

Kitsa ja laia matemaatikakursuse riigieksamite eristuskiri

Matemaatika riigieksami eristuskiri on eksamitöö koostamise alusdokument, mis määratleb eksami sihtrühma, nõutava taseme, eksaminandile esitatavad nõuded, eksami sisu, kasutatavad ülesannete ja küsimuste tüübid, eksami vormi ja korralduse. Eristuskirja saab kasutada kõigi asjast huvitatute teavitamiseks eksami sisust, vormist ja seal esitatavatest nõuetest.

Sisukord

1. Matemaatika riigieksami eesmärgid ja vorm	3
Riigieksamite eesmärgid	3
Matemaatika riigieksami vorm.....	3
2. Matemaatika riigieksam ja selle sihtrühm.....	3
Matemaatika riigieksam	3
Matemaatika riigieksami sihtrühm	4
3. Matemaatikapädevus, ainevaldkonna kohustuslikud kursused, lõiming teiste ainevaldkondadega, läbivad teemad ja mõtlemistasandid.....	4
Ainevaldkond matemaatika.....	4
Tunnetuslikud protsessid (mõtlemistasandid).....	4
4. Õppesisu ja oodatavad õpitulemused	4
Kitsa matemaatikakursuse ainekava.....	4
Lai matemaatikakursuse ainekava	4
5. Eksamite väljatöötamine ja eksamitööde ülesehitus	4
Eksamitööde väljatöötamine	5

Eksamitööde ülesehitus	5
6. Eksami korraldamine	5
Eksamile registreerimine.....	5
Eksami korraldus.....	6
Eksami aeg	6
Abivahendid.....	6
Erivajadused	6
Eksamilt kõrvaldamine.....	7
7. Eksamitööde hindamine, korduseksam ja eksamitulemuse vaidlustamine.....	7
Eksamitööde hindamine	7
Eksami sooritamine	7
Korduseksam	8
Eksamitulemuse vaidlustamine	8
8. Õppematerjalid.....	8
9. SA Innove koostatud eksamimaterjalid.....	8
10. Ülesannete näiteid	9
Näiteid katsetöodes ja eksamitöodes kasutatud ülesannetest (koos lahenduste ja hindamisjuhendiga).....	9

1. Matemaatika riigieksami eesmärgid ja vorm

Alus: [haridus- ja teadusministri määrus nr 54](#) ptk 4 § 25; 26; vastu võetud 15. detsembril 2015.

Riigieksamite eesmärgid

Gümnaasiumi lõpetamiseks sooritatakse lõpueksamid. Gümnaasiumi lõpueksamid on riigieksamid, nimetatud määruises sätestatud juhul riigieksamit asendavad rahvusvaheliselt tunnustatud võõrkeeke eksamid ja gümnaasiumi koolieksam.

Riigieksamite läbiviimise eesmärk on hinnata gümnaasiumi riikliku õppekava üldpädevuste, valdkonnapädevuste, läbivate teemade ning kohustuslike kursuste õpitulemuste omandatust selleks, et:

- 1) anda õpilasele, vanemale, koolile, kooli pidajale ja riigile võimalikult objektiivset ja võrreldavat tagasisidet õppimise ja õpetamise tulemuslikkusest ning sellest, milline on kooli panus õpilaste edasijõudmisse;
- 2) selgitada, kuidas õppe tulemuslikkus ning kooli panus õpilaste edasijõudmisse on ajas muutunud;
- 3) anda riigile informatsiooni hariduspoliitiliste otsuste tegemiseks;
- 4) toetada riikliku õppekava rakendamist ning suunata eksami sisu ja vormi kaudu õppeprotsessi;
- 5) teha otsus õpilase gümnaasiumi lõpetamise kohta;
- 6) siduda järjestikuste haridustasemetega õppekavad ning võimaldada kasutada riigieksamitulemusi õpingute jätkamiseks.

Matemaatika riigieksami vorm

Matemaatika riigieksam on kõigile gümnaasistidele kohustuslik kaheosaline kirjalik eksam.

2. Matemaatika riigieksam ja selle sihtrühm

Matemaatika riigieksam

Alus: [haridus- ja teadusministri määrus nr 54](#) ptk 4 § 27 vastu võetud 15. detsembril 2015.

Matemaatika riigieksamil eristatakse gümnaasiumi riikliku õppekava kitsa matemaatika ainekavale ja laia matemaatika ainekavale vastavaid eksamitöid. Õpilane valib, kumma eksamitöö ta sooritab.

Matemaatika riigieksam valmistatakse ette eesti ja vene keeles. Riikidevaheliste lepingute või Rahvusvahelise Bakalaureuse Organisatsiooni õppekava alusel võib kool kasutada ka teisi keeli. Teistes keeltes eksami läbiviimisel tagab kooli pidaja eksameid korraldavale asutusele lõpueksamite tõlkimis- ja hindamiskulude finantseerimise.

Matemaatika riigieksami sihtrühm

Alus: [haridus- ja teadusministri määrus nr 54](#) ptk 4 § 27 vastu võetud 15. detsembril 2015.

