

Põhikooli matemaatika lõpueksam 2015 (lühikokkuvõte)

Deivi Taal
SA Innove matemaatika peaspetsialist

Põhikooli matemaatika lõpueksam (edaspidi: eksam) on kõigile põhikooli 9. klassi õpilastele kohustuslik eksam.

Eksami ülesanded võib jagada kahte ossa: – ülesanded 1–5 (iga ülesanne 8 punkti) on kohustuslikud ülesanded ning ülesanded 6 ja 7 on valikülesanded (iga ülesanne 10 punkti), mille hulgast iga õpilane valib ühe temale sobiva ülesande. Igas eksamitöös hinnatakse maksimaalselt 6 ülesande lahenduse õigsust.

2015. a põhikooli matemaatika lõpueksami tulemused

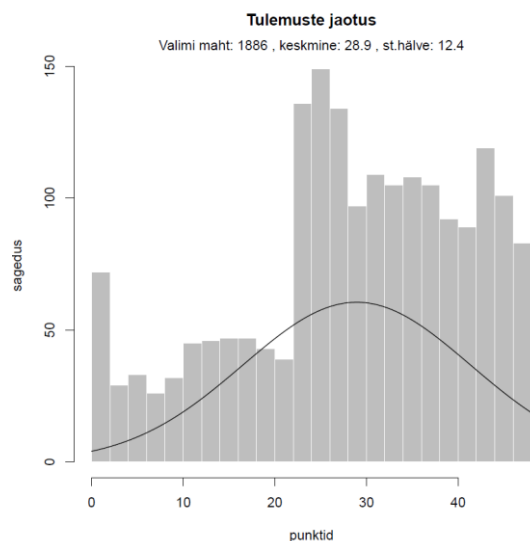
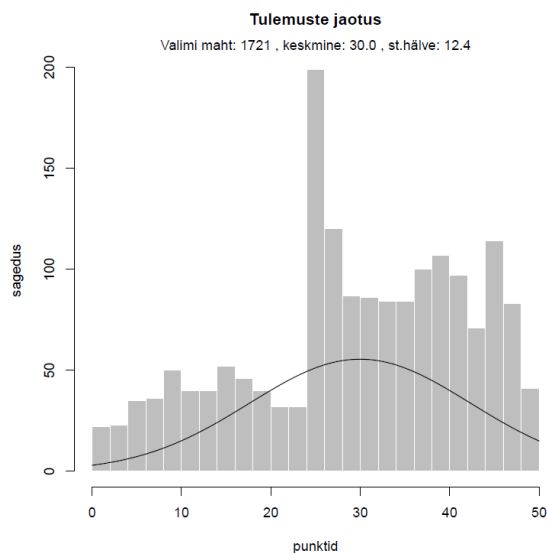
Eksamiülesanded olid koostatud vastavalt riiklikus õppekavas loetletud eesmärkidele ja nõutud õpitulemustele. Ülesanded kontrollisid nõutud teemade omandatust. Kontrolliti faktiteadmisi, loogilist mõtlemist, arutlusoskust, mõistete tundmist ja nende rakendusoskust. 2015. a põhikooli lõpueksam kontrollis, kas põhikoolilõpetaja

- teab, mis on üksliige ja hulkliige;
- oskab teostada tehteid üksliikmete ja hulkliikmetega;
- teab ja oskab rakendada algebra valemeid (ruutude vahe ja vahe ruudu valem);
- oskab arvutada ratsionaalarvudega;
- teab ja oskab lahendada võrdkujulist võrrandit;
- teab võrrandi põhiomadusi;
- teab ja oskab lahendada täielikku ja mittetäielikku ruutvõrrandit;
- teab pöördarvu mõistet;
- teab ja oskab lahendada lineaarvõrrandit;
- oskab lahendada tekstülesannet võrrandite ja/või võrrandisüsteemi abil ja kontrollida saadud lahendite õigsust;
- teab ja tunneb tasandilisi kujundeid (trapets, täisnurkne kolmnurk), nende omadusi ja oskab leida kujundite übermõõtu ja pindala;
- oskab rakendada Pythagorase teoreemi;
- modelleerib, tõlgendab ja lahendab lihtsaid, reaalses elus esinevaid probleeme;
- loeb andmeid sektordiagrammilt;
- mõistab ülesande sisu ja oskab tekstist leida ülesande lahendamiseks vajalike andmeid (info selekteerimine ja funktsionaalne lugemisoskus);
- teab ja oskab teisendada pindalaühikuid;
- oskab leida terviku protsentides antud osamäära järgi;
- oskab väljendada murruna antud osa protsentides;
- oskab määrata suuruse kasvamist ja kahanemist protsentides;
- mõistab ülesande sisu ja oskab tekstist leida ülesande lahendamiseks vajalikke andmeid (info selekteerimine ja funktsionaalne lugemisoskus);
- oskab joonestada valemi järgi lineaar- ja ruutfunktsiooni graafiku ning lugeda graafikult funktsiooni ja argumendi väärtusi;
- oskab selgitada funktsiooni nullkohtade tähendust ning leida nullkohad funktsiooni graafikult ja valemist;
- oskab lahendada ruutvõrrandeid;
- oskab lugeda jooniselt ja arvutada parabooli haripunkti koordinaate;
- oskab selgitada funktsiooni graafiku asendi ja kuju sõltuvust funktsiooni avaldises olevatest kordajatest;

- oskab määrata valemi või graafiku järgi funktsiooni liiki;
- oskab koostada ja rakendada ülesande lahendamisel sobivaid matemaatilisi mudeleid;
- teab ja tunneb ainekavajärgseid ruumilisi kujundeid, oskab leida nende ruumala;
- oskab lahendada geomeetrilise sisuga elulist probleemülesannet;
- oskab joonestada ning konstrueerida tasandilisi (kolmnurk, ristkülik, ruut, ring) ja ruumilisi (risttahukas, korrapärane püramiid, silinder) kujundeid etteantud elementide järgi;
- oskab arvutada kujundite joonelemente, ümbermõõtu, pindala ja ruumala;
- oskab kirjeldada kujundite omadusi ning klassifitseerida kujundeid;
- oskab põhjendada väiteid.

	2011	2012	2013	2014	2015
Valimi suurus	1841	1820	1799	1721	1886
Keskmine tulemus	31,3 p	33,2 p	33,7 p	30,0 p	28,9 p
Keskmine lahendatus	62,6%	66,4%	67,4%	60,0%	60,3%
Standardhälve	12,8	11,8	12,7	12,4	12,4

