väärib see, et reaalsusega seotud ülesandeid oli seitsmest viis.

Õpetajate hinnang lihtsate ülesannete osas oli küllalt üksmeelne. Lihtsaks peeti kõige sagedamini teist (97 õpetajat), esimest (90 õpetajat) ja viiendat (78 õpetajat) ülesannet. Kõigi kolme ülesande korral oli vastav õpetajate protsent suurem kui 50. Järgmisena peeti lihtsaks neljandat ülesannet (vaid 19 õpetajat). Samas peeti seda ülesannet kõige enam ka raskeks ülesandeks. Kõige raskemate ülesannete valimisel õpetajatel sellist üksmeelt ei olnud. Rasketeks peeti neljandat (71 õpetajat), seitsmendat (70 õpetajat) ja kolmandat (58 õpetajat) ülesannet. Kõigi ülesannete korral oli vastanute protsent alla 50. 54 õpetajat (kolmanda ülesandega võrreldes veidi vähem) pidas raskeks kuuendat ülesannet. Hinnangute hajuvus oli suur. Arvatavasti olenes põhjus sellest, mida üks või teine õpetaja tähtsaks pidas ja millele ta kordamisel rohkem tähelepanu pööras.

Hindamisjuhend oli hästi koostatud. Nii arvas ka 63,3% õpetajatest (hinnangud „väga hea” ja „hea”). Vaid 7 õpetajat (4,7%) pidas hindamisjuhendit mitterahuldavaks. Vaatamata vähestele vajakajäämistele oli hindamisjuhendi järgi hindamine igale õpetajale jõukohane. Edaspidi võiks juhendi koostamisel lähtuda põhimõttest, et teksti ei panda viiteid ja nõuandeid, mis juhivad õpetajat ühes kindlas suunas. Vastavad näited on toodud eespool.

Eksamitulemused

Üldandmed

Põhikooli matemaatika lõpueksam oli kõigile 9. klassi õpilastele kohustuslik. Eksamitulemusi on analüüsitud valimi põhjal, kuhu kuulus 1721 tööd.

Tabel 1. Tulemused aastatel 2009–2014

Näitaja	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Valimi suurus (N)	1148	1779	1842	1820	1799	1721
Keskmine punktide arv ($\bar{x}$)	29,3	31,5	31,3	33,2	33,7	30,0
Keskmine lahendatus ($\bar{x}$: 50 %-des)	58,6	63,1	62,6	66,4	67,4	60,0
Standardhälve (σ)	11,78	12,35	12,77	11,77	12,66	12,37
Mediaan (m_e)	–	–	32	35	36	31

Võib väita, et 2014. aasta põhikooli matemaatika lõpueksami keskmine punktide arv usaldusnivooga 95% asub lõigul [29,4; 30,6].

Tabel 2. Tulemused koolitüüpide järgi

Koolitüüp	Õpilasi valimis N	N (%)	Keskmine punktide arv ($\bar{x}$)	Keskmine lahendatus (%)	Standardhälve (σ)
Gümnaasiumi juures on põhikooli klasse	23	1,3	19,3	38,5	11,32
Lasteaed-põhikool	124	7,2	28,4	56,9	13,07
Põhikool	500	29,1	30,1	60,2	12,30
Üks kool põhikooli ja gümnaasiumi klassidega	1074	62,4	30,3	60,6	12,25
Kokku	1721	100,0	30,0	60,0	12,37

Esimese koolitüübi korral oli eksamitöö keskmine punktide arv kõige väiksem. Ka õpilaste arv on selles rühmas väga väike ja tõsisemaid järeldusi oleks ennatlik teha. Ülejäänud kolme koolitüübi võrdlemisel selgus, et keskmiste punktide erinevused ei ole olulised (usaldusnivooga 95%), sest vastavatel usaldusvahemikel [26,1; 30,8], [29,0; 31,2] ja [29,6; 31,0] on ühisosasid.

Poiste ja tüdrukute keskmiste punktide (vastavalt 29,2 punkti ja 30,7 punkti) erinevus tuleb panna juhuse arvele, sest vastavatel usaldusvahemikel [28,4; 30,1] ja [29,9; 30,7] on ühine osa.

Tabel 3. Tulemused soo järgi

Sugu	N	N (%)	AUP	Keskmine ($\bar{x}$)	ÜUP	Keskmine lahendatus (%)	Mediaan (m_e)	Standardhälve (σ)
Poisid	871	50,6	28,4	29,2	30,1	58,5	29	12,20
Tüdrukud	850	49,4	29,9	30,7	31,5	61,4	32	12,52
Kokku	1721	100	29,4	30,0	30,6	59,9	31	12,37

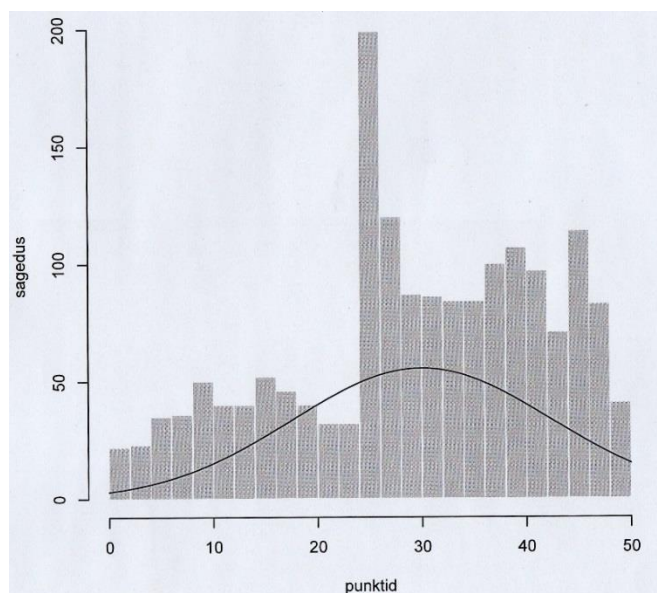
Tabel 4. Tulemused soorituskeele järgi

Soorituskeel	N	N (%)	AUP	Keskmine ($\bar{x}$)	ÜUP	Keskmine lahendatus (%)	Mediaan (m_e)	Standardhälve (σ)
Eesti keel	1340	77,9	29,1	29,8	30,5	59,6	30	12,50
Vene keel	381	22,1	29,4	30,6	31,8	61,2	32	11,92
Kokku	1721	100	29,4	30,0	30,6	59,9	31	12,37

Usaldusvahemike [29,1; 30,5] ja [29,4; 31,8] võrdlemine näitab, et vastavate keskmiste 29,8 punkti ja 30,6 punkti erinevust ei saa pidada oluliseks. Venekeelsete tööde punktide hajuvus oli keskmise ($\bar{x}$) suhtes veidi väiksem kui eestikeelsete tööde korral oma keskmise ($\bar{x}$) suhtes.