Matemaatika riigieksamite sooritamise õigus on lisaks gümnasistidele ka:

- 1) põhihariduse baasil kutseõppeasutuses lõpukursusel õppival õpilasel;
- 2) varem gümnaasiumi või kutseõppeasutuse lõpetanud isikul, kes ei ole antud õppeaines riigieksamit sooritanud;
- 3) varem gümnaasiumi või kutseõppeasutuse lõpetanud isikul, kes soovib varasemat riigieksamitulemust parandada;
- 4) välisriigis või Eestis Eesti keskharidusele vastava haridustaseme omandanud või omandaval isikul;
- 5) kutseõppeasutuse õpilasel, kes ei ole lõpukursusel, kuid kellel on eksamiaine läbitud.

3. Matemaatikapädevus, ainevaldkonna kohustuslikud kursused, lõiming teiste ainevaldkondadega, läbivad teemad ja mõtlemistasandid

Alus: [Vabariigi Valitsuse määrus nr 2](#); vastu võetud 6. jaanuaril 2011

Ainevaldkond matemaatika

Tunnetuslikud protsessid (mõtlemistasandid)

Matemaatika õpitulemusi hinnates võetakse aluseks tunnetuslikud protsessid ja nende hierarhiline ülesehitus.:

I Faktide, protseduuride ja mõistete teadmine: meenutamine, äratundmine, informatsiooni leidmine, arvutamine, mõõtmine, klassifitseerimine/järjestamine.

II Teadmiste rakendamine: meetodite valimine, matemaatilise info esitamine eri viisidel, modelleerimine ning rutiinsete ülesannete lahendamine.

III Arutlemine: põhjendamine, analüüs, süntees, üldistamine, tulemuste hindamine, reaalsusest tulenevate ning mitterutiinsete ülesannete lahendamine.

4. Õppesisu ja oodatavad õpitulemused

Kitsa matemaatikakursuse ainekava

Laia matemaatikakursuse ainekava

5. Eksamite väljatöötamine ja eksamitööde ülesehitus

Alus: Matemaatika riigieksami lähteülesanne; haridus- ja teadusministriumi käskkiri 30.10.2014 nr 3.13.1/14/647.

Alus: [haridus- ja teadusministri määrus nr 54](#) ptk 4 § 27 vastu võetud 15. detsembril 2015.

Eksamitööde väljatöötamine

Eksamiteks vajalikud materjalid valmistab ette SA Innove juures töötav matemaatika riigieksameid ettevalmistav komisjon. Komisjon koostab ja eeltestib kõiki eksamitöö ülesandeid, paneb kokku eksamitöö ning töötab välja hindamisjuhendi.

Eksamitööde ülesehitus

Eksamitöö sisaldab erineva raskusastmega ülesandeid. Eksamitöö mahust ca 20% moodustavad I mõtlemistasandi (faktide, protseduuride ja mõistete teadmine: meenutamine, äratundmine, informatsiooni leidmine, arvutamine, mõõtmine, klassifitseerimine/järjestamine), ca 30% II mõtlemistasandi (teadmiste rakendamine: meetodite valimine, matemaatilise info esitamine eri viisidel, modelleerimine ning rutiinsete ülesannete lahendamine) ja ca 50% III mõtlemistasandi (arutlemine; põhjendamine, analüüs, süntees, üldistamine, tulemuste hindamine, reaalsusest tulenevate ning mitterutiinsete ülesannete lahendamine) ülesanded.

Kõikide õppekavas esitatud üld- ja valdkonnapädevuste kujunemist, õppeaine õppeeesmärkide saavutatust ning kooliastme õpitulemuste omandatust ei hinnata igal aastal ning kõikide õpitulemuste omandatust ei võimalda eksami vorm ka kontrollida.

Nii kitsa kui ka laia matemaatikakursuse

- eksam on kirjalik;
- eksamitöö on kaheosaline;
- mõlema eksamiosa ülesanded on esitatud eraldi vihikuna, kus on ülesannete tekstid ja iga ülesande juures vaba ruum lahenduste jaoks;
- eksamitöö koostatakse ühes variandis;
- eksamitöö mõlema osa korrektse lahendamise eest on kokku võimalik saada 100 punkti;
- eksamitöö I osas on 4 (neli) ülesannet (a´5 punkti) ja 3 (kolm) ülesannet (a´10 punkti) ning II osas 5 (viis) ülesannet (a´10 punkti).

6. Eksami korraldamine

Alus: [haridus- ja teadusministri määrus nr 54](#) ptk 4 § 28 vastu võetud 15. detsembril 2015.

Eksamile registreerimine

Gümnaasiumide ja kutseõppeasutuste õpilased ning eksternid teavitavad hiljemalt jooksva õppeaasta 20. jaanuariks kooli või täidavad lõpueksamite andmekogus registreerimisvormi selle kohta, kas nad soovivad sooritada kitsa või laia matemaatika ainekavale vastava riigieksami. Samuti valib eksaminand, kas ta soovib matemaatika riigieksami sooritada eesti või vene keeles.

Eksami korraldus

Kitsa ja laia matemaatikakursuse eksami korraldus, aeg, abivahendid jm tingimused on ühesugused. Eksami korraldab kooliksamikomisjon SAs Innove välja töötatud eksami korraldusjuhendi põhjal. Eksamikomisjon on vähemalt kolmeliikmeline ja iga 20 eksaminandi kohta peab komisjonis olema vähemalt üks liige.