Tabel 1. Põhikooli matemaatika lõpueksameid (2011–2015) iseloomustavad näitajad

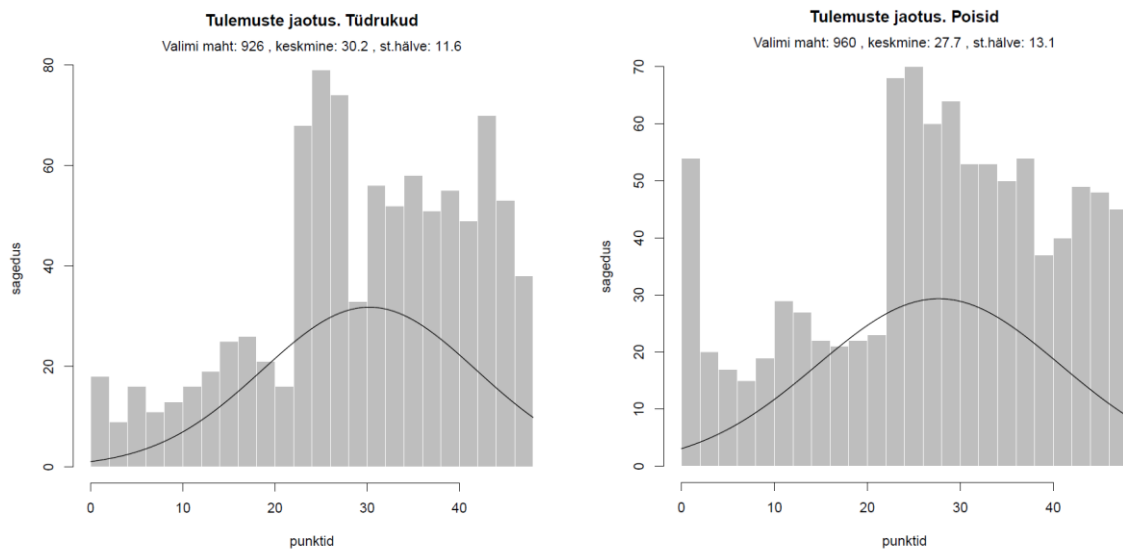


Joonis 1. Tulemuste võrdlus aastatel 2014–2015

2015. aastal kuulus valimisse 1886 õpilast, neist 1321 õpilast eesti ja 565 vene õppekeelega koolidest. Poisse oli valimis 960 ja tüdrukuid 926.

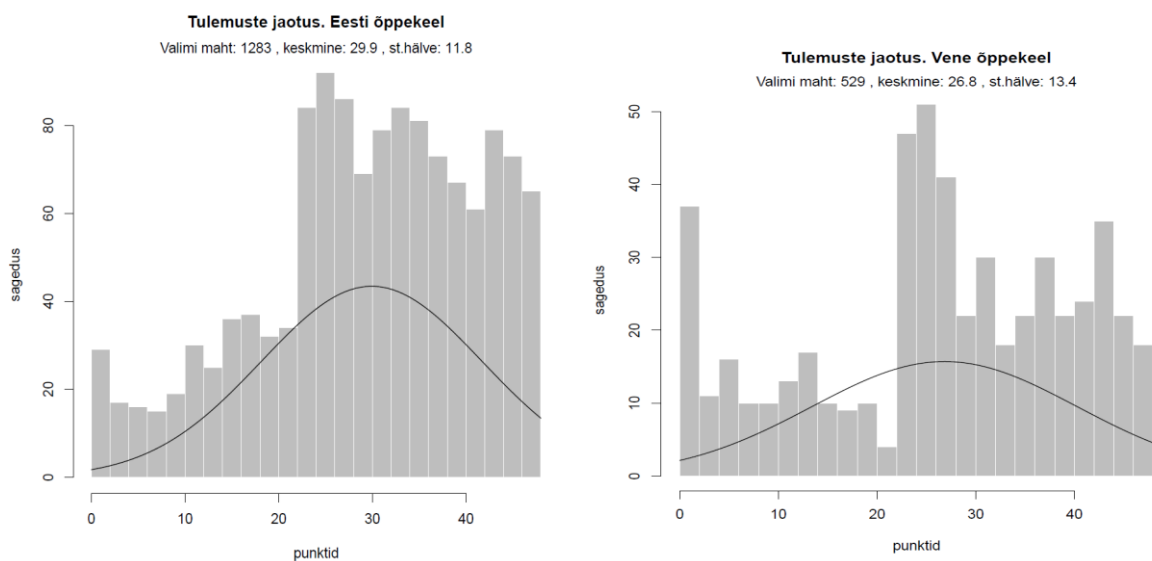
Eesti õppekeelega õpilastel oli eksamil võimalik maksimaalselt saada 48 punkti ja vene õppekeelega õpilastel 50 punkti. Üldises statistikas on kõiki tulemusi võrreldud 48-punktilisel skaalal, st vene õppekeelega koolide õpilaste statistilistest andmetest on 14. hindamiskasti väärtus välja jäetud.

Eelmisel aastal oli poiste ja tüdrukute keskmiste tulemuste vahe väga väike (2,9 protsendipunkti). Punktide vahe jäi vastavate keskmiste punktide usalduspiiride ühisossa ja selle erinevuse võib panna juhusse arvele. Sel aastal oli poiste keskmine tulemus 27,7 punkti (lahendatus 57,7%) ja tüdrukutel 30,2 punkti (lahendatus 63,0%); vahe 5,3 protsendipunkti. Usalduspiiridel ühisosa puudub ja seega võib öelda, et tüdrukute keskmine tulemus on pisut parem kui poistel.



Joonis 2. Tulemused sooti aastal 2015

Eelmisel aastal oli eesti ja vene õppekeele koolide õpilaste keskmiste tulemuste vahe 1,6 protsendipunkti. Usalduspiiride võrdlemise tulemusena ei saa erinevust lugeda oluliseks. Sel aastal oli eesti õppekeele koolide õpilaste keskmine tulemus 29,9 punkti (lahendus 62,4%) ja vene õppekeele koolide õpilastel 26,8 (lahendus 55,9%); vahe 6,5 protsendipunkti. Võib öelda, et eesti õppekeele õpilaste keskmine tulemus on parem kui vene õppekeele õpilastel. Varasematel aastatel on tavaliselt olnud vene õppekeele koolide õpilaste keskmine tulemus kõrgem kui eesti õppekeele õpilastel.



Joonis 3. Tulemused õppekeele järgi aastal 2015

Eksamitulemused maakondade kaupa ei ole üheselt võrreldavad, sest maakonnad erinevad oluliselt valimisse kuulunud õpilaste arvu poolest (nt erineb valimisse kuulunud õpilaste arv Harju- ja Hiiumaal ca 32 korda). Keskmisest kõrgemad tulemused olid Hiiumaa (34,2 punkti), Saaremaa (32,4 punkti) ja Tartumaa (31,2 punkti) koolide õpilastel. Keskmisest tunduvalt madalamad tulemused olid Läänemaa (24,2 punkti) ja Valgamaa (15,7 punkti) koolide õpilastel.

Veel mõni aasta tagasi võis märgata, et põhikooli lõpueksami tulemuste kvaliteedi ja edukuse näitajad aasta-aastalt tasapisi paranevad (vt tabel 2). Aastal 2014 tuli aga järsk langus ja näitajad halvenesid. 2015. aastal need oluliselt ei muutunud ja olukord on jätkuvalt murettekitav. Mis võis olla põhjuseks? Sügavama analüüsita on seda raske öelda, sest muutus nii õppekava kui ka hindamiskriteeriumid. Põhjuseid on kindlasti veel. Sama tendents on kahjuks ka 6. klassi tasemetöö tulemuste näitajates.

	2011	2012	2013	2014	2015
Edukus	81,5%	83,9%	84,4%	74,0%	74,3%
Kvaliteet	46,1%	51,3%	54,0%	34,4%	35,4%

Tabel 2. Kvaliteet ja edukus aastatel 2011–2015

Tüdrukud on endiselt edukamad kui poisid (vastavad näitajad 78,2% ja 70,6%; vahe 7,6 protsendipunkti). Eelmise aastaga võrreldes on vahe suurenenud tüdrukute kasuks 4,5 protsendipunkti. Kvaliteedinäitajadki on tüdrukutel kõrgemad kui poistel (vastavalt 38,9% ja 32,0%; vahe 6,9 protsendipunkti). Vahe on eelmise aastaga võrreldes vähenenud 1,6 protsendipunkti poiste kasuks.