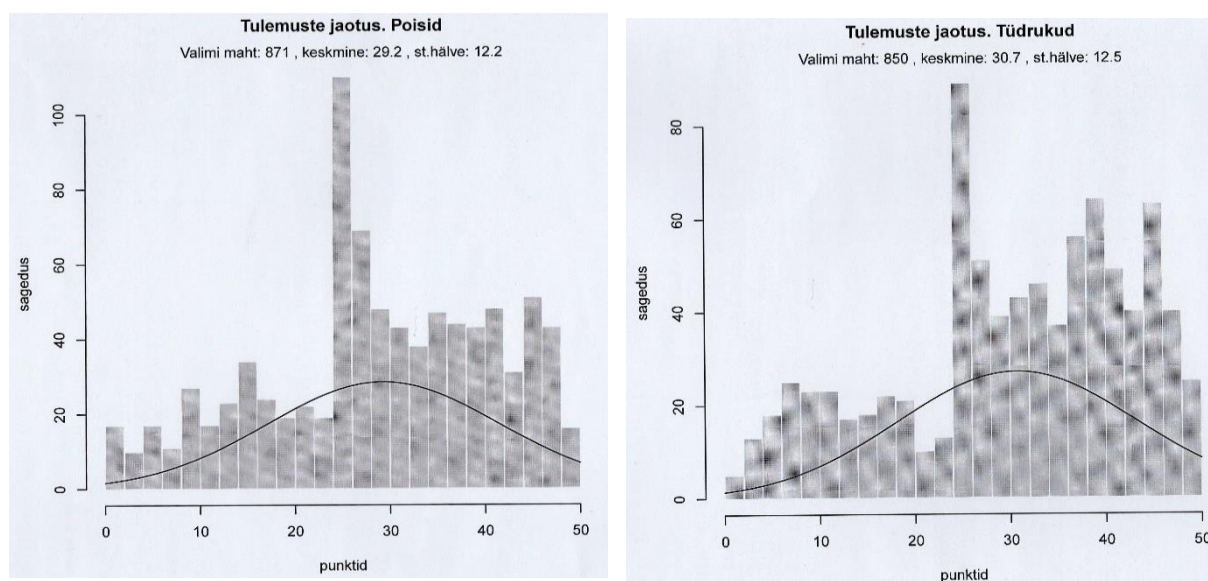
Eksamitulemused

Joonis 1. Eksamitulemuste jaotus punktide järgi



Keskmine punktide arv $\bar{x} = 30,0$;
standardhälve $\sigma = 12,4$.

Joonis 2. Poiste ja tüdrukute tulemuste jaotus punktide järgi



Oluline näitaja matemaatika lõpueksami tegijate valimi iseloomustamisel on eksami vähemalt hindele „3”, (25 ja enam punkti) sooritanute arv või osakaal (edukuse näitaja) ning eksami hindele „4” ja „5” (38 ja enam punkti) sooritanute arv või osakaal (kvaliteedi näitaja).

Tabel 5. Edukus ja kvaliteet soo järgi

Sugu	N	Edukus (hinne vähemalt „3”)	Kvaliteet (hinne „4” või „5”)	Edukus (%)	Kvaliteet (%)
Poisid	871	631	263	72,4	30,2
Tüdrukud	850	642	329	75,5	38,7
Kokku	1721	1273	592	74,0	34,4

Tütarlaste seas oli nii edukalt eksami sooritanute kui ka hindele „4” või „5” eksami teinute osakaal suurem kui poiste seas. Ebaedukalt (hinne „2” või „1”) eksami teinute osakaal kogu valimis oli 26 %. Arvestades sellega, et viimased viis aastat (5.–9. klass) õpitakse kohustusliku põhihariduse tingimustes eksamiks eriti vajalikku osa matemaatikast, on tulemus liiga halb. Võrreldes eelneva viie aastaga (tabel 6), mil edukate osakaal kasvas peaaegu 10%, langes ühe aastaga edukate osakaal 12%. Vaevalt oli selle ainus põhjus õpilaste funktsionaalse lugemisoskuse langus. Pealegi sooritati kõige pikema tekstiga ülesanne keskmise punktide arvu seisukohalt kõige edukamalt. Võib-olla põhjustas languse väiksemamahulise ja lihtsama matemaatika ainekava rakendamise lõpulejõudmine 2013/2014. õppeaastal ning sellest tulenev vale mõtteviis: mida vähem õpilane teab (meelde jätab), seda loovam ta on.

Eksamitöö tulemuste kvaliteedi näitajaga on olukord veelgi halvem. Nimelt ei ole eksamitöö hindele „4” või „5” teinute osakaal olnud eelneva viie aasta jooksul kunagi nii madal kui käesoleval aastal. Võrreldes 2013. aastaga on see näitaja langenud 19,4% võrra.

Tabel 6. Edukus ja kvaliteet aastatel 2009–2013

	2009	2010	2011	2012	2013
Edukus	75,1%	78,6%	81,5%	83,9%	84,4%
Kvaliteet	37,1%	45,3%	46,1%	51,3%	54,0%

Tabel 7. Edukus ja kvaliteet soorituskeele järgi

Keel	N	Hinne vähemalt „3”	Hinne „4” või „5”	Edukus (%)	Kvaliteet (%)
Eesti keel	1340	973	459	72,6	34,3
Vene keel	381	300	133	78,7	34,9
Kokku	1721	1273	592	74,0	34,4

Eksami edukalt sooritanute osakaal oli venekeelse eksamitöö teinud õpilaste seas mõnevõrra suurem kui eestikeelse töö teinute seas. Hinde „4” või „5” saanute osakaal oli nii eesti kui ka vene keeles eksamitöö teinud õpilaste seas peaaegu võrdne.