Eksami aeg

- Kitsa ja laia matemaatikakursuse eksamid toimuvad ühel päeval.
- Eksamite toimumise kuupäeva kinnitab Haridus- ja teadusminister vastava määrusega.
- Eksamite ametlik algus on kell 10.00.
- Eksami I osa kestab 120 minutit ja II osa 150 minutit. Kahe eksamiosa vahel on 45 minutine vaheaeg.
- Eksami aega hakatakse arvestama hetkest, kui kõik eksaminandid on saanud kätte eksamitöö ning eksamikomisjoni esimees annab märku töö alustamiseks.
- Eksamiks ette nähtud aega ei tohi ületada.

Abivahendid

- Eksaminand kasutab eksamil isiklikke kirjutus- ja joonestusvahendeid ning taskuarvutit.
- Eksamitöö kirjutatakse sinise või musta pasta- või tindipliiatsiga. **Kustutavate tindi- ja pastapliiatsite kasutamine on keelatud.** Harilikku pliiatsit ja värvipliiatseid võib kasutada vaid jooniste tegemisel. Korrektuurvedeliku või -lindi kasutamine ei ole lubatud.
- Õpikuid, käsiraamatud, valemeid jm matemaatilise sisuga materjale eksamil kasutada ei tohi.
- Mobiiltelefoni jm tehniliste vahendite kasutamine (mistahes eesmärgil) on keelatud.

Erivajadused

Juhul, kui eksaminandi erivajadusest tulenevalt on eksamineerimiseks vaja kohaldada haridus- ja teadusministri määrmuses nr 54 § 34 sätestatud eritingimusi, kooskõlastab kool vajalikud eritingimused SAga Innove.

Vt lisainformatsiooni [SA Innove kodulehelt](#).

Eksamilt kõrvaldamine

Riigieksamikomisjoni liige või riigieksami välisvaatleja kõrvaldab eksaminandi ette hoiatamata riigieksamilt, kui:

- 1) eksaminand kasutab riigieksami sooritamisel kõrvalist abi või kirjutab maha, üritab seda teha või aitab sellele kaasa või on võtnudksamile kaasa mittelubatud abivahendeid;
- 2) eksaminandi käitumine häirib riigieksami läbiviimist või teisi eksaminande.

Riigieksamilt kõrvaldatud eksaminandi eksamtööd hinnatakse 0 punktiga.

7. Eksamitööde hindamine, korduseksam ja eksamitulemuse vaidlustamine

Eksamitööde hindamine

Alus: [haridus- ja teadusministri määrus nr 54](#) ptk 4 § 37 vastu võetud 15. detsembril 2015.

Riigieksamitöid hindavad valdkonna eest vastutava ministri käskkirjaga kinnitatud hindajad, kelle tegevust korraldab eksameid korraldav asutus vastavalt valdkonna eest vastutava ministri kinnitatud töökorrale.

Hindamisjuhendid koostab riigieksameid ettevalmistav komisjon.

Hindajad hindavad kodeeritud riigieksamitöid 100 hindepunkti süsteemis.

Käesoleva määruse § 33 lõikes 9 punktides 3-5 loetletud nõuete rikkumisel loetakse eksamitöö rikutud kohad või loetamatud kohad veaks.

Kui riigieksamitööde hindamisel tuvastatakse kõrvalise abi kasutamine või mahakirjutamine (erinevate eksaminandide töödes süstemaatiliselt esinevad ühesugused vead ja/või parandused, identselt sõnastatud pikemad vabavormilised vastused, ülejäänud vastuse loogikaga mittehaakuvad ühesugused õiged või valed lisandused vastusesse, loomevargus vms riigieksamiosa või kogu riigieksamitöö kirjutamisel), siis hinnatakse riigieksamitöö tervikuna 0 punktiga. Kõrvalise abi kasutamise või mahakirjutamise tuvastab eksameid korraldav asutus eksamitööde hindamisel tekkinud kahtluse alusel, järgides haldusmenetluse põhimõtteid, kuulates ära kõik asjasse puutuvad isikud ning kaasates vajadusel esindajaid asutustest, kus teostatakse riiklikku või haldusjärelevalvet selle kooli õppetegevuse üle, kus juhtum aset leidis.

Eksami sooritamine

Alus: [haridus- ja teadusministri määrus nr 54](#) ptk 4 § 37 vastu võetud 15. detsembril 2015.

Riigieksam on sooritatud, kui saavutatud on vähemalt üks protsent maksimaalsest tulemusest.

Korduseksam

Alus: [haridus- ja teadusministri määrus nr 54](#) ptk 4 § 36 vastu võetud 15. detsembril 2015.

Kui eksaminand ei saa tervislikel, usulistel vm põhjusel riigieksamil osaleda põhieksami päeval, võib ta esitada eksameid korraldavale asutusele avalduse lisaeksamil osalemiseks.

Riigieksamile registreerunud, kuid mõjuval põhjusel ilmumata jäänud eksaminand või eksaminand, kes ei ole tervises seisundi tõttu võimeline eksamit sooritama võib 3 (kolme) tööpäeva jooksul riigieksami toimumisest esitada eksameid korraldavale asutusele lisaeksamil osalemise taotluse, millele lisatakse tõendid mõjuvate põhjuste olemasolu kohta. Eksameid korraldav asutus teavitab taotlejat lisaeksami korraldusest hiljemalt 3 (kolme) tööpäeva jooksul pärast taotluse registreerimist.