Juba aastaid oleme saanud rääkida sellest, et vene õppekeelega koolide õpilased on põhikooli matemaatika lõpueksamil edukamad kui eesti õppekeelega koolide õpilased (nt aastal 2012 oli vahe lausa 10,3 protsendipunkti). Eelmisel aastal oli edukuse näitaja eesti õppekeelega koolide õpilastel 72,6% ja vene õppekeelega koolide õpilastel 78,7%. Sellel aastal on vastavad näitajad aga 76,9% ja 68,6%! Vajab eraldi analüüsimist, mis juhtus vene õppekeelega koolide õpilaste tulemustega, et edukus langes hüppeliselt ca 10 protsendipunkti.

Mitu aastat on ka kvaliteedinäitaja olnud vene õppekeelega koolide õpilastel kõrgem kui eesti õppekeelega koolide õpilastel. Eelmisel aastal oli tulemus juba peaaegu võrdne (vastavalt 34,9% (vene õppekeel) ja 34,3% (eesti õppekeel)). Sel aastal oli kvaliteet vene õppekeelega koolide õpilastel 31,8% ja eesti õppekeelega koolide õpilastel 37,1%. Langus vene õppekeelega õpilaste kvaliteedinäitajate tulemustes ei ole märkimisväärne (ca 3 protsendipunkti), aga siiski olemas.

Ei ole saladus, et põhikoolis on erinevus poiste ja tüdrukute matemaatika tulemuste/teadmiste vahel väga suur. Peale I kooliastet hakkavad just paljudel poistel (kuid viimasel ajal ka tüdrukutel) tekkima probleemid matemaatikas edasijõudmisega.

	2011	2012	2013	2014	2015
Poisid	20,4%	20,3%	18,0%	27,6%	29,4%
Tüdrukud	16,6%	13,5%	13,1%	24,5%	21,8%

Tabel 3. Ebaõnnestujate jaotus soo järgi aastatel 2011–2015

Eelmise aasta valimi põhjal ei sooritanud eesti õppekeelega koolide õpilastest põhieksamit 27,4%, aga vene õppekeelega koolide õpilastest 21,3%. Sellel aastal olid vastavad arvud 23,1% ja 31,4%. Need arvud on väga murettekitavad ja vajaksid põhjalikumalt analüüsi. Küsimusele, milline on tegelik läbikukkujate arv (võib-olla veel suurem?), peaks andma vastuse eksamite e-protokollide kasutamine. Sel kevadel alustati katsetustega ja ilmselt järgmisel kevadel on e-protokoll juba iga eksami lahutamatu osa.

Õpilaste keskmised aastahinded olid ka sel aastal pisut kõrgemad kui keskmised eksamihinded. Vahe ei olnud suur (0,15). Tüdrukute hinnete vahe oli suurem (poiste hinnete vahe 0,08 ja tüdrukute hinnete vahe 0,24). Eesti õppekeelega õpilastel olid aastahinded 0,19 võrra kõrgemad ja vene õppekeelega õpilastel 0,05 võrra kõrgemad kui eksamihinded.

Tulemused ülesannete kaupa

Ül nr	1 (8p)	2 (8p)	3 (8p)	4 (6p)	5 (8p)	6 (10p)	7 (10p)
Keskmine tulemus	6,36 p	4,55 p	4,80 p	4,08 p	4,74 p	3,42 p	5,06 p
Lahendatus	79,5%	56,8%	60,0%	68,1%	59,2%	34,2%	50,6%

Tabel 4. Tulemused ülesannete kaupa

N-ö kohustuslikke ülesandeid lahendati päris hästi, kõige paremini 1. ülesannet (tehted üks- ja hulkliikmetega; algebra valemid; arvutamine ratsionaalarvudega). Väga halvasti lahendati I valikülesannet (ruutfunktsioon ja selle graafik).

Tulemuste põhjal võib öelda, et õpilased teavad üsna hästi tundides õpitud mõisteid, valemeid, seoseid, algoritme ja oskavad neid rakendada (rutiinsete) ülesannete lahendamisel. Probleemid tekivad kohe, kui ülesanne nõuab püstitatud probleemi mõistmist, tekstis toodud informatsiooni adekvaatset tõlgendamist, optimaalse lahenduskäigu leidmist jms. Paljudel õpilastel on eespool kirjeldatud oskused väga puudulikud, mõnel kahjuks puuduvad hoopis. Aina rohkem on õpetajate tagasisides ühe probleemina märgitud just õpilaste puudulikku tekstimõistmis- ja lugemisoskust.

	ül 1	ül 2	ül 3	ül 4	ül 5	ül 6	ül 7
Poisid	76,4%	52,1%	57,2%	66,0%	59,1%	31,1%	48,1%
Tüdrukud	82,7%	61,8%	62,8%	70,2%	59,3%	37,5%	53,3%
Keskmine	79,5%	56,8%	60,0%	68,1%	59,2%	34,2%	50,6%

Tabel 5. Poiste ja tüdrukute tulemused (lahendatus protsentides) ülesannete kaupa

Sel aastal olid tüdrukute tulemused kõikide ülesannete puhul poiste tulemustest kõrgemad (vt tabel 5). Kui varasematel aastatel lahendasid poisid paremini rakendusliku sisuga ülesandeid (nt ülesande tekstis toodud info tõlgendamine, püstitatud probleemi mõistmine, teadmiste kasutamine mitterutiinsetes olukordades, erinevad lahendusstrateegiad, tabelite ja/või diagrammid kasutamine, elulised tekstülesanded jms), siis sel aastal oli ka selliste ülesannete lahendatus tüdrukutel parem.

	ül 1	ül 2	ül 3	ül 4	ül 5	ül 6	ül 7
Eesti	80,7%	57,6%	60,2%	71,2%	63,0%	38,0%	52,6%
Vene	77,9%	56,1%	59,9%	61,0%	50,7%	28,0%	44,8%
Keskmine	79,5%	56,8%	60,0%	68,1%	59,2%	34,2%	50,6%

Tabel 6. Eesti ja vene õppekeeleaga õpilaste tulemused (lahendatus protsentides) ülesannete kaupa

Sel aastal lahendasid eesti õppekeeleaga koolide õpilased kõiki ülesandeid paremini kui vene õppekeeleaga koolide õpilased. Eriti suured on erinevused ülesannete 4, 6 ja 7 tulemustes.

Vigadest ja hindamisest

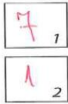
Järgnev ülevaade on koostatud ca 200 valimitöö põhjal ja välja on toodud sellised olukorrad, mis esinesid korduvalt ja/või olid äärmiselt tavatud. Lisatud on originaallahendusi õpilaste töödest.

Ülesanne 1

Põhivead

- Eksimused algebra valemite rakendamisel.
- Sulu ees oleva miinusmärgi mitteamistamine.
- Vormistusvead, mis jäid tihti õpetajatel parandamata.

Õpetajale



Ülesanne 1. (8 punkti)

Lihtsusta avaldis $(3+2a)(2a-3)+b(b-a)-(b-2a)^2$

ja arvuta selle väärtus, kui $a = \frac{1}{3}$ ja $b = -6$.

$$\begin{aligned} & (3+2a)(2a-3) + b(b-a) - (b-2a)^2 \\ & 6a - 9 + 4a^2 - ba + b^2 - ba - b^2 + 4ba - 4a^2 \\ & -9 - ba + 4ba \\ & -9 + 3ab \\ \text{kui } a &= \frac{1}{3} \text{ ja } b = -6, \text{ siis:} \\ & -9 + 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot (-6) \\ & \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{3} = 1 \\ & 1 \cdot (-6) = -6 \\ & -9 + (-6) = -15 \\ \text{Vastus} & \text{ avaldise väärtus on } -15. \end{aligned}$$

Kommentaar

On arusaadav, et õpilane teemat valdab. Vormistuslikult on aga päris mitu viga (avaldisel lihtsustamisel rea lõpust ja algusest puudub võrdusmärk; arvutamisel peavad -6 ümber olema sulud). Õpetaja peab sellised vead märkima/parandama. Punkte maha võtta ei ole vaja.