Vaadeldes samu näitajaid koolitüüpide järgi (tabel 8), on märgata näitajate suuremat kõikumist. Kui edukalt töö teinute osakaal oli kõige kõrgem n-õ puhtas põhikoolis, siis eksami hästi ja väga hästi teinute osakaal oli kõige kõrgem koolides, kus oli nii gümnaasiumi kui ka põhikooli osa.

Tabel 8. Edukus ja kvaliteet koolitüübi järgi

Koolitüüp	N	Edukus	Kvaliteet	Edukus (%)	Kvaliteet (%)
Gümnaasium, mille juures on põhikooli klasse	23	11	1	47,8	4,3
Lasteaed-põhikool	124	85	41	68,5	33,1
Põhikool	500	380	168	76,0	33,6
Üks kool põhikooli ja gümnaasiumi klassidega	1074	797	382	74,2	35,6
Kokku	1721	1273	592	74,0	34,4

Eksamiülesannete lahendatus

Tabelis 9 on eksamitöö iga ülesande eest saadud keskmine punktide arv ja selle protsent ülesande maksimaalsest võimalikust punktide arvust (ülesannete 1–5 korral 8 punkti ning ülesannete 6 ja 7 korral 10 punkti). Kõigi ülesannete korral ulatus saadud punktide arv miinimumist (0 punkti) kuni võimaliku maksimumini (50 punkti). Tabelis on ka poiste ja tütarlaste keskmise punktide arvu protsent ülesande maksimaalsest võimalikust punktide arvust.

Kohustuslikest ülesannetest lahendati kogu valimi ulatuses kõige paremini ülesannet 5 ja kõige halvemini ülesannet 4. Valikülesannete protsentuaalsed keskmised jäid aga mõlema ülesande korral oluliselt madalamaks kohustuslike ülesannete madalaimast protsentuaalsest keskmisest. Valikülesannetest lahendati ülesannet 7 keskmise punktide arvu seisukohalt tunduvalt halvemini kui ülesannet 6. Selline tulemus ülesannete lahendatuse pingeridades oli kooskõlas lihtsamate ja raskemate ülesannete nimetamisega õpetajate poolt.

Tabel 9. Tulemused ülesannete lõikes

Ülesanne	Keskmiselt punkte	Keskmise % maksimumist	Poiste keskmise %	Tütarlaste keskmise %
1	5,2	65	60	69
2	5,6	70	67	73
3	4,4	55	53	56
4	4,0	50	49	51
5	5,9	74	74	72
6	3,4	34	36	33
7	1,6	16	15	17

Nagu eespool öeldud, ei olnud õpetajad raskemate ülesannete valikul eriti üksmeelsed ja nii sattus 6. ülesanne nende pingereas neljandaks. Tabelis 9 on see aga keskmise punktide arvu järgi raskemate ülesannete seas teine. Poiste ja tütarlaste tulemusi võrreldes selgub, et poisid lahendasid tütarlastest veidi paremini ülesandeid 5 ja 6. Ülejäänud ülesannete korral oli keskmise punktide arv tütarlastel parem.

Ülesannete lahendatus alaülesannete (osiste) lõikes

Eksamitöös võis alaülesande lahendamise eest saada 0 punkti kahel põhjusel. Kui õpilane ei hakanud mõnda alaülesannet üldse lahendama, märgiti eksamitööl punktide kirjutamiseks mõeldud kasti kriips, mis punktide summeerimisel võrdsustati nulliga. Kui õpilane hakkas mõnda alaülesannet lahendama, kuid kirjutas lahendusest liiga vähe või lahendas ülesande niivõrd valesti, et ei saanud selle eest ühtegi punkti, siis kirjutati vastavasse kasti kohe 0 punkti. Tabelis 10 on toodud mittevastanute arv alaülesannete lõikes (punktide kasti märgiti kriips) ja ka nende õpilaste arv, kes vähemalt alustasid alaülesande lahendamist. Ülesannete 1–5 korral on mittevastanute protsent arvutatud kogu valimi õpilaste arvust (1721 õpilast) ja ülesannete 6 ning 7 korral vastava ülesande valinud (ja valimisse kuulunud) õpilaste arvust (ülesande 6 korral 1155 ja 7 korral 566 õpilast).

Tabel 10. Mittevastanute ja vastanute arv alaülesannete lõikes

Alaüles- anne	Mittevastanute arv	%	Alaülesandele vastanute arv	Alaüles- anne	Mittevastanute arv	%	Alaülesandele vastanute arv
1.1	33	1,92	1688	5.4	56	3,25	1665
1.2	67	3,89	1654	5.5	65	3,78	1656
2.1	60	3,49	1661	6.1	164	14,20	991
2.2	84	4,88	1637	6.2	193	16,71	962
2.3	113	6,57	1608	6.3	214	18,53	941
2.4	50	2,91	1671	6.4	222	19,22	933
3.1	38	2,21	1683	7.1	23	4,06	543
3.2	74	4,30	1647	7.2	37	6,54	529
4.1	69	4,01	1652	7.3	43	7,60	523
5.1	17	0,99	1704				
5.2	34	1,98	1687				
5.3	25	1,45	1696				

Kohustuslikest ülesannetest (ülesanded 1–5) jättis kõige vähem õpilasi (17, s.o 0,99% valimist) lahendamata alaülesande 5.1 (mis oli 2012. aastal vaadatuim Eesti film?). Kõige enam õpilasi (113, s.o 6,57%) loobus aga alaülesande 2.3 (funktsiooni graafiku ja y-telje lõikepunkti leidmine) lahendamisest.

Ülesannetest 6 ja 7 valis 6. ülesande 1155 õpilast, mis oli 67,11% valimist, ja 7. ülesande 566 õpilast, mis oli 32,89% valimist. Suhe oli peaaegu 2 : 1. Ülesande 6 korral oli alaülesande 6.1 lahendamisest loobujaid kõige vähem (164, s.o 14,20% 1155st), kõige rohkem oli aga alaülesande 6.4 (küsimus veekeskusesse mineku võimaluse kohta) lahendamisest loobujaid (222, s.o 19,22% 1155st). Ülesande 7 korral loobus 23 õpilast (4,06%) alaülesande 7.1 lahendamisest ja kõige enam õpilasi (43, s.o 7,60%) loobus alaülesande 7.3 lahendamisest.

