

2015. aasta laia matemaatika riigieksami analüüs

Tartu Ülikooli matemaatika- ja informaatikateaduskonna emeriitdotsent

Tiit Lepmann

1. Üldandmed

Vaadeldav uue õppekava kohane matemaatika riigieksam oli juba teist aastat järjest kõigile gümnaasiumilõpetajatele kohustuslik eksam. Iga eksaminand võis valida, kas ta teeb kitsa või laia matemaatika eksami.

Eksam sooritati kahes osas. Esimene osa sisaldas seitset, teine viit ülesannet. Kummagi osa eest võis saada maksimaalselt 50 punkti (tabel 1). Koos alaülesannetega võib eksami struktuuris eristada 20 ülesannet või selle osa. Lisaks sellele sisaldasid nii laia kui ka kitsa matemaatika eksamid seitset ühist ülesannet (tabelis 1 toonitud lahtrid) või ülesande osa (ühisosa ülesanded). Viimaste üheks eesmärgiks oli paigutada laia ja kitsa matemaatika eksami sooritanud eksaminandide tulemused ühtsele skaalale. Ühisosa ülesannete eest võis saada kokku 50 punkti. Töö esimese osa lahendamiseks oli ette nähtud 120, teise osa jaoks 150 minutit.

Tabel 1. Eksami struktuur, sisu ja lahendamisel rakenduv kõrgem kognitiivne tase

	I osa									II osa										
Ülesanne	1	2.		3.	4.		5.	6.		7.	1.	2.		3.			4.		5.	
Ülesande osis	–	1	2	–	1	2	–	1	2	–	1	2	1	2	1	2	3	1	2	–
Punktide arv	5	5		5	5		10	5	5	10	5	5	6	4	6	2	2	5	5	10
Kognitiivne tase	A	A	B	B	B	B	C	A	C	C	B	C	B	C	C	B	A	B	C	C
Kursus	I	XI, V		III, IV	VI, XIV		I, III, XI, XIV	II, VIII		IV, XI	IX, X	V, XI		II, VII, XIV			II, XIV		III, XIII	

Tabelis 1 on toodud ka eksamiga kontrollitavate kursuste numbrid ja üldisemad kognitiivsed pädevused, mida tähistatakse järgmiselt:

A – tüüpiline, õpitud algoritme ja mudeleid rakendav arvutus-teisendusülesanne;

B – ühe- või kaheetapilise, lihtsama matemaatilise mudeli koostamine ja rakendamine suhteliselt tuntud olukorras;

C – kahe- või enamaetapilise, keerukama matemaatilise mudeli loomine ja rakendamine.

Kokku oli matemaatika riigieksami tegijaid 8142, neist 4720 (58,0%) valisid laia ja 3422 (42,0%) kitsa matemaatika eksami. Võrdlus möödunud aastaga näitas, et vaatamata eksami sooritajate koguarvu vähenemisele ca 100 õppuri võrra oli laia matemaatika eksami sooritanute arv oluliselt suurenenud (tabel 2). Laina matemaatika eksami valis möödunud aastal ühtekokku 4171 (50,6%) eksaminandi, käesoleval aastal aga 4720 (58,0%). Uurides eksamivalikut soost

ja eksami soorituskeelest lähtuvalt näeme, et nii möödunud kui ka käesoleval aastal eelistasid laia matemaatika eksami valida eesti soorituskeelega eksaminandid (60,3%) ja mehed (65,3%). Kõik inglise keeles riigieksami sooritanud eksaminandid (5 eksaminandi) valisid kitsa matemaatika eksami. Kitsa matemaatika eksam osutus ka vene soorituskeelega eksaminandide (52,1%) eelisvalikuks. Eelmise aastaga võrreldes tuleb kindlasti märkida, et laia matemaatika eksami valinute osakaal on suurenenud kõikides vaadeldud rühmades, seejuures kõige rohkem vene soorituskeelega eksaminandide seas (9,2 protsendipunkti). Võib arvata, et selline muutus on suuresti seotud meie kõrgkoolide vastuvõtunõuetega.