Õpetajale



Ülesanne 1. (8 punkti)

Lihtsusta avaldis $(3+2a)(2a-3)+b(b-a)-(b-2a)^2$

ja arvuta selle väärtus, kui $a = \frac{1}{3}$ ja $b = -6$.

$$\begin{aligned} & (3+2a)(2a-3) + b(b-a) - (b-2a)^2 \\ & \sqrt{9 + 4a^2 + 2b - ab - 3b - 4ab + 4a^2} = 9 - ab + 4ab = 9 - 4 = 5 \\ \text{Vastus, millele} & \text{ vastab } 5 \end{aligned}$$

Kommentaar

Täiesti valesti hinnatud. Õige oleks: kast 1 – 0, kast 2 – 0.

Ülesanne 2

Põhivead

- Puudus lahendite kontroll või ei osatud lahendite õigsust kontrollida (peamiselt kontrolliti lahendite sobivust vahepealse(te) võrrandi(te)ga). Lahendite kontrollimisel eksis või jättis kontrolli tegemata 42% õpilastest.
- Aeti segamini mõisted pöördarv ja vastandarv (lahendatus vaid 29,2%).

Задание 2. (8 баллов)

Дано уравнение $\frac{x^2 - x + 2}{4} = \frac{x + 3}{5}$.

1. Реши уравнение и выполни проверку.
2. Вычисли произведение чисел, обратных корням данного уравнения.

$$\frac{x^2 - x + 2}{4} = \frac{x + 3}{5}$$

1. $\frac{x^2 - x + 2}{4} = \frac{x + 3}{5}$

2. $\frac{5(x^2 - x + 2)}{20} = \frac{4(x + 3)}{20}$

3. $x^2 - x + 2 = 0$ (crossed out)
 $x_{1,2} = \frac{-x \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 2,6}{2} =$
 $x_1 = 0,8$
 $x_2 = -1,8$

Проверка: $\frac{1,6^2 - 1,6 + 2}{4} = \frac{1,6 + 3}{5}$
 $0,74 = 0,92$

4. $5(x - 0,8)(x - 1,8) = 4(x + 3)$

5. $(5x - 4)(5x - 9) = 4x + 12$

6. $25x - 45 - 20x - 5 = 16x$

7. $x = 16 : -45$

8. $x = -2,8$

Проверка: $\frac{x^2 - x + 2}{4} = \frac{x + 3}{5} \Rightarrow \frac{-2,8^2 - 2,8 + 2}{4} = \frac{-2,8 + 3}{5}$
 $-2,16 \neq 0,04$

Для учителя:

1 3

— 4

1 5

— 6

— 7

Kommentaar

Õpilane on saanud 1 punkti algvõrrandi teisendamise eest ja 1 punkti oma lahendi õigsuse kontrollimise eest. Punktide jaotus õiglane, aga õpetaja oleks pidanud ka vead parandama.

Ülesanne 2. (8 punkti)

On antud võrrand $\frac{x^2 - x + 2}{4} = \frac{x + 3}{5}$.

1. Lahenda võrrand ja kontrolli lahendite õigsust.
2. Arvuta leitud lahendite pöördarvude korrutis.

1) $\frac{x^2 - x + 2}{4} = \frac{x + 3}{5} \quad | \cdot 20 \quad 5x^2 - 5x + 10 = 4x + 12$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 5 \cdot 70}}{2 \cdot 5}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{-245}}{10}$$

$$x = \frac{5 \pm 10i\sqrt{2.45}}{10}$$

$$x_1 = 1.8$$

$$x_2 = -0.8$$

Kontroll: kui $x = 1.8$ $V = \frac{1.8^2 - 1.8 + 2}{4} = 0.86$

$$P = \frac{1.8 + 3}{5} = 0.96$$

Kui $x = -0.8$ $V = \frac{(-0.8)^2 - (-0.8) + 2}{4} = 0.86$

$$P = \frac{-0.8 + 3}{5} = 0.44$$

-0.8 pöördarv on -1.25 / 1.8 pöördarv on 0.555

2) $0.8 \cdot (-1.25) = -1$

Õpetajale

1 3

1 4

2 5

0 6

1 7

Kommentaar

Õpilane sai õiglaselt 1 punkti algvõrrandi teisendamise eest (kast 3).

Üldkujul oleva ruutvõrrandini õpilane ei jõudnud, aga mingit ruutvõrrandit on siiski lahendada hakanud. Lahendivalemisse asendatud arvud on valed, õpetaja neid parandanud ei ole ja ilmselt on andnud 1 punkti valemi eest (kast 4). Kontroll on n-ö oma lahenditega õigesti teostatud ja saadud 2 punkti (kast 5) on igati õigustatud. Segamini on aetud mõisted pöördarv ja vastandarv, selle eest 0 punkti (kasti 6). N-ö oma pöördarvude korrutis on õigesti leitud – 1 punkt (kast 7).

Ülesanne 2. (8 punkti)

On antud võrrand $\frac{x^2 - x + 2}{4} = \frac{x + 3}{5}$.

1. Lahenda võrrand ja kontrolli lahendite õigsust.
2. Arvuta leitud lahendite pöördarvude korrutis.

$$\frac{x^2 - x + 2}{4} = \frac{x + 3}{5}$$
$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2)}}{2 \cdot 5} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 40}}{10} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{10}$$
$$\frac{(x + 1)(x - 2)}{4} = \frac{x + 3}{5}$$
$$\frac{(x + 1)(x - 2)(x - 3)}{4 \cdot 5} = \frac{2(x + 1)}{-1}$$
$$x_1 = -0.2$$
$$x_2 = 2$$

Õpetajale

0	3
1	4
0	5
0	6
0	7

Kommentaar

Võib arvata, et õpetaja on andnud 1 punkti ruutvõrrandi lahendivalemi eest, kuigi valemit kirjas ei ole ja tegelikult õpilane seda rakendada ei oska. Samuti on kastidesse märkimine vale. Korrektn oleks: - (kast 3), 0 (kast 4), kastidesse 5, 6, 7 tulnuks märkida -.

Ülesanne 3

Põhivead

- Tekstülesandel puudus sisuline kontroll (õpilased ei osanud seda üldse teha või kontrollisid lahenduses kasutatud võrrandeid); lahendatus 47,1%.
- Õpetajad andsid ja/või märkisid alternatiivsete lahenduste (st hindamisjuhendis pakutust erinevate) hindamisel punkte valesti.

Õpetajale

8	8
-	9
-	10
-	11

Ülesanne 3. (8 punkti)

Kassinäitusel olid angoora, siiami, pärsia ja siberi kassid. Siiami kasse oli 2 korda rohkem kui angoora kasse, aga 3 korda vähem kui pärsia kasse. Siberi kasse oli 13 võrra vähem kui pärsia kasse. Mitu kassi igast tõust osales näitusel, kui kokku oli seal 47 kassi?

Siberi - 13, kui Pärsia
Siiami 2x rohkem kui Angoora
3x vähem kui pärsia

kui Siberi kasse oleks 11, siis saame Pärsia kasse 11 + 13, mis on 24 kasse. Siiami kasse on 3 korda vähem kui pärsia kasse 24 : 3 on 8 kasse ja Angoora kasse on 8 : 2 = 4 kasse

Vastus: Siberi kasse on 11, Pärsia kasse 24, Siiami kasse 8 ja Angoora kasse 4.