Kogu eksamitöö eest sai 0 punkti kokku 5 õpilast, mis oli 0,29% valimist. Nende hulgas oli 4 poissi (0,5% 871st) ja 1 tüdruk (0,1% 850st). Maksimaalse tulemuse (50 punkti) sai kokku 17 õpilast, mis oli 0,99% valimist. Nende hulgas oli 8 poissi (0,9% kõikide poiste arvust 871) ja 9 tüdrukut (1,1% kõikide tüdrukute arvust 850).

Eksamitöö tulemuste võrdlus aastahindega

Võrreldud on vaid neid õpilasi, kelle tööle oli aastahinne märgitud (388 õpilast ehk 22,55% valimist). Arvatavasti oli eksami toimumise ajal suurel osal õpilastest aastahinne veel lahtine, sest see sõltus eksamil saadavast hindest. Sellele viitab ka asjaolu, et vaid 20 õpilasel 388st (5,2%) oli aastahinne „puudulik”, kuid 1721 õpilasest sai eksamil hinde „2” või „1” 448 õpilast (26,03%). Ühelt poolt sunnib aastahinde sõltuvusse seadmine eksami tulemustest õpilasi enne eksamit rohkem tööd tegema, kuid teiselt poolt paneb see aasta jooksul koolis tehtud töö tulemused kahtluse alla.

Tabel 11. Eksamihinded ja aastahinded

Aastahinne Hinne eksamil	1	2	3	4	5	Kokku
1	2	7	14			23
2		9	48	5		62
3		2	97	59	10	168
4			14	54	23	91
5			4	7	33	44
Kokku	2	18	177	125	66	388

Tabelis 11 on 388 õpilase aastahinded ning eksamitööde hinded esitatud sagedustabelina. Mitterahuldava aastahindega (hinne „2” või „1”) õpilasi oli 388 seas 5,2%, aga eksamil sai hinde „2” või „1” neist 21,9%. Mitterahuldava aastahindega õpilastest sai ka eksamil mitterahuldava hinde vaid 4,6%. Eriti palju tuli mitterahuldavaid eksamihindeid juurde aastahindega „3” õpilaste hulgast (62 õpilast ehk 16,0%). See viitab rahuldava hinde „venivusele” koolides (tabel 12).

Tabel 12.

Hinne eksamil	1 Arv %	2 Arv %	3 Arv %	4 Arv %	5 Arv %	Kokku Arv %
Õpilaste arv aastahindega „3”	14 7,9	48 27,1	97 54,8	14 7,9	4 2,3	177 100

388 eksaminandi hulgas oli 191 õpilast (49,2%), kelle aastahinne oli kas „4” või „5”. Nende seast 69 (36,1%) langes lõpueksamil hinde „3” saanud õpilaste hulka ja 5 õpilast (2,6%) sai eksamil hinde „2”. Lõpueksamil sai hinde „4” või „5” 135 õpilast (34,8%).

Tabel 13. Aastahinded ja eksamitöö keskmised hinded soo ja soorituskeeke järgi

Sugu	Aastahinde keskmise	Eksamihinde keskmise	Keel	Aastahinde keskmise	Eksamihinde keskmise
Poisid	3,4	3,1	Eesti	3,6	3,1
Tüdrukud	3,8	3,2	Vene	3,4	3,2
Kokku	3,6	3,1	Kokku	3,6	3,1

Lõpueksami hinnete keskmine on reeglina väiksem aastahinnete keskmisest. Maksimaalne hinnete erinevus 0,6 oli tütarlastel, minimaalne erinevus 0,2 aga vene keeles tehtud tööde korral. Aastahinnete keskmise erinevus oli poistel ja tüdrukutel 0,4, eksamihinnete keskmiste erinevus aga 0,1. See tekkis asjaolust, et tüdrukutel oli keskmise hinde langus 0,6, poistel aga 0,3. Põhjusi selleks võib olla mitmeid. Tüdrukud olid koolis kas usinamad kui poisid või suutsid poisid säilitada eksamil paremini külma närvi. Võimalik oli ka see, et poisid püüdsid eksamil mitteteadmist korvata suurema mõttetööga, st „väljamõtlemisega”. Üldiselt oli seos aastahinnete keskmise ja eksamitöö hinnete keskmise vahel küllalt hea ja seda näitas ka korrelatsioonikordaja 0,69.

Tähelepanekud eksamitööde analüüsi põhjal

Järgnevalt on ülesannete kaupa välja toodud õpilaste tehtud vead eksamitöös ja muud tähelepanekud (s.h eksamitööde parandamise kohta).

Ülesanne 1

- Põhiliseks raskuseks oli algebraliste murdude lahutamise, s.t tehe $\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b}$. Eksimusi ühise nimetaja leidmisel ja laiendustegurite leidmisel peaaegu ei olnud. Küll aga oli paljudele probleemiks, mida edasi teha / kuidas edasi lahendada. Need, kes said tulemuseks $\frac{(a-b)^2 - (a+b)^2}{(a+b)(a-b)}$, tegid avaldise lihtsustamise reeglina õigesti lõpuni. Kuid mõni õpilane tegi ka siin ränki vigu. Näiteks taandati lugejas olevaid liidetavaid. Kes aga kirjutas $\frac{(a-b)(a-b) - (a+b)(a+b)}{(a+b)(a-b)}$, ei taibanud sageli, et murru lugejas oli tegemist vahe ja summa ruudu valemitega. Ka siin taandati liidetavaid. Murru lugejas olevate kaksliikmete läbikorrutamine viis enamikul juhtudest vale lugejani. Selle sagedasemaks põhjuseks oli sulgude mittekasutamine teise liidetava läbikorrutamisel ja märgi „-“ osaline mittearvestamine. Liidetavate taandamine ühes või teises kohas, kaasa arvatud ühe murru lugejas ja teise murru nimetajas, esines juhuslikult valitud 150 läbivaadatud töö korral umbes 10%-l juhtudest. Avaldise lihtsustamise keskmine punktide arv kogu valimi kohta protsentides oli 69% võimalikust kuuest punktist.

- Päril tavaline oli see, et taandamisel ei kirjutatud maha tõmmatud avaldise kohale arvu 1 ja seetõttu loeti paaril korral maha tõmmatud tegur hiljem nulliks. Koondamisel aga esines sagedasti seda, et uue murru lugejasse kirjutati 1, kui (valesti teisendatud) murru lugejas olid kõik liikmed koondunud.