Tabel 2. Eksamivalik soo ja õppekeele järgi

		Eesti soorituskeel	Vene soorituskeel	Naised	Mehed
Lai eksam	2015	60,3% (4007)	47,9% (713)	52,4% (2418)	65,3% (2302)
	Kasv (pp)	7	9,2	7,1	7,7
	2014	53,3% (3585)	38,7% (586)	45,3% (2112)	57,6% (2059)
Kitsas eksam	2015	39,7% (2642)	52,1% (775)	47,6% (2200)	34,7 (1222)
	2014	46,7% (3137)	61,3% (927)	54,7% (2548)	42,4% (1519)
Kokku	2015	100% (6649)	100% (1488)	100% (4618)	100% (3524)
	2014	100% (6722)	100% (1513)	100% (4660)	100% (3578)

Laia matemaatika eksamit eelistasid gümnaasiumi päevase õppe läbinud (63,8%) ja varem lõpetanud (70,1%). Seevastu kitsa matemaatika eksam oli eelistatum eksternõppe (78,6%), gümnaasiumi õhtuse õppe (87,0%) ja kutseõppe läbinud eksaminandide (63,7%) seas. Analooogne oli olukord ka möödunud aastal (vastavalt 55,3%, 72,8%, 75%, 85,1% ja 70%).

Ka maakondade lõikes varieerus laia matemaatika eksami valinute osakaal suuresti. Nii nagu möödunud aastal, eelistasid ka tänavu kõige rohkem laia matemaatika eksamit Hiiu, Valga, Tartu ja Põlva maakonna eksaminandid (valinute osakaalud vastavalt 83,3%, 70,4%, 69,2% ja 65,7%, tabel 6). Kõige vähem valisid laia matemaatika eksamit aga Järva, Ida-Viru, Lääne ja Võru maakonna eksaminandid (valinute osakaalud vastavalt 39,4%, 45,3%, 45,9% ja 46,3%). Ainsana valisid Lääne maakonna eksaminandid nii sellel kui ka eelmisel aastal rohkem just kitsa matemaatika eksamit.

2. Laia matemaatika eksami tulemused

2.1. Tulemused soo, õppekeele ja õppevormi järgi

Nii laia kui ka kitsa matemaatika kursuse eksamil oli võimalik koguda maksimaalselt 100 punkti. Laia matemaatika eksami keskmine tulemus oli 50,8 punkti, mis on möödunud aasta keskmisest 3,2 punkti võrra madalam. Eriti torkas keskmise tulemuse langus silma meeste puhul ($54,2 - 49,4 = 4,8$ punkti). Naiste puhul oli vastav vahe vaid 1,7 punkti. Naised saavutasidki selle aasta eksamil meestest statistiliselt oluliselt parema tulemuse (vastavalt 52,1

ja 49,4 punkti, tabel 3). Kõige muu kõrval võis paremus olla seotud sellega, et naised valisid laia matemaatika (n-õ raskemat) eksamit märgatavalt vähem kui mehed (52,4% versus 65,3%, tabel 2). Naiste tulemuste paremus kajastus ka nende väikeses osakaalus (3,8%, tabel 3) skaala alumises osas (tulemus 0–10 punkti). See oli märgatavalt väiksem meeste omast (6,2%). Samas olid skaala tipus (tulemus 91–100 punkti) naiste ja meeste osakaalud praktiliselt võrdsed (vastavalt 6,8% ja 6,6%).

Möödunud aastaga võrreldes kasvas laia matemaatika eksami mittesooritanute arv ning kahanes maksimumtulemuse saavutanute arv (vastavalt kaheksa ja nelja võrra). Eksam loeti sooritatuks kõikidel eksaminandidel, kelle tulemus oli vähemalt 1 punkt. Sooritamata (tulemus 0 punkti) jäi eksam aga kümnel eesti soorituskeelega eksaminandil (5 naisel ja 5 mehel) ning ühel vene soorituskeelega mees eksaminandil. Maksimumtulemuse (100 punkti) saavutasid kokku 16 eksaminandi, 14 neist sooritasid eksami eesti ja kaks vene keeles, neist seitse olid mehed ning üheksa naised. Tabelist 3 on näha, et laia matemaatika eksami vene keeles sooritanud eksaminandid saavutasid parema tulemuse kui eesti soorituskeelega eksaminandid. See erinevus on ka statistiliselt oluline. Eesti soorituskeelega eksaminandide oli skaala alumises osas (tulemus 0–10 punkti) protsentuaalselt rohkem (5,3%, tabel 3). Vene soorituskeelega eksaminandide oli selles skaala osas vaid 3,2%. Taoline vene soorituskeelega eksaminandide paremus võib olla osaliselt tingitud ka sellest, et need eksaminandid valisid laia matemaatika eksamit vähem kui kitsa matemaatika eksamit (vene soorituskeelega eksaminandidest 47