K: 11 + 24 + 8 + 4 = 47 kasse.

Kommentaär

Hindamiskastid valesti täidetud. Õige oleks: kastidesse 8, 9 tulnuks märkida – (ei ole koostatud ühtegi võrrandit ega neid ka lahendatud), 2 punkti (kast 10) (leitakse vastavalt oletusele õiged kasside arvud), 0 (kast 11)(sisuline kontroll puudub).

Ülesanne 4

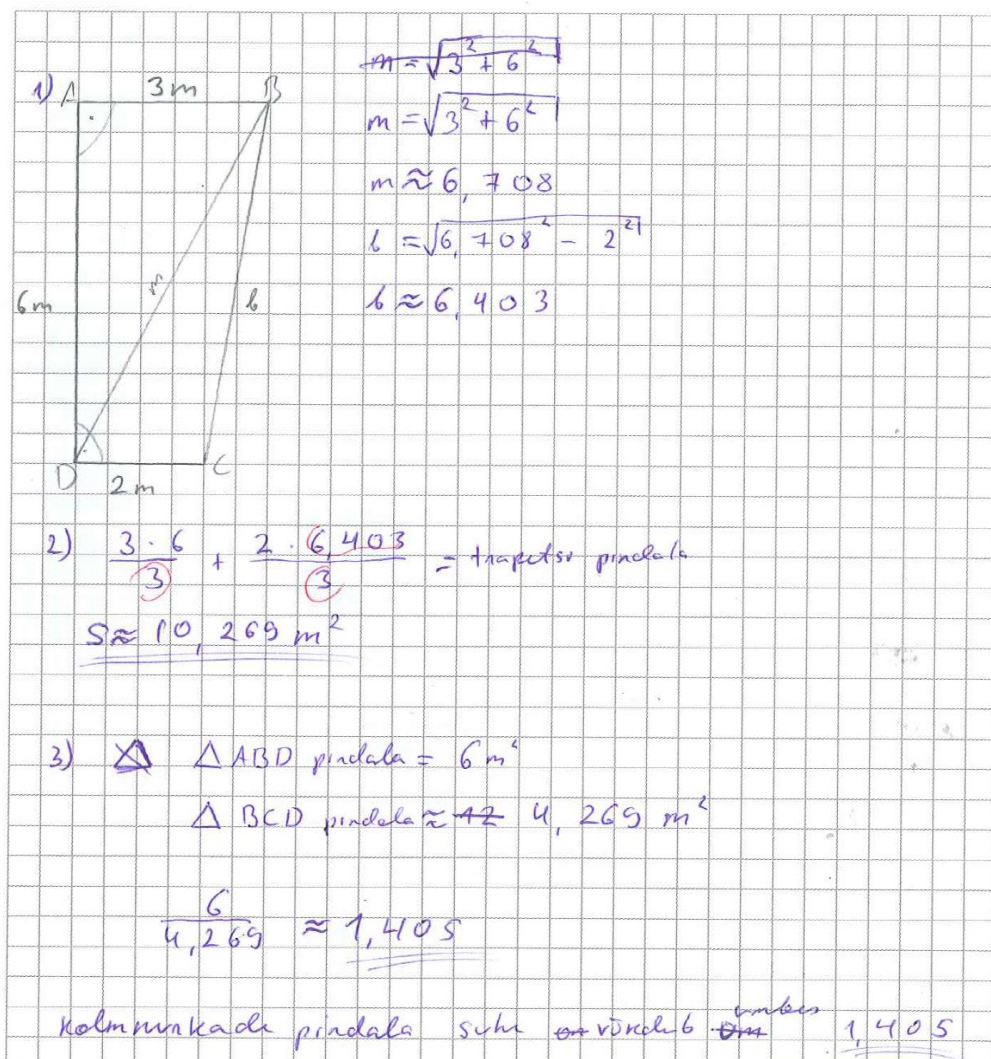
Põhivead

- Ebakorrektsed joonised: lohakad, joonistatud pasta- või tindipliatsiga ja joonlauda kasutamata.
- Õpilastele jäi arusaamatuks, mida tähendab *kolmnurkade pindalade suhe*.

Ülesanne 4. (8 punkti)

Täisnurkse trapetsi alused on 2 m ja 3 m ning lühem haar 6 m.

1. Tee joonis.
2. Arvuta trapetsi pindala.
3. Selle trapetsi pikem diagonaal jaotab trapetsi kaheks kolmnurgaks. Arvuta nende kolmnurkade pindalade suhe.



Õpetajale

1₁₂

1₁₃

14

1₁₅

1₁₆

1₁₇

Kommentaär

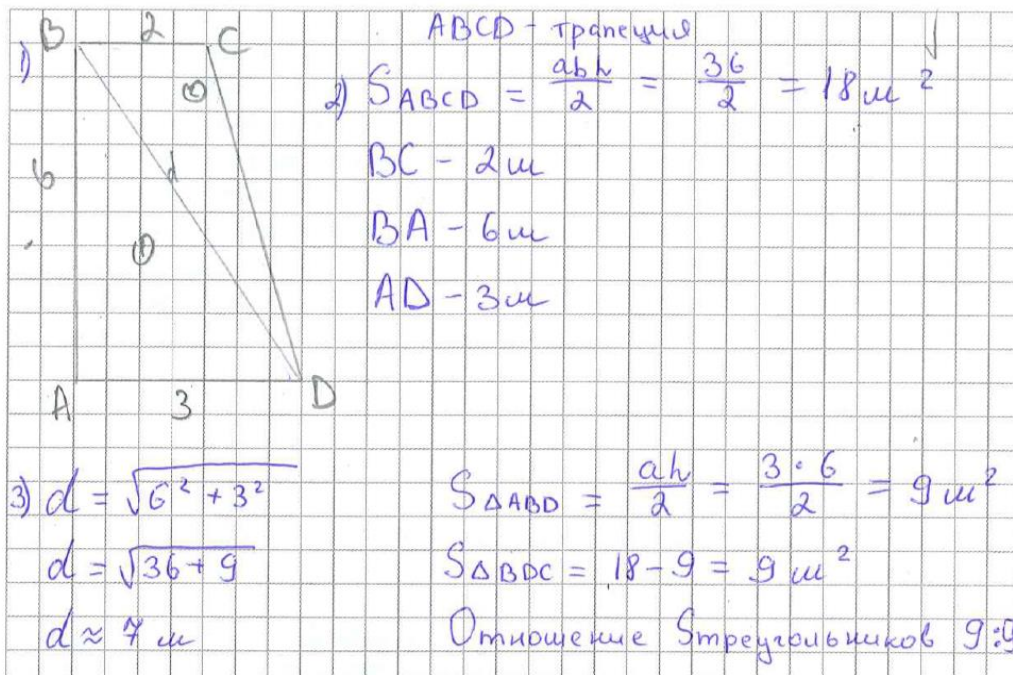
Mille eest on õpilane kasti 13 saanud 1 punkti? Õige oleks: kast 13 – 0 punkti. Kolmnurga ABD pindala vale, st kast 15 – 0 punkti. Kastidesse 16, 17 on 1 punkt õige

(õpilase leitud andmetega tulemused õiged; kolmnurga BCD pindala leidmist kirjeldatud ei ole, aga see on kergesti „aimatav“).