- Kui oli saadud avaldis $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$ või $(a + b)(a - b)$, eksiti abivalemitega vähe. Küll aga pakuti tihti, et $(a - b)(a - b)$ võrdub $a^2 - b^2$ ja $(a + b)(a + b)$ võrdub $a^2 + b^2$. Ilmselt oli ebakindel arusaam, et $(a \pm b)^2 = (a \pm b)(a \pm b)$, mis saanud alguse arvu/tähe ruudu mõiste halvast omandamisest. Võib-olla võeti ka ruutude vahe valemist lihtsalt eeskuj.

- Algebraliste murdude lahutamisel oli ka drastilisi vigu. Näiteks vahe $\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b}$ leidmiseks nimetajad korrutati ja lugejad lahutati (kahel juhul 150st) või murrud korrutati ning tulemuseks saadi $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - b^2} = 2a^2 - 2b^2$ (ühel juhul) või lahutati nii lugejad kui ka nimetajad.

- Avaldise väärtuse arvutamisel oli kogu valimi keskmine punktide arv 53% kahest võimalikust. Sageli takistas avaldise väärtuse leidmist negatiivse astendajaga astme tähenduse ja isegi astendaja mõiste mittetundmine. Samas oskasid aga mitmed kirjutada, et

$$10^2 \cdot 10^{-3} = 10^{-1}.$$

Mõned näited:

$10^{-3} = 0,01$ (võib lugeda ka pisivääratuseks);

$10^2 \cdot 10^{-3} = 10$;

$10^2 \cdot 10^{-3} = 100^{-1} = \frac{1}{100}$;

$10^{-3} = -30$; $10^{-1} = -10$; $10^{-3} = -100000$.

Ka kirjutise $(-5)^1$ mõte avati sageli valesti: $(-5)^1 = 5$; $(-5)^1 = -\frac{5}{10} = \frac{10}{5} = 1\frac{1}{2}$, kus iga järgnev kirjutis oli vale; $(-5)^1 = \frac{1}{5}$.

Ülesanne 2

• Alaülesande 2.1 lahendamisel saadi keskmiselt punkte 77% kahest võimalikust. Nullkohtade leidmisel jättis pea 10% õpilastest vastava võrrandi kirjutamata. Ruutvõrrandi lahendivalemit

tunti hästi. Mõned kasutasid isegi valemit $x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$. Vähestel juhtudel kirjutati $-b$ asemele kordaja b väärtus või murru nimetajas $2a$ asemele kordaja a väärtus või 2. Paljud jätsid ruutvõrrandi lahendamisel kirjutamata $x = \dots$. Selle tulemusena ei teadnud mitmed õpilased, kuhu joonisel nullkohti märkida. Paaril korral oli isegi kirjutatud, et nullkohad on (0; 3) ja (0; -1) ning neist ühel juhul märgiti punktid y -teljele, mis moonutasid koos tabelis leitud punktidega graafikut.

• Haripunkti leidmisel kasutati valdavalt valemit $x_h = \frac{-b}{2a}$, oluliselt vähem seost $x_h = \frac{x_1 + x_2}{2}$. Üsna sageli ei näidatud töös haripunkti leidmist, vaid kirjutati kohe $H(1; -4)$. Sellisel juhul oli haripunkti leidmine kas mustandis või võetud graafiku üksikute punktide arvutamise tabelist. Oli ka õpilasi, kes haripunkti abstsissi küll leidsid, aga ordinaat oli leidmata. Keskmine punktide arv alaülesande 2.2 lahendamisel oli 63% võimalikust kahest punktist.

• Need, kes lahendasid õigesti alaülesanded 2.1 ja 2.2, oskasid reeglina õigesti joonistada ka graafikut. Küllalt paljudel jäi aga graafik joonistamata, sest ei teatud selle kuju. Neljal juhul joonistati parabool allapoole avanevana, paljudel juhtudel joonistati graafik kas kitsamas või laiemas piirkonnas, kui ülesandes sooviti. Üllatuseks olid rohked vead graafiku üksikute punktide arvutamisel. Ruutfunktsiooni graafikuks joonistati sirge, ka kaks lõikuvat sirget ning hüperbooli üks haru. Mitmed punktide järgi joonistatud graafikud olid pigem lahtiseid murdjooned kui paraboolid. Rohkete punktide arvutamise (nt kaheksa punkti) abil saadi sageli ka igati korrektseid parabooli, millelt siis leiti vastused eespool vastamata jäänud küsimustele. Sellisel juhul oli õpetajal raske õpilast õiglaselt hinnata. Graafiku joonistamise eest saadi keskmiselt 72% võimalikust kolmest punktist.

Ülesanne 3

• Alaülesandes 3.1 oli keskmine punktide arv 57% võimalikust kuuest punktist. Ruudukujulise peenra pindala leidmisel oli põhiraskuseks „ebahariliku” ruutvõrrandi

$x^2 + x^2 = 16$ lahendamine ja „ebameeldiv” tulemus $x = \sqrt{8}$, mis reeglina esitati ligikaudse kümnendmurruna 2,8 või harvemini 2,83. Viimasel juhul saadi ruudu pindalaks 8 (cm²), mis on õige tulemus. $x = 2,8$ korral saadi pindalaks aga 7,8 (cm²), mis ei olnud õige vastus. Pole teada,

