

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ

I ЧАСТЬ

Задание № 1. (10 баллов)

1. Процент влажности сырого зерна составляет 23%, а просушенного зерна – 15%. Сколько просушенного зерна можно получить из 20 тонн сырого зерна? Ответ дайте с точностью до 10 кг.
2. Смесь хлопьев пяти видов зерновых содержит пшено, ячмень, овёс, рожь и гречку, массы которых относятся, как 6 : 5 : 4 : 3 : 2 соответственно. Сколько ржи содержится в 400 г смеси хлопьев зерновых и сколько процентов смеси составляет ячмень?

Задание № 2. (10 баллов)

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2x^2 < (x-1)(1+x) + 2 \\ \frac{x-1}{2-x} + \frac{1}{2} \geq 0 \end{cases}$$

Задание № 3. (10 баллов)

Дана функция $f(x) = x^4 - 9x^2$.

1. Найдите нули функции $f(x)$.
2. Выясните, является функция $f(x)$ чётной или нечётной? Обоснуйте ответ.
3. Найдите координаты точки максимума графика функции $f(x)$.
4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)$ в точке $x_0 = 3$.

Задание № 4. (10 баллов)

В урне находятся 10 шаров одинакового размера, из них: 3 синих, 5 чёрных и 2 белых шара. Из урны одновременно наугад извлекают 3 шара. Найдите вероятность того, что

- 1) вынуты 3 шара чёрного цвета;
- 2) цвета вынутых 3 шаров окажутся различными;
- 3) хотя бы один из вынутых шаров окажется белым.

Задание № 5. (10 баллов)

Основанием прямой треугольной призмы является треугольник, две стороны которого равны 6,7 см и 9,4 см, а угол между ними 34° . Диагональ меньшей по площади боковой грани образует с основанием угол в 45° . Выполните поясняющий чертёж и вычислите площадь полной поверхности призмы.

II ЧАСТЬ**Задание № 6. (15 баллов)**

Прямая s определена точкой $A(0; 0)$ и направляющим вектором $\vec{s} = (-1; 2)$. Прямая t проходит через точку $B(4; 2)$ и перпендикулярна прямой s .

1. Составьте уравнения прямых s и t .
2. Отметьте на координатной плоскости точки A и B , а также постройте прямые s и t .
3. На прямой s отмечена точка C так, что площадь треугольника ABC равна 15. Вычислите координаты точки C , если известно, что точка C находится в IV координатной четверти.
4. Составьте уравнение окружности, диаметром которой является отрезок AB .

Задание № 7. (15 баллов)

Дана функция $f(x) = 2^x$.

1. Найдите функцию, обратную к функции $f(x)$.
2. В одной координатной плоскости постройте график функции $f(x)$ и график функции, обратной к данной.
3. Вычислите точное значение выражения $f(2 + \log_{0,5} 0,2)$.
4. Покажите, что выполняется равенство $\frac{f(x)-10}{f(x+1)} = 0,5 - 5 \cdot 2^{-x}$.
5. Решите уравнение $8 \cdot f(x) - (4^{-x})^{-0,5} = 3,5$.

Задание № 8. (20 баллов)

1. Вычислите точное значение выражения $\sin^2 \alpha + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$, если $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x - 2 \sin x + 4$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
3. Найдите такие значения параметра a , при которых уравнение $-4 \sin^2 x = (a^2 + 9a + 4) \cdot \sin x$ на отрезке $[0; 2\pi]$ имеет ровно четыре различных корня.

Задание № 9. (20 баллов)

Равнобедренный остроугольный треугольник, длина боковой стороны которого равна b и угол при вершине равен β , вращается вокруг одной из боковых сторон.

1. Выразите площадь полной поверхности и объём полученного тела вращения через длину боковой стороны b и угол при вершине β .
2. Вычислите площадь полной поверхности и объём полученного тела вращения при

$$b = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} + \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} + \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} - 81^{0,75} \text{ и } \beta = 30^\circ.$$