Eksamitulemuse vaidlustamine

Alus: [põhikooli- ja gümnaasiumiseadus](#) § 33; vastu võetud 9. juunil 2010.

Eksami tulemuse võib vaidlustada. Selleks tuleb esitada vaideavaldus Haridus- ja teadusministeeriumile. Vaie tuleb esitada 5 (viie) tööpäeva jooksul riigieksamitunnistuse kättesaadavaks tegemise päevast arvates. Esitatud vaiete läbivaatamiseks moodustab haridus- ja teadusminister vaidekomisjoni.

8. Õppematerjalid

Soovitame eksamiks valmistumisel kasutada õppematerjale, mis on kantud Eesti Hariduse Infosüsteemi <https://enda.ehis.ee/avalik/avalik/opikud/OpikudOtsi.faces>.

Lisaks tõhusale õppetööle koolis peaksid eksaminandid ka kodus iseseisvalt ülesandeid lahendama. Ülesannete lahendamisel tuleb harjutada lahendustele lühikeste selgituste ja põhjenduste lisamist. Hoolega tuleb uurida ja analüüsida kontrolltöodes ning koduste ülesannete lahendustes tehtud vigu, välja selgitada nende tekkimise põhjused ja püüda neid edaspidi vältida.

Tähelepanu tuleks pöörata ka lahenduste vormistamisele. Kui taskuarvutil on klahvid, mis võimaldavad arvutada ilma valemide kasutamata, siis vajalikud valemid ja arvutustehted tuleb eksamitöösse ikkagi kirjutada.

9. SA Innove koostatud eksamimaterjalid

Riigieksamite arendustöö on väga pikk protsess, st kindlasti ei saa öelda, et igal kevadel toimuvad matemaatika riigieksamid on valmis ja mingeid muudatusi sisus, vormis jm lähiaastatel ei tule.

Matemaatika riigieksamite ettevalmistustöös arvestatakse nii katsetööde kui ka aastatel 2014-2017 toimunud eksamite tulemuste analüüsi ning õpetajate ja eksaminandide poolt tagasisides tehtud ettepanekute ja soovistega.

Katsetöödega ja eelmiste aastate riigieksamitega seotud materjalid leiata SA Innove kodulehelt <http://www.innove.ee/et/riigieksamid/riigieksamite-materjalid>.

10. Ülesannete näiteid

Üldjuhul kasutatakse eksamitöodes järgmisi ülesannete tüüpe:

- **Selektiivse vastusega ülesanded**

Eksaminand valib antud vastusevariantide hulgast õige (nt valikvastustega ülesanne; õige/vale/vastus puudub; sobitamine; järjestamine; sorteerimine/klassifitseerimine).

- **Produktiivse ehk omavastusega ülesanded**

Ülesanded võivad olla väga erinevad. Oluline on see, et eksaminand koostab ise vastuse (nt vastuseks on sõna kuni paar lauset, lühivastused, info ülekandmine, skeemide ja tabelite täiendamine, tekstide või piltide pealkirjastamine, lünkade täitmine, pikemad kirjutamis- ja rääkimisülesanded). Siia kuuluvad ka ülesanded, kus eksaminand peab kirjutama pikema teksti või lahendama matemaatikaülesande.

(Vt ka Ülle Türgi ettekanne „Eksami koostamise protsess ja eksamiülesanded“

<http://www.innove.ee/et/yldharidus/esf-programmid/yldhariduse-pedagoogide-kvalifikatsiooni-tostmine/opetajaprogrammi-tegevused/koolieksam-2014>)

Ülesannete valikul arvestatakse suundumusega vähendada kindlat algoritmi ette ütlemaid ülesandeid ning **tõsta ülesannete osakaalu, kus on suur osa teksti mõistmisel ning õpilane peab ümbritseva elu probleemi siduma matemaatilise mudeli leidmisega**. Vastavate ülesannete osakaalu tõstetakse aastati ja sellega alustati 2014. aastast.

Näiteid katsetöodes ja eksamitöodes kasutatud ülesannetest (koos lahenduste ja hindamisjuhendiga)

Kitsas kursus

(2012)(5 punkti)

Leidke kõik argumenti x väärtused, mille korral avaldise $5x^2 - 2x + 9$ väärtus on suurem avaldise $(x + 3)^2$ väärtusest.

Lahendus	Hindamine
$5x^2 - 2x + 9 > x^2 + 6x + 9$ $4x^2 - 8x > 0$ $4x(x - 2) > 0$ $x \in (-\infty; 0) \cup (2; \infty)$	Õpilane mõistab ülesande sisu ja oskab leida lahendusstrateegia, st koostab õige võrratuse 1 punkt Valemi rakendamine 1 punkt Võrratuse lahendamine 2 punkti Vastus 1 punkt

(2012)(5 punkti)

Seinale on riputatud suur Hiina lehvik. Lehvik on kujult ringi sektor, kesknurgaga 120° ja raadiusega 30 cm. Leidke selle lehviku pindala. Vastus ümardage ühelisteni.