kas väiksem osa õpilastest võttis teadlikult x -i väärtuseks 2,83 (vahetulemuses tuleb ümardamisel võtta ikka kohti rohkem, kui säilitame lõpptulemuses) või oli selline ümardamine juhuslik. Suhteliselt vähe oli neid, kes teadlikult jätsid ruudu külje pikkuse kujule $x = \sqrt{8}$. Kümme-kond õpilast 150st leidis nn suurest täisnurksest kolmnurgast ruudu külje pikkuse nurga siinuse või koosinuse abil, näiteks seosest $\sin 45^\circ = \frac{a}{4}$. Lõpptulemuse täpsus sõltus sellest, millise täpsusega leiti $\sin 45^\circ$ väärtus. Piisas tuhandiku täpsusest, kuid edasise ümberõppimise vältimiseks tuleks juba 9. klassis leida siinuse, koosinuse ja tangensi väärtused nelja kohaga pärast koma. Esines ka ruudu külje pikkuse leidmist pindala kaudu. Õpilase loogika oli lihtne: et ülesanne nõudis ruudu pindala leidmist, siis sellest alustatigi. Vähemalt seitsmel korral kasutati valemeid $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ või $S = \frac{d^2}{2}$. Kahel korral leiti esmalt suure täisnurkse kolmnurga pindala valemi $S = \frac{a \cdot h}{2}$ abil, kus $a = d$ ja $h = \frac{d}{2}$ ja siis korrutati tulemus kahega. Võimalik, et ka rombi pindala valemi kasutamisele viitav teine valem oli saadud sama mõttekäigu abil. Oli ka lahendus, kus ruut jaotati diagonaalide abil neljaks võrdseks täisnurkseks kolmnurgaks ja ruudu pindala leiti nelja täisnurkse kolmnurga pindalade kaudu, seega $S_{ruut} = 4 \cdot \frac{2 \cdot 2}{2} = 8$, millest $a = \sqrt{8}$. Ei tekkinud mingit vajadust Pythagorase teoreemi järele, millele viitas hindamisjuhend.

- Ruudu külje pikkuse leidmisel oli küllalt palju põhimõttelisi vigu, mille tekkepõhjus võis olla mitteteadmine, mõttelaiskus või kehv arutlusoskus. Arutlusoskust saaks koolis arendada suulise vastamise, mõnede teoreemide/valemite sõnastamise ja tõestamise/tuletamise ning suulise tagasiside kaudu. Seda aga koolis enam praktiliselt ei tehta. Ka õpilastepoolne ülesannete lahendamise demonstreerimine ja vajalike selgituste andmine teeniks sama eesmärki.

Üsna tihti kirjutati ilma mingi selgituse või põhjenduseta, et $a = d$, $a = 4$, $a = 2$, $a = 3$, $a = \sqrt{4}$. Nii toimiti vähemalt 18 töös. Eksiti ka valemitega. Vähemalt kaheksal juhul pakuti ruudu pindala valemit kujul $S = 4a$, $S = 2(a + b)$ või $S = d^2$. Ringi pindala valemiks nimetati kokku neljal korral võrdusi $S = 2\pi r^2$, $S = 4\pi r^2$ ja $S = 2\pi r$. Oli ka töid, kus ruudu pindala või poolringide pindala jäi arvutamata. Kokkuvõttes võib aga öelda, et enamik õpilastest tundis vajalikke valemeid.

- Enam kui sajas töös oli ülesande teises osas küsitud lillede arvuks pakutud 16 ($400 : 25 = 16$). Esines ka teisi valesid vastuseid, mis olid tingitud tähelepanematusesest või situatsiooni halvast ettekujutusest, nt 6 lille (põhjendus $25 : 4 \approx 6$), 18 (kolmel juhul, põhjendus $400 : 25 + 2$), 22, 24, 25 (põhjendused arusaamatud), 32 (neljal juhul, arvutati lillede arv kahel diagonaalil kokku), 64 lille (neljal juhul). Ei puudunud ka õige vastus 17, neid töid oli 18 (12% 150st). Keskmise punktide arv alaülesande 3.2 eest oli 48% võimalikust kahest.

Ülesanne 4

- Kogu valimi keskmine punktide arv ülesande lahendamisel oli 50% kaheksast võimalikust. Võrrandisüsteemi koostamiseks oli tarvis fikseerida kaks tundmatut. Alati ei olnud aga arusaadav, mida üks või teine tundmatu tähendas. Näiteks kirjutati: „Olgu viinamarjad x . Teised pirnid olgu y ” või „Viinamarjad = x . Pirnid = y ”.
- Esimese võrrandi koostamisel peaaegu ei eksitud, seda enam oli aga vigu teise võrrandi koostamisel. Mõni eriline viga hakkas isegi korduma. Nii näiteks pidi lahenduses olema $(x : 4) + (1 + 0,2)y = 2,58$, aga enam kui kümnes töös oli $(x : 4) + (y + 0,2) = 2,58$. Võrrandisüsteemi lahendamisel esines hooletusvigu, kuid ka liidetava viimisel teisele poole võrdusmärgi eksiti märgiga. Omaette raskus oli võrrandist tundmatu avaldamine. Osa õpetajaid kartis, et mõisted *võrra* ja *korda* tekitavad teise võrrandi koostamisel probleeme. Tegelikult see nii ei olnud. Osa õpilasi (umbes 30) püüdis ülesannet lahendada arutluse teel, s.t võrrandeid koostamata. Hästi õnnestus see vaid ühel õpilasel.
- Tulemuste sisulist kontrolli tegid vähesed. Tõenäoliselt oli põhjuseks vastava nõude puudumine ülesande tekstis. Reeglina peaks kõik nõuded ja küsimused, mis annavad punkte, olema ülesande tekstis.

Ülesanne 5

Üle 50% õpetajatest pidas ülesannet lihtsaks. Rõhutati, et ülesanne nõudis teksti tähelepanelikku ja mõttega lugemist. See peegeldus ka ülesande lahendamisel tehtud vigades.

- Selle asemel, et vastata esimesele küsimusele, milline oli 2012. aastal vaadatuim Eesti film, vastati küsimusele, milline film oli 2012. aastal Eestis vaadatuim (26 juhtu 150st). Samasugust tähelepanematust esines ka küsimuste 3, 4 ja 5 korral. Alaülesandele 5.3 vastates leiti Eesti filmide keskmine (11 õpilast). Alaülesande 5.5 lahendamisel võeti andmed mitte Eesti, vaid USA filmide kohta (13 õpilast). Alaülesande 5.2 korral liitis üks õpilane ülesandes nimetatud filmide vaatajate arvud kokku, märkamata, et külastajate õige arvu sai leida ülesande teksti teise lõigu eelviimasest lausest. Kaks õpilast võttis külastajate arvuks 250000.
- Alaülesande 5.3 lahendamisel oli valimi keskmine punktide arv 78% võimalikust kahest punktist. Üldiselt osati filmide keskmist arvu aastas (alaülesanne 5.3) hästi leida. Põhiliseks veaks oli vale andmete valik.
- Alaülesande 5.4 lahendamisel oli valimi keskmine punktide arv 71% võimalikust kahest punktist. Pea pooles töödest ei lahendatud alaülesannet 5.4 üldse, eksiti arvutamisel või võeti tekstist valed andmed. Töid, milles saadi õige vastus või esines vaid arvutuslikke näpuvigu, oli siiski üle poole. Et ülesandes ei olnud öeldud, millise täpsusega esitada nõutud protsent, tuli see õpilastel endil välja mõelda. Arvutamisel saadi $\frac{28}{332} \cdot 100 \% = 8,433...\%$ ja enamik esitas vastuseks $\approx 8,4\%$, mis oli õige vastus. Kui kontrolliks arvutada tagurpidi leitud protsendi 8,4 ja filmide koguarvu 332 järgi Eesti filmide arv, siis saaksime $0,084 \cdot 332 = 27,88 \approx 28$. Küll ei tohiks aga õigeks lugeda vastust 8%, sest siis saame kontrollimisel $26,56 \approx 27$ filmi, mis ei ole