Задание 4. (8 баллов)

Длины оснований прямоугольной трапеции равны 2 м и 3 м, а длина меньшей боковой стороны равна 6 м.

1. Выполни чертеж.
2. Вычисли площадь трапеции.
3. Большая диагональ делит трапецию на два треугольника. Вычисли длину большей диагонали и отношение площадей этих треугольников.



Для учителя

1₁₂

1₁₃

2₁₄

1₁₅

1₁₆

1₁₇

Kommentaar

Trapetsi pindala täiesti valesti leitud, st õige oleks: kast 13 – 0 punkti.

Õpilane on joonise teinud õigete proportsioonidega (luges ruute) ja on selgelt näha, et ülesandes nimetatud kolmnurgad ei ole pindvõrdsed. Ometi kirjutab õpilane vastuseks, et pindalade suhe on 9:9.

Задание 4. (8 баллов)

Длины оснований прямоугольной трапеции равны 2 м и 3 м, а длина меньшей боковой стороны равна 6 м.

1. Выполни чертеж.
2. Вычисли площадь трапеции.
3. Большая диагональ делит трапецию на два треугольника. Вычисли длину большей диагонали и отношение площадей этих треугольников.

Дано:

$AB = 2 \text{ м}$

$CD = 3 \text{ м}$

$BD = 6 \text{ м}$

$S = ?$

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h \Rightarrow S = \frac{2+3}{2} \cdot 6 = 15 (\text{м}^2)$$

Рассмотрим $\triangle BED$ и с помощью теоремы Пифагора, найдем BE

$BE = 6 \text{ м}$, $ED = CD - AB = 3 - 2 = 1 (\text{м})$

Пиф.: $a^2 + b^2 = c^2$

$AD = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} (\text{м})$

$$S = \frac{3 + 5\sqrt{10}}{2} \cdot 5\sqrt{10} = 20\sqrt{10} (\text{м}^2) \approx 63 \text{ м}^2$$

Ответ: площадь трапеции равна $20\sqrt{10} \text{ м}^2$ или примерно 63 м^2

$S_1 = \frac{ah}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9 (\text{м}^2)$ $S_2 = 15 - 9 = 6 (\text{м}^2)$

Для учителя

1 12

2 13

2 14

1 15

1 16

0 17

Kommentaari

Joonis on tehtud pastapliatsiga ja joonlauda kasutamata, proportsioonid on valed. Hindamisjuhend ei nõua punktide mahavõtmist, aga õpetaja peab vastava märkuse/paranduse tööle tegema. Lahenduse keskel on kummaline trapetsi pindala arvutamine. Õpetaja ei ole sellele mingit tähelepanu pööranud. Tekib küsimus, mida siis lahenduse alguses arvutati ja kas õpilane üldse sai aru, mida ta lahendusse kirjutas.

Ülesanne 4. (8 punkti)

Täisnurkse trapetsi alused on 2 m ja 3 m ning lühem haar 6 m.

1. Tee joonis.
2. Arvuta trapetsi pindala.
3. Selle trapetsi pikem diagonaal jaotab trapetsi kaheks kolmnurgaks.
Arvuta nende kolmnurkade pindalade suhe.

$a = 3 \text{ m}$
 $b = 2 \text{ m}$
 $c = 6 \text{ m}$
 $d = 5 \text{ m}$
 $x = 1 \text{ m}$
 $h = 6 \text{ m}$
 $S = 12,5 \text{ m}^2$

$S_{\Delta} = \frac{x \cdot h}{2} \quad S = \frac{1 \cdot 5}{2} = 2,5 (\text{m}^2)$
 $x = 3 - 2 = 1 (\text{meetrit}) \quad S_{\square} = d \cdot b \quad S = 2 \cdot 5 = 10 (\text{m}^2)$
 $h = \sqrt{6^2 - 1^2} = 5 (\text{meetrit}) \quad S_{\square} = 2,5 + 10 = 12,5 (\text{m}^2)$
 $d = h (5 \text{ m})$

$S = \frac{d \cdot a}{2} \quad S = \frac{5 \cdot 3}{2} = 7,5 (\text{m}^2)$
 $d = 5 \text{ m}$
 $a = 3 \text{ m}$
 $y = \sqrt{5^2 + 3^2} = 14 (\text{m})$

$h_2 = 5 \text{ m}$
 $b = 2 + 1 = 3 (\text{m})$
 $y = 14 \text{ m}$
 $S = \frac{5 \cdot 3}{2} = 7,5 (\text{m}^2)$

Vastus. Trapetsi pindala on $12,5 \text{ m}^2$,
Pindalad on võrdsed.

Õpetajale

1₁₂

2₁₃

~~14~~

1₁₅

0₁₆

0₁₇

Kommentaar

Juba algandmetes vead, aga õpetaja sellele tähelepanu ei pööra.

Kui joonise eest veel võib 1 punkti anda, siis trapetsi pindala arvutamine eest on 2 punkti liiga palju (idee on õige, aga andmed valed). Õige oleks: kast 13 – 1 punkt.

Ülesanne 5

Põhivead

- Pindalaühikute teisendamine oli paljudele õpilastele ületamatult raske (lahendatus vaid 21,2%).
- Vead protsentarvutustes.

Õpetajale

18

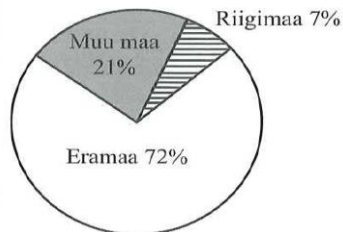
19

20

21

22

Ülesanne 5. (8 punkti)



Karuputk on väga suur taim, mis häirib looduslikku tasakaalu ja on ohtlik inimese tervisele, sest karuputke mahl on söövitava toimega, tekitades kokkupuutel nahapõletusi. Aastateks 2011–2015 koostas Keskkonnaamet selle taime ohjamiseks tegevuskava. Kui 2010. aastal leidis näiteks Viljandimaal karuputke ligikaudu 290 hektaril, siis 2015. aastaks tahetakse selle ala suurust oluliselt vähendada. Sektordiagrammil on kujutatud karuputke levikut Viljandimaal maaomandi vormi järgi.

Allikad: <http://www.keskkonnaamet.ee/keskkonnakaitse/looduskaitse-3/voorliigid/karuputke-torje-2/>
http://www.keskkonnaamet.ee/public/putke_dokumendid/Karuputke_ohjamiskava_2010.pdf

Vasta küsimustele.

1. Mitmel hektaril Viljandimaa riigimaast kasvas 2010. aastal karuputk?
2. Mitu korda oli 2010. aastal Viljandimaal karuputkest haaratud eramaa pindala suurem kui riigimaa pindala?
3. Viljandimaa pindala on ligikaudu 3590 km². Mitu protsenti Viljandimaast moodustas 2010. aastal karuputke levikuala?
4. Tegevusplaani järgi leidub 2015. aastal Viljandimaal karuputke ligikaudu 180 hektaril. Mitme protsendi võrra väheneb karuputkest haaratud Viljandimaa pindala võrreldes 2010. aastaga?

Ligikaudsed lõppvastused ümarda kümnendikeni.