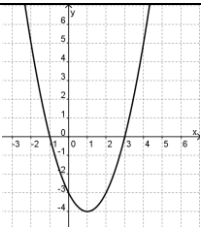
Lahendus	Hindamine
Sektor suurusega 120° on $\frac{1}{3}$ ringist. Seega: $S_{\text{lehvik}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2$, kus r on sektori (ringi) raadius. $S_{\text{lehvik}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 30^2 = 300\pi \approx 942 \text{ (cm}^2\text{)}$	Õpilane teab mõisteid <i>sektor</i> ja <i>kesknurk</i> kokku 2 punkti Õpilane teab, et 120° on $\frac{1}{3}$ ringist 1 punkt Lehviku pindala arvutamine 1 punkt Ümardamine 1 punkt

(2013)(5 punkti)

Joonisel on ruutfunktsiooni $y = x^2 - 2x - 3$ graafik.

Leidke joonise abil antud ruutfunktsiooni

- 1) muutumispiirkond;
- 2) negatiivsuspierakond;
- 3) graafiku ekstreemumpunkti koordinaadid;
- 4) kasvamisvahemik.

Lahendus	Hindamine
 1) $Y = [-4; \infty)$; 2) $X^- = (-1; 3)$; 3) $P_{\min}(1; -4)$; 4) $X \uparrow = (1; \infty)$.	Muutumispiirkond 1 punkt Negatiivsuspierakond 1 punkt Ekstreemumpunkti koordinaadid (sh määratud ka liik) 2 punkti Kasvamisvahemik 1 punkt

(2013)(10 punkti)

Ringjoone keskpunktiks on punkt $A(1; 2)$ ja ringjoon läbib punkti $B(3; 3)$.

1. Arvutage ringjoone raadius.
2. Koostage ringjoone võrrand.
3. Sirge t puutub ringjoont punktis B . Koostage sirge t võrrand.

Lahendus	Hindamine
1. $r = AB = \sqrt{(3-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{5}$ 2. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ 3. $\frac{x-1}{3-1} = \frac{y-2}{3-2} \Rightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} \Rightarrow$ $x-1 = 2y-4 \Rightarrow AB: y = 0,5x + 1,5$ Sirge AB tõus on $k = 0,5$, järelikut puutuja tõus $k^* = -2$, sest $k \cdot k^* = -1$. Puutuja võrrand: $y-3 = -2(x-3) \Rightarrow y = -2x + 9$	Ringjoone raadiuse arvutamine 2 punkti Ringjoone võrrandi koostamine 1 punkt Õpilane teab, et ringjoone puutuja on raadiusega risti 1 punkt Õpilane teab, et ristuvate sirgete tõusude korrutis on -1 1 punkt Sirge AB võrrandi koostamine 2 punkti Sirge AB tõusu leidmine 1 punkt Puutuja (sirge t) võrrandi koostamine 2 punkti

(2014)(5 punkti)

Lihtsustage avaldis $\frac{\sqrt{k}}{k-\sqrt{k}} - \frac{2}{k-1}$ ja arvutage kirjalikult selle täpne väärtus, kui $k = \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$.

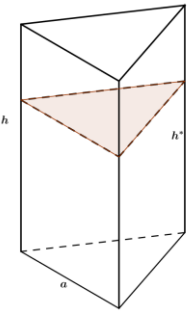
Lahendus	Hindamine
$\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k}(\sqrt{k}-1)} - \frac{2}{(\sqrt{k}+1)(\sqrt{k}-1)} = \frac{1}{\sqrt{k}-1} - \frac{2}{(\sqrt{k}+1)(\sqrt{k}-1)} =$ $= \frac{\sqrt{k}+1-2}{(\sqrt{k}+1)(\sqrt{k}-1)} = \frac{\sqrt{k}-1}{(\sqrt{k}+1)(\sqrt{k}-1)} = \frac{\sqrt{k}-1}{k-1} =$ $= \frac{1}{\sqrt{k}+1};$ $k = \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4; \text{ arvutamine: } \frac{1}{\sqrt{4}+1} = \frac{1}{3}$	Tegurdamine ja I murru taandamine 1 punkt Valemi $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ rakendamine 1 punkt Ühise nimetaja ja laiendaja leidmine 1 punkt Koondamine 1 punkt Arvutamine 1 punkt

(2014)(10 punkti)

Korrapärase kolmnurkse püstprisma kujulisse vaasi valatakse pool liitrit vett. Vaasi kõrgus on 20 cm ja põhiserv on 14 cm.

1. Arvutage veetaseme kõrgus vaasis.
2. Kui suur osa vaasi sisust jääb veega täitmata?

NB! Vaasi seinte ja põhja paksust arvutamisel ei arvestata.