õige. Vastus 8% esines läbivaadatud töödes seitsmel korral. Neist kolmes oli parandaja tõmmanud sellele punase joone alla ja viimastest ühe korral oli ka 1 punkt maha võetud. Neljas töös oli vastus 8% loetud täiesti õigeks (puudus ka punane märg). Loomulikult võis ka vastuse 8,43% õigeks lugeda, sest kontrollarvutuse tulemuseks saame 27,99 filmi, mis ongi ligikaudu 28 filmi, kuid siis oleks vastus juba liiga suure täpsusega (kuna 0,01% tähendab $\approx 0,03$ osa filmist (ka 0,03% on vaid $0,0996 \approx \frac{1}{3}$ filmi)). Ühes töös anti vastus koguni kaheksa kohaga pärast koma. Hindamisel oluks mõistlik lugeda õigeks vastused 8,4% ja ka 8,43%. See on meeldiv, et paljudes töödes nii just tehti (vastus 8,43% esines 14 korda). Kõike seda tuleks aga selgitada ka koolis. Tulemuse täpsuse määramiseks on kaks võimalust: 1) teha oletatava protsendiga „tagurpidi arvutus” ja olenevalt tulemusest suurendada või vähendada ühe komakoha võrra esialgse protsendi täpsust ning teha siis uus kontrollarvutus; 2) arvutada, mitu protsenti on üks vaadeldav ühik (üldiselt $\frac{100\%}{N}$) ja otsustada siis protsendi vajalike komakohtade üle. Käesoleva alaülesande korral on $\frac{100\%}{332} \approx 0,301\%$. Et üks Eesti film on $\approx 0,3\%$ aasta filmide arvust, siis tuleb säilitada vastuses protsendi kümnendikud (muidugi vastavalt ümardamisreeglitele).

- Alaülesande 5.5 lahendamisel oli valimi keskmine punktide arv kõigest 46% võimalikust kahest punktist. Peamiseks põhjuseks oli oskamatus väljendada kahanemist protsentides. Sagedane viga oli USA filmide protsendi leidmine vastaval aastal Eestis linastunud kõikide filmide arvust (ka neid leiti sageli valesti) ning siis nende protsentide lahutamine. Pääaegu paarikümnel juhul alustati lahendamist õigesti. Leiti, et 2012. aastal Eestis näidatud USA filmide arv (154) moodustas 2009. aastal näidatud USA filmide arvust (200) 77%, kuid sellega lahendamine lõppes. See näitab lahendusviisist selge arusaamise puudumist. Oli vaja teha veel vaid tehe $100\% - 77\% = 23\%$ ja õige vastus olekski olnud käes.

Ülesanne 6

- Ülesande 6 valis 1155 õpilast, neist 89 õpilase töid analüüsiti detailsemalt. Alaülesande 6.1 keskmine punktide arv oli 46% võimalikust kahest punktist. Õige vastus (17. aprillil) esines 15 korda. Enamikul juhtudest anti vastuseks 16. aprillil. Rahasumma (1 euro), mis oli viimasel päeval ühel sõbral kasutada, arvutati reeglina õigesti.

- Alaülesandes 6.2 saadi puuduvate sirgete joonestamise eest keskmiselt 54% punkte võimalikust neljast. Sagedamini eksiti kolmanda sõbra kohta käiva graafiku joonestamisega (18 töös). Vastavate valemite kirjutamisel saadi keskmiselt 45% võimalikust kahest punktist. Mitmes töös leiti enne lineaarfunktsioon ja seejärel joonestati graafik.

- Alaülesanne 6.3 lahendati 6. ülesande alaülesannetest kõige paremini. Keskmiselt saadi 56% võimalikust kahest punktist. Vaadatud 89 töö seas oli vastusega „EI” 26 tööd. Ühelgi ei olnud põhjendust, mis oluks õige. Neist 21 töö korral oli osa sirgetest valed, need ei lõikunud ühes punktis ja sellele põhjendamisel ka viidati. Järelikult oli joonise lugemine neil õpilastel selge. Viiel juhul oli joonis õige, aga vastati ikka „EI”, mis näitab, et joonist lugeda ei osatud. Domineerisid vastused „JAH”, mida põhjendati tavaliselt joonise abil, vahel ka arvutuslikul

teel (neist kuuel juhul ei olnud sirgeid joonestatud). Põhjenduseta esines vastus „JAH” kahel korral. Omaette rühma moodustasid 13 tööd, milles vastus oli „JAH”, aga seda põhjendati kujul *jahkui...*, näiteks *kui sõbrad oleksid raha vähem kulutanud; kui sõbrad oleksid kolmandalt laenanud* jne. Nende seas oli ka kaks tööd, milles joonis ja võrrandid olid õiged, aga põhjendati eespool kirjeldatud viisil.

Ülesanne 7

- Ülesande 7 valis 566 õpilast, kelle eksamitöödest sattus vaatluse alla 44. Nimetatud 566 õpilase keskmine punktide arv alaülesande 7.1 korral oli 55% võimalikust seitsmest punktist. Suure karbi kõrguse ja külgpindala leidmisega saadi hästi hakkama. Kuid üheksa õpilast 44st kasutas külgpindala leidmiseks vigast valemit, nt $S = abc$; $S_k = \frac{ah}{2}$; $S_k = ab$; $S_k = S_p H$.