1. Karuputk kasvas ligi 290 hektaril
2. 65 korda suurem ($72 - 7 = 65$)
3. -
4. -

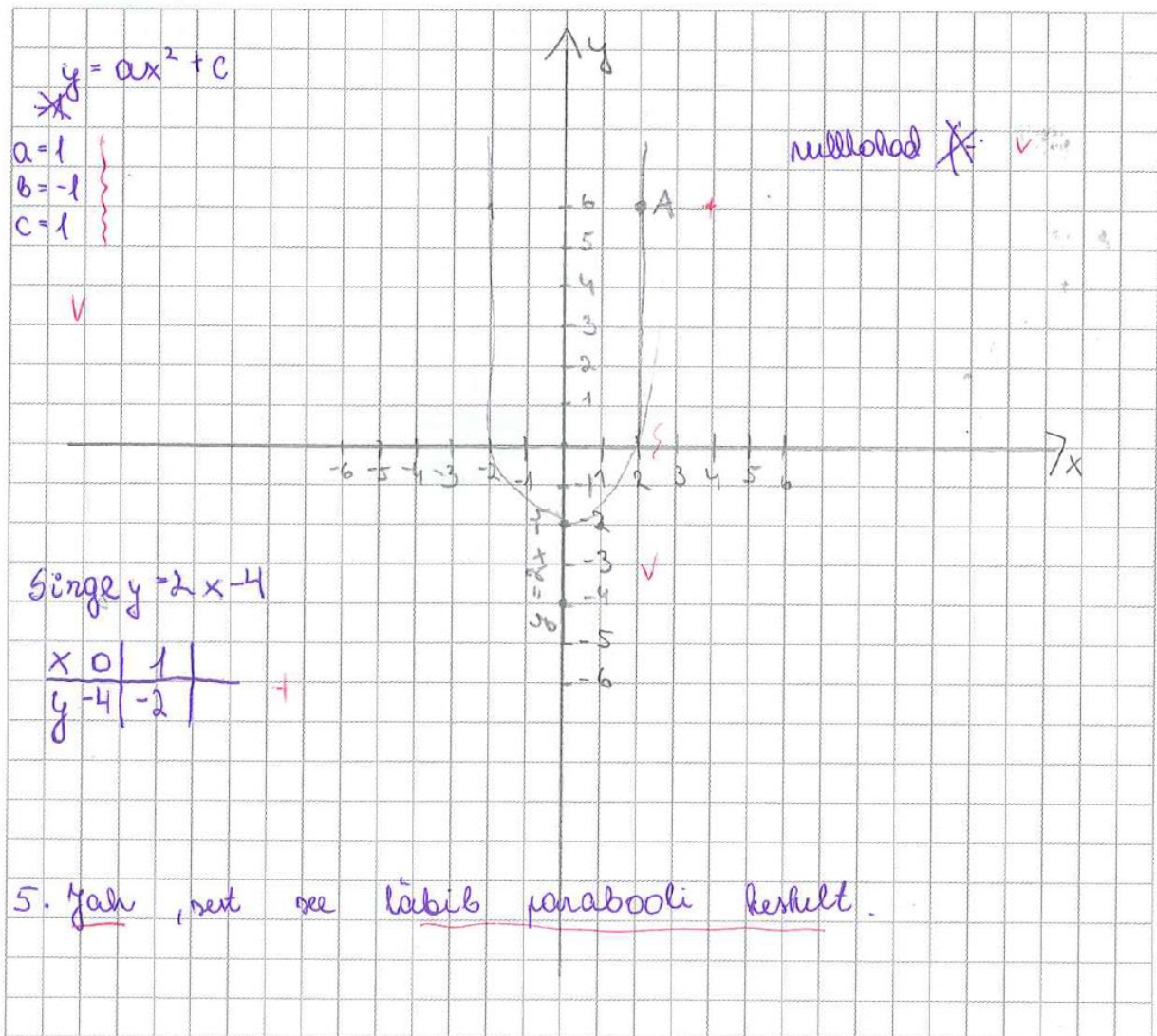
Kommentaar

Kasti 19 oleks õige märkida 0 punkti.

Ülesanne 6

Põhivead

- Funktsioonide teema oli õpilastele üldiselt üsna raske ja sisu poolest arusaamatu, eksiti kõiges (ei tuntud mõisteid *nullkoht* ja *haripunkt*; ruutfunktsiooni graafiku joonestamiseks arvutati kümneid väärtusi, graafikuks joonestati sirge või suvaline kõverjoon jne).



Kommentaar

Parabooli joonestamise eest oli ette nähtud 2 punkti (kast 27). Kas antud joonis on ikka väärt 1 punkti? Jääb täiesti arusaamatuks, mille eest on antud kastis 28 1 punkt.

Ülesanne 7

Põhivead

- Ruudu pindala leidmine, kui oli antud ruudu diagonaal (lahendus vaid 38,8%).
- 3. alaülesande lahendamine (kas silindrikujuline küünal mahub karpi?) osutus paljudele õpilastele ületamatult raskeks.

Lahendamiseks valin **7** ülesande.

Saame arvutada kõrguse Pythagorase
 teoreemi järgi

$$h = \sqrt{13^2 - 10^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

Karbi kõrgus on künkast 1 cm kõrgem nii et $12 + 1 = 13 \text{ cm}$
 Risttahuka ruumala kui risttahuka põh on ruut ja kiig
 $V = 8 \cdot 8 \cdot 13 = 832 \text{ cm}^3$ on 8 cm

Põhjapindala milleks on ruut saame valemiga $d_1 \cdot d_2$
 $d_2 = d_1$, sest tegemist on ruuduga.

$S_{\text{põh}} = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$
 $V = \frac{1}{3} S_{\text{põh}} \cdot h$ $V = \frac{1}{3} 100 \text{ cm}^2 \cdot 12 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^3$

Et saada teada kas silindrikujuline künkal mahub
 karpi: peame teada saame silindri diameetri

$d = \left(\frac{750}{12} : \pi \right) \cdot 2 = 11,46031029 \cdot 2 = 8,92 \text{ cm}$

V: Ei mahu kuna karbi laius on 8 cm ja $8 \text{ cm} < 8,92 \text{ cm}$
 ja karbi laius jääb liiga väikeseks.

Õpetajale

23	1/29
24	1/30
25	1/31
26	0/32
27	2/33
28	2/34
	2/35

Kommentaar

Jälle ei ole õpetaja teinud ühtegi parandust (nt põhjaks oleva ruudu pindala ei ole $d_1 \cdot d_2$; võrdusmärgi asemel ligikaudsusmärk jne).

Eksamitööde hindamisest

Igal aastal räägitakse koolitustel ja eksamitulemuste kokkuvõttes eksamitööde parandamisest, hindamisjuhendi soovitude järgimisest ja hindamise objektiivsusest. Eksamitööde pisteline kontroll näitas (juba mitmendat aastat), et esineb mitmeid probleeme:

1. Enamikes koolidest (ka mitme paralleeliga koolides, kus on kindlasti rohkem kui 1 matemaatikaõpetaja) parandas/hindas üks õpetaja kogu eksamitöö.
Võimaluse korral oleks soovitatav parandada/hinnata töid komisjoniga ja ülesannete kaupa.
2. On väga palju õpetajaid, kes ei parandanud töodes mitte ühtegi viga, st isegi vea tekkimise koht on märkimata. Eksamitööle märgiti ainult lahenduse eest saadud punktid.
3. Arvestati mustandisse kirjutatut.
Kui õpilane ei jõua, ei taha või ka meelega jätab osa (või kogu) ülesande lahendusest mustandist puhtandisse kirjutamata, siis maksimumpunkte anda ei saa, vaid tuleb hinnata seda, mis puhtandis kirjas.
4. Parandati hariliku pliiatsiga.
5. Õpetajad jagasid mõnele õpilasele n-ö „halastuspunkte“ (nt lehekülg täis lauslollusi, aga õpetaja annab ikka 1-2 punkti). Samas mõnda õpilast karistati mõne tühise või lausa olematu vea eest väga rangelt (nt õpetaja ei märka või ei taha märgata lahenduses õigeid kohti või nt lõppvastus vale, järelikult 0 punkti).