Lahendus	Hindamine
 h – vaasi kõrgus h^* – veetaseme kõrgus a – vaasi põhiserv V – vaasi ruumala V^* – veega täidetud vaasiosa ruumala Antud: $V^* = 0,5 \text{ (l)} = 500 \text{ (cm}^3\text{)}$ $h = 20 \text{ (cm)}$ $a = 14 \text{ (cm)}$ Kui kõrgele ulatub vesi vaasis? $V = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot h \text{ ja } V^* = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot h^* \Rightarrow$ $h^* = \frac{4V^*}{a^2 \sqrt{3}}; h^* = \frac{4 \cdot 500}{14^2 \cdot \sqrt{3}} \approx 5,9 \text{ (cm)}$ $V = \frac{14^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 20 = 980\sqrt{3} \approx 1697,4 \text{ (cm}^3\text{)}$ Kui suur osa vaasi sisust jääb veega täitmata? $\frac{(1697,4 - 500) \cdot 100\%}{1697,4} \approx 70,5\% \text{ ehk } \approx 0,71 \text{ vaasi sisust}$	Ühikute teisendamine 1 punkt Ülesande sisu mõistmine (andmete kirjeldamine, joonis) 1 punkt Põhja pindala, st võrdkülgse kolmnurga pindala teadmine/avaldamine (Pythagorase teoreemi rakendamine) 2 punkti Prisma ruumala teadmine ja vaasi ruumala arvutamine 2 punkti Veetaseme kõrguse arvutamine 2 punkti Veega täitmata osa arvutamine 2 punkt

(2015) (10 punkti)

Allahindlusperioodil oli kõikidel sama nimetusega toodetel ühesugune hind. Mari ostis jope, 2 kampsunit ja 3 särki ning maksis kokku 100 eurot. Peeter ostis 3 jopet, särki ja 5 kampsunit ning maksis 186 eurot. Jüri ostis 3 jopet ja maksis 84 eurot.

1. Kui palju maksis Piret särki ja kahe kampsuni eest kokku?
2. Arvutage jope esialgne hind, kui allahindlus oli 60%.

Lahendus	Hindamine
1. Mari ostis: $1J + 2K + 3S = 100$ Peeter ostis: $3J + 5K + 1S = 186$ Jüri ostis: $3J = 84 \Rightarrow J = 28 \text{ (€)}$ Saame süsteemi: $\begin{cases} 2K + 3S = 72 \\ 5K + 1S = 102 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K = 18 \text{ (€)} \\ S = 12 \text{ (€)} \end{cases}$ Palju maksis Piret? $1S + 2K = 12 + 2 \cdot 18 = 48 \text{ (€)}$	Jope hind 1 punkt Jope hinna asendamine 3 punkti (1 punkt) ja võrrandisüsteemi koostamine (2 punkti) Võrrandisüsteemi lahendamine 3 punkti Pireti ostusumma 1 punkt
2. Kui allahindlus oli 60%, siis 28 € on esialgsest hinnast 40% $\Rightarrow$ jope esialgne hind oli: $\frac{28 \cdot 100}{40} = 70 \text{ (€)}$	Jope esialgne hind 2 punkti

Lai kursus

(2013)(5 punkti)

Lihtsustage avaldis $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}+4} + \frac{4\sqrt{b}}{b-16}$ ja arvutage selle avaldise kõik võimalikud väärtused, kui $|b-16|=2$.

Lahendus	Hindamine
$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}+4} + \frac{4\sqrt{b}}{b-16} = \frac{\sqrt{b}(\sqrt{b}-4) + 4\sqrt{b}}{(\sqrt{b}+4)(\sqrt{b}-4)} = \frac{b-4\sqrt{b}+4\sqrt{b}}{b-16} = \frac{b}{b-16};$ Kui $b-16 =2$, siis $b_1=14$ ja $b_2=18$. Kui $b_1=14$, siis $\frac{14}{14-16} = -7$. Kui $b_2=18$, siis $\frac{18}{18-16} = 9$.	Avaldise lihtsustamine 3 punkti Avaldise kõikide võimalike väärtuse arvutamine 2 punkti

(2012)(5 punkti)

Kaks autot alustasid punktist A üheaegselt sõitu. Autod sõitsid erinevates

suundades, kumbki mööda sirgjoonelist teed. Esimese auto kiirus oli 90 km/h, teise auto kiirus 60 km/h ja teedevaheline nurk $\varphi = 120^\circ$. Leidke autodevaheline kaugus pärast kaheminutilist sõitu?

Lahendus	Hindamine
I auto läbis 2 minutiga: $t_1 = 90 \cdot \frac{2}{60} = 3$ (km); II auto läbis 2 minutiga: $t_2 = 60 \cdot \frac{2}{60} = 2$ (km). Autodevahelise kauguse arvutamiseks kasutame koosinusteoreemi: $x = \sqrt{3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{19} \approx 4,359$ (km)	Ülesande sisu mõistmine (selgitused, joonis jms) 1 punkt Mõlema auto poolt 2 minuti jooksul läbitud teepikkuse arvutamine 2 punkti Koosinusteoreemi teadmine ja rakendamine autodevahelise kauguse arvutamisel 2 punkti

(2013)(10 punkti)

- Lahendage võrrand $\log_2 2x = 2 \log_2 x + \log_2 \frac{x}{2}$.
- Sügavkülmikusse pandud toiduaine temperatuuri $y(^{\circ}\text{C})$ ajahetkel $x(h)$ kirjeldab valem $y = 32 \cdot 2^{-x} - 16$.
 - Mis on toiduaine temperatuur külmikusse paneku hetkel $x = 0$?
 - Mitme tunni pärast on sügavkülmikusse pandud toiduaine temperatuur 0°C ?