- Keskmine punktide arv protsentides oli alaülesande 7.2 korral 51% võimalikust ühest punktist. Umbes poolel õpilastest oli suhte mõiste kasutamine meelet läinud. Kolm õpilast kasutas antud suhet 5 : 2 valesi (väikse karbi ruumala või põhjapindala leidmiseks). Üks õpilane ei märganud, et karpide kahe külje suhe oli antud ja leidis karpide kõrguste järgi nn oma suhte ning viis sellega arvutused korrektselt lõpuni. Väikese karbi ruumala osati arvutada umbes pooles töödest.

- Alaülesannet 7.3 asus lahendama 25 õpilast 44st. Vastuse, mida ootas eksamikomisjon, said vaid kolm õpilast. Lahendustest oli näha, et ülesandes esitatud küsimust mõisteti mitmeti. Näiteks mõnes töös arutleti, kuidas tuleks pinnalaotust paberile paigutada, et see võtaks rullist vähem paberit. Ülesandes oli märgitud, et selgitada võib ka arvutuste abil. Osa õpilastest arvas ilmselt, et „kavala” küsimise kaudu tahetakse teada täispindalat ja see kirjutatigi kommentaarideta vastuseks. Alaülesannet 7.3 lahendanute (566 õpilast) keskmine punktide arv võimalikust kahest punktist oli vaid 26%. See oli ka madalaim protsent kõigi alaülesannete seas.

Matemaatiline ortograafia ja korrektsus

- Esines soiditud töid, milles mittesooditud tulemused tõmmati maha vaba käega ja korduvalt või jooniseid parandati korduvalt. Üldmulje töödest oli siiski hea.

- Õpilased kirjutasi ümardatud, eriti just arvutilt loetud tulemuse ette võrdusmärgi =, mitte ≈.

- Ei kasutatud vajalikes kohtades sulge. Näiteks kirjutati $(-2)^2$ asemele $- 2^2$ ja sageli jätkati võrdust õige vastusega 4. Palju puudus vajalikke sulge 1. ülesandes.

- Esines uute tehete või teisenduste sissetoomist võrduste ahelas. Näiteks 4. ülesande lahendamisel kirjutati mitmes töös $2 \text{ kg} = 2000 \text{ g} : 4 = 500 \text{ g} = 0,5 \text{ kg}$, ülesande 1 lahendamisel kirjutati $\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b} = \frac{(a-b)^2 - (a+b)^2}{(a+b)(a-b)} \cdot (a^2 - b^2) = \dots$

- Ruutfunktsiooni nullkohtade leidmisel jäeti vastav ruutvõrrand kirjutamata.

- Tehti elementaarseid arvutus- ja teisendusvigu, s.t ei tuntud „mängureegleid” ja kirjutati näiteks $3 \cdot 2^2 = 6^2$; $2^2 + 2^2 = 4^2$; $4^2 = 8$, $16 \text{ m}^2 = 1600 \text{ cm}^2$. Need vead võisid tekkida ka hajameelsusest. Hajameelsuse, tähelepanematuse või lohakuse ilminguks võib vist pidada ka kirjutisi $200 - 154 = 6$; $2 \cdot 1,8 + y = 5 \Rightarrow 5y = 3,6$; $8,43 \% \approx 8,5 \%$.

Tööde hindamine

Tööd olid üldiselt korralikult parandatud ja hinnatud. Mõned üksikud möödalaskmised torkasid siiski silma.

- Viga ei märgitud seal, kus see tekkis, vaid alles lõpus (vastuses).
- Vead jäeti üldse märkimata.
- Funktsiooni nullkohtade esitamist kujul $(-1; 0)$, $(3; 0)$ luges mõni õpetaja veaks.
- Eksamitööde põhjal jääb mulje, et parandamisel vaatasid õpetajad sageli vaid lõpptulemust, s.t vastust. Kui lisaks oli ka lahenduse algus õige, loeti kogu lahendus õigeks. Kuidas muidu mõista näiteks olukorda, et võrrandi lahendamisel oluiks õige $-3,8y = -5,32$, kuid õpilane kirjutab $-3,8 = -5,32$, $3,8 = 5,32$, $y = 1,4$, viga ei fikseeritud ja ülesande eest saadi maksimaalsed 8 punkti. Analüüsi koostaja ei arva, et õpilasel tuleks sellise lohakuse eest punkte maha võtta, aga vea peaks siiski fikseerima. Just selliste vigade eest „karistamiseks” soovibki osa õpetajatest õigust hinnata ülesandeid ka poole punkti kaupa.

Esines ka nn topeltvigu, mis jäid märkamata ja andsid lõpuks õige vastuse. Näiteks ruutvõrrandis oli kordaja $b = -4$, lahendivalemis esineva $-b$ asemele kirjutab õpilane aga -4 . Paari ümberkirjutamise järel muutus -4 kogemata arvuks 4 . Tulemus tuli õige, kuigi õpilane tegi kaks viga.

Kokkuvõte ja järeldused

Üksikult võttes olid 9. klassi lõpueksami ülesanded õpilastele jõukohased, temaatika vastas matemaatika ainekavale ja õppekavas ette nähtud ainealastele pädevustele. Eksamitöö kui tervik andis aga tulemust, mis oli nii edukuse kui ka kvaliteedi poolest kuue viimse aasta halvim või oli mõne näitaja osas võrreldav 2009. aasta tulemusega. Ei usu, et selle ainsaks põhjuseks võib pidada eksamitööd tervikuna ning asjaolu, et ülesannete lahendamisel tekkis paljudel õpilastel ajapuudus, mille põhjustas omakorda mõne ülesande tavapärasest pikem tekst. Seejuures ei tohiks unustada, et kõige paremini lahendati just kõige pikema teksti ja kõige rohkemate andmetega 5. ülesanne. Selline vastuolu ülesannete ja tulemuste vahel peaks tegema murelikuks ja panema mõtlema iga haridusega seotud inimese. Lisaks eespool nimetatud oletatavatele põhjustele lisandub veel õpetajaskonna (just põhikoolis) kvaliteedi langus, millest on seoses tööandjate manifestiga juttu olnud ka ajakirjanduses. Tõenäoliselt võib see olla nii, sest ajaliselt sobib eelnimetatud ilming hästi kampaaniaga „Noored Kooli” ja on osaliselt selle „õis”.