6. Tulemuste sisestamise ja edaspidise statistika huvides on äärmiselt oluline, et õpetajad märgiksid punktikastidesse andmeid ühtemoodi. NB! Kui ülesanne on täiesti lahendamata, st ülesande teksti all on tühi leht, siis märgib õpetaja punktikasti „–“ (mitte 0 punkti, kuigi punktide summeerimisel on „–“ väärtus 0 punkti). 0 punkti märgitakse aga siis, kui õpilane on ülesannet lahendanud, aga kõik kirjapandu on vale või ei ole selle eest võimalik ühtegi punkti anda.

Tagasiside küsimustikest

Igal aastal on palutud õpetajatel täita tagasiside ankeet.

Kodulehel täitis elektroonilise küsimustiku 57 õpetajat, mis oli tavapärasest 2 korda vähem.

Hinnang eksamitööle oli pigem hea (keskmine 3,7) ja hindamisjuhendile hea (keskmine 4,0). Palju häid sõnu vene õppekeelega koolide õpetajatelt.

Kõige lihtsamateks ülesanneteks pidasid õpetajad ülesandeid 1 (vastanutest 95%), 2 (vastanutest 79%) ja 4 (vastanutest 75%). Kõige raskemateks pidasid õpetajad ülesandeid 7 (vastanutest 67%), 6 (vastanutest 61%) ja 3 (vastanutest 58%).

Õpetajate arvamusi:

- Eksamil võiks olla võimalik kasutada teatud valemeid.
- Mingisugune lahendus tuleks leida eksami sooritamiseks õpilastele, kelle matemaatikateadmised on ja jäävad allapoole keskmise õpilase taset. Liiga palju on õpilasi, kes vajaksid sellist koolieksamit, et eduelamus oleks saavutatav ilma närvivapustusteta ja õigeaegselt (korduseksam ei oleks minu arvates lahendus).
- HEV õpilaste käitumine ja töösse keskendumine on ettearvamatult. Juba sõna „eksam“ viib mõne õpilase endast täiesti välja (eriti tüdruku), teisel segab tööle asumist hirm (tema hinne ei vasta isa ootustele jne). Puhkepausid ja lisaselgitused, mis on lubatud, aitavad õpilasi. Mõnele piisab vihjest, et tuleta meelde, me just eile kordasime seda. Hea, kui oleks järeleksami näidis riiklikul tasemel.
- Punktikaste liiga vähe. Võiks olla nagu tasemetöös 1 kast = 1 punkt.
- Kastide süsteem ei ole hea, kipub segamini minema.

Õpetajatelt küsiti ka arvamust elektroonilise matemaatika põhikooli eksami kohta. Poolt oli 9%, vastu oli 73% ja erapooletuid oli 18%.

Õpetajate arvamusi:

- Midagi head ei arva. Kas siis matemaatilist kirjaoskust enam vaja ei olegi?
- Üleminek nõuab palju eelnevat harjutamist ja piisavalt näidiseid.
- Ikka võib. Õpetajatel jääb ära see tööde parandamine.
- Õpilased ja õpetajad ei ole selleks valmis. 6. klassi tasemetööd on ju näidanud, et arvutatakse ikka paberil. Ei tasu kiirustada.
- Mõnele õpilasele sobib, mõnele mitte. Elektrooniliste kontrolltööde põhjal võin öelda, et süvenetakse vähem, kiirustatakse liialt.
- Koolide tehniline baas seda ei võimalda.
- Ei poolda, kannatavad loovus, mõtlemise paindlikkus ja matemaatiline kirjaoskus.
- Elektrooniline eksam on ju siis vaid test. Kaoks ära pikemad lahenduskäigud ja vormistamine.
- Kindel EI. Mõtlemisprotsess töötab siis, kui õpilane kirjutab, joonistab käsitsi, mitte ei pressi arvuti klaviatuuri.

- Kui siis kaheosaline eksam: elektrooniline eksam (test) + kirjalik eksam (nii nagu praegu).
- Kui õppetöö toimub paberil, siis vara teha elektroonilist eksamit.
- Alustama peab elektrooniliste kontrolltööde koostamisest, nende koostamiseks aga puuduvad õpetajatel oskused ja aeg.
- Ebaturvaline, kindel EI.
- Võib küll. Õpilastele kindlasti meeldib. Tegelikult iga õpilane võiks ise valida.
- Vastunäidustatud. Pole vaja kaotada kogu elust inimlikku momenti. Tehnika võib alati alt vedada ja kas on vaja ühe vale näpuliigutuse pärast tekitada lastes närvivapustusi.
- Õpilastelt saab küsida tagasi seda, mis õppekava järgi õpitud ja selles vormis nagu koolis on õpetatud. Kindel EI.

Kokkuvõtteks

Põhikooli matemaatika lõpueksamitöö vastas riiklikule õppekavale ning kontrollis hästi õpilaste ainealaseid pädevusi ja õpitulemusi.

2015. a matemaatika põhikooli lõpueksami tulemuste põhjal võib väita, et põhikooli lõpetajate matemaatikaalased teadmised on rahuldavad, aga kahjuks halvenevad juba mitmendat aastat. Probleeme on endiselt nende ülesannete lahendamisel, kus on vaja rakendada erinevate valdkondade teadmisi (rakendustasand). Paremini lahendatakse ülesandeid, millel on väljakujunenud lahendusalgortim (äratundmis- ja arusaamistasand). Kahjuks nimetatud probleemid aasta-aastalt süvenevad ja lisandunud on tõsised probleemid lugemise ja teksti sisu mõistmisega.

Mitu aastat räägitakse eksaminandide funktsionaalsest lugemisoskusest. Probleem on endiselt õhus ja erilisi paranemismärke ei ole märgata. Kahjuks jääb ikka veel paljudel eksaminandidel nii mõnigi ülesanne osaliselt või täielikult lahendamata mitte teadmiste puudumise, vaid ülesande sisu mittemõistmise tõttu.

Soovitused ja ettepanekud õpetajatele ja õpilastele

- Pöörake suuremat tähelepanu arvutusoskuse (nii peast, kirjalikult kui ka taskuarvutil) parendamisele, hinnake kriitiliselt saadud tulemusi.
- Valige lahendamiseks võimalikult palju just mittestandardseid ülesandeid, sealhulgas rakenduslikke ülesandeid, millel ei ole väljakujunenud lahendusalgortimi.
- Otsige ja lahendage oma õpilastega ülesandeid elust enesest. Koostage ise selliseid ülesandeid ja jagage neid teiste õpetajatega.
- Pöörake rohkem tähelepanu lahenduste vormistusele ja lahenduskäigule selgituste lisamisele.
- Hindamisjuhend on abivahend õpetajale (mitte õpilasele nt lahenduse õigsuse ja/või vormistuse kontrollimiseks). Mitte kunagi ei ole võimalik hindamisjuhendis kirjeldada kõiki lahendusideid ja hindamiskomisjonil tuleb alternatiivsete lahenduste puhul ise otsustada lahenduse eest ettenähtud punktide jaotus. Hindamisjuhendi põhjendamatu eiramine ei ole mõistlik.
- Eksamitöid parandades varuge aega, süvenege ja hinnake õpilaste lahendusideid, mitte ainult vastuseid. Parandage KÕIK VEAD ja kommenteerige neid, sest vigadest õpitakse. NB! On lubamatu, et paljudes koolides vigu **ei parandata** ja märgitakse vaid saadud punktid.