Lahendus	Hindamine
1. $X = (0; \infty)$ $\log_2 2x = 2 \log_2 x + \log_2 \frac{x}{2}$ $\log_2 2x = \log_2 \left(\frac{x^2 \cdot x}{2} \right)$ $2x = \frac{x^3}{2} \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow$ $x_1 = 0$ (vl); $x_2 = -2$ (vl); $x_3 = 2$ Kontroll. $x = 2$;	Logaritmimise reeglite ja omaduste kasutamine 4 punkti Võrrandi lahendamine 1 punkt Lahendite kontroll 1 punkt

vp $\log_2 4 = 2$; pp $2\log_2 2 + \log_2 1 = 2$; vp = pp	
2.1. $y(0) = 32 \cdot 2^0 - 16 = 16^\circ C$	Algtemperatuuri arvutamine 1 punkt
2.2. Mitme tunni pärast on temperatuur $0^\circ C$?	Õpilane mõistab ülesande sisu (lahendada eksponentvõrrand $y = 0$)
$32 \cdot 2^{-x} - 16 = 0 \Rightarrow 2^{-x} = 2^{-1} \Rightarrow x = 1(h)$	1 punkt
	Võrrandi lahendamine 2 punkti

(2012) (10 punkti)

Paneelmajade vahelisele platsile tahetakse ehitada riskülikukujuline mänguväljak. Laste ohutuse tagamiseks tuleb mänguväljaku kolm külge piirata aiaga. Leidke sellise mänguväljaku suurim võimalik pindala, kui piirdeaia pikkus on 44 m.

Lahendus	Hindamine
Olgu maatüki mõõtmed x (m) ja y (m).	Ekstreemumülesande sisu mõistmine (nt selgitused, joonis vm) 1 punkt
Teksti põhjal: $P = x + 2y = 44$.	Piirdeaia kogupikkuse avaldamine mänguväljaku mõõtmete kaudu 1 punkt
Mänguväljaku pindala peab olema maksimaalne, st $S = xy \rightarrow \max$.	Pindala avaldamine 1 punkt
$S'(y) = [y(44 - 2y)]' = 44 - 4y$; $44 - 4y = 0 \Rightarrow y = 11(m)$.	Pindala avaldamine ühe muutuja funktsioonina 1 punkt
Kas on maksimaalne? $S''(y) = -4 > 0 \Rightarrow y = 11(m)$ on maksimaalne	Tuletise leidmine 2 punkti
Ristküliku teine külg: $x = 22$ (m).	Mänguväljaku mõõtmete arvutamine 2 punkti
$S_{\max} = 11 \cdot 22 = 242(m^2)$	Põhjendus et on tegemist maksimaalse pikkusega (laiusega) 1 punkt
	Maksimaalse pindala arvutamine 1 punkt

(2013) (10 punkti)

Mobiilioperaator pakub kolme erinevat teenust:

- 1) kõneteenus, millel on fikseeritud tasu ainult kõnealustuse eest, st tasu ei sõltu kõne pikkusest;
- 2) fikseeritud tasuga SMS-i saatmise teenus;
- 3) fikseeritud tasuga MMS-i saatmise teenus.

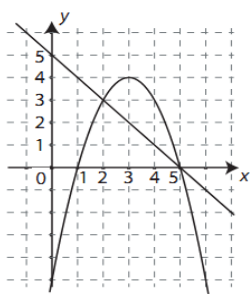
Aasta kolme esimese kuu kohta sai klient järgmise arve:

Kuu	Kõnede arv	SMS-ide arv	MMS-ide arv	Summa
jaanuar	26	15	5	4,4 €
veebruar	30	0	2	3,3 €
märts	14	5	3	2,2 €

Leidke selle mobiilioperaatori kõnealustustasu ning ühe SMS-i ja MMS-i saatmise hind.

Lahendus	Hindamine
x – kõnede arv; y – SMS arv; z – MMS arv Teksti põhjal: $\begin{cases} 26x + 15y + 5z = 4,4 \\ 30x + 2z = 3,3 \\ 14x + 5y + 3z = 2,2 \end{cases} \Rightarrow z = 1,65 - 15x$ Asendusvõtte: $\begin{cases} 26x + 15y + 5(1,65 - 15x) = 4,4 \\ 14x + 5y + 3(1,65 - 15x) = 2,2 \end{cases} \Rightarrow x = 0,1 (\text{€}); y = 0,07 (\text{€})$ $z = 1,65 - 15 \cdot 0,1 = 0,15 (\text{€})$ Kontroll. Jaanuar: $26 \cdot 0,1 + 15 \cdot 0,07 + 5 \cdot 0,15 = 4,4 (\text{€})$ Veebruar: $30 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,15 = 3,3 (\text{€})$ Märts: $14 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,07 + 3 \cdot 0,15 = 2,2 (\text{€})$ Vastus. Mobiilioperaatori kõnealustustasu on 0,1€, SMS-i saatmise hind on 0,07 € ja MMS-i saatmise hind on 0,15 €	Ülesande sisu mõistmine (nt muutujate valimine) 1 punkt Võrrandite koostamine 3 punkti Võrrandisüsteemi lahendamine (sh lahendusvõtte valik) 3 punkti Sisuline kontroll 3 punkti

(2014) (5 punkti)



Joonisel on funktsioonide $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ ja $g(x) = 5 - x$ graafikud.

1. Viirutage antud joontega piiratud kujund.
2. Arvutage selle viirutatud kujundi pindala

Lahendus	Hindamine
<u>I variant:</u> Rajad: $-x^2 + 6x - 5 = 5 - x$ $x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = 5$ NB! Rajad võib leida ka jooniselt! Pindala: $S = \int_2^5 (-x^2 + 6x - 5 - 5 + x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{7x^2}{2} - 10x \right) \Big _2^5 =$ $-\frac{125}{3} + 87,5 - 50 - \left(-\frac{8}{3} + 14 - 20 \right) = 4,5 \text{ (pü)}$ <u>II variant:</u> $S_1 = \int_2^5 (-x^2 + 6x - 5) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x \right) \Big _2^5 = -\frac{125}{3} + 75 - 25 -$ $-\left(-\frac{8}{3} + 12 - 10 \right) = 9 \text{ (pü)}$ (parabooli ja x-teljega piiratud kujundi pindala) $S_2 = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4,5 \text{ (pü)}$ (sirge ja x-teljega piiratud kujundi pindala)	Kujundi viirutamine 1 punkti Õiged rajad ja õige integreeritav funktsioon 2 punkti Integreerimine 1 punkt Pindala arvutamine 1 punkt Õiged rajad ja õige integreeritav funktsioon 2 punkti Integreerimine 1 punkt

(2014) (10 punkti)

1. Oksjonil müüdi maali alghinnaga 150 eurot. Nii esimene kui ka iga järgmine hinnapakkuja suurendas panust ühe ja sama summa võrra. On teada, et kümnes pakkumine oli 1400 eurot ning maali ostis kolmekümnenda pakkumise teinud osaleja. Mis hinnaga osteti maal?
2. Samal oksjonil müüdi antiikese, mille ostuhind oli 2500 eurot. Eksperdi hinnangul oli eseme tegelik väärtus vaid 1900 eurot. Eksperdi hinnangul tõuseb eseme väärtus 4% aastas. Mitu aastat peaks oksjoni toimumisest mööduma, et eseme tegelik väärtus ja ostuhind oleksid võrdsed?

Lahendus	Hindamine
1. $a_1 = 150 \text{ €}$ $a_{11} = 1400 \text{ €}$ Leida: $a_{31} = ?$ $a_{11} = a_1 + 10d \Rightarrow d = \frac{a_{11} - a_1}{10}$ $d = \frac{1400 - 150}{10} = 125 \text{ (€)}$ $a_{31} = a_1 + 30d; a_{31} = 150 + 30 \cdot 125 = 3900 \text{ (€)}$ 2. $a_1 = 1900 \text{ (€)}$ $q = 1,04$ $a_n = 2500 \text{ (€)}$ Leida: $n = ?$ $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $2500 = 1900 \cdot 1,04^{n-1} \Rightarrow 1,04^{n-1} = \frac{2500}{1900} \Rightarrow$ $n - 1 = \frac{\log 25 - \log 19}{\log 1,04} \approx 7 \text{ aastat}$	Ülesande sisu mõistmine (st õpilane saab aru, et aritmeetiline jada, millised andmed on tekstis antud ja mitmes jada liige tuleb leida) 2 punkti Üldliikme valemi teadmine 1 punkt Jada vahe d arvutamine 1 punkt Ostuhinna arvutamine 1 punkt Ülesande sisu mõistmine (st millised andmed on tekstis antud) 2 punkt Üldliikme valemi rakendamine 1 punkt Vastuse arvutamine 2 punkti

(2015) (10 punkti)

Püramiidi $ABCDE$ põhjaks on romb $ABCD$ ja tipust E tõmmatud kõrgus langeb põhiserva AB keskpunkti. Püramiidi ruumala on 1200 cm^3 , kõrgus 30 cm ja põhitahu diagonaalide pikkuste vahe on 14 cm . Konstrueerige ülesande tekstile vastav joonis ja arvutage nurk püramiidi lühema külgserva ja põhitahu vahel.

Lahendus	Hindamine
$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot EF \Rightarrow S_p = \frac{3V}{EF}; S_p = \frac{1200 \cdot 3}{30} = 120 (\text{cm}^2)$ Rombi diagonaalid AC ja BD: $\begin{cases} BD - AC = 14 \\ \frac{BD \cdot AC}{2} = 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BD = 24 (\text{cm}) \\ AC = 10 (\text{cm}) \end{cases}$ Rombi külge AB: $AB = \sqrt{(0,5BD)^2 + (0,5AC)^2};$ $AB = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13 (\text{cm})$ $\tan \angle EAB = \frac{EF}{0,5AB}$ $\tan \angle EAB = \frac{30}{6,5} \Rightarrow \angle EAB \approx 77,8^\circ$	Joonis (on joonestatud püramiid ning kus on minimaalselt märgitud kõrgus ja otsitav nurk) 2 punkti Ruumala 1 punkt Põhja pindala 1 punkt Diagonaalid AC ja BD 3 punkti Rombi külge AB 1 punkt Nurga arvutamine 2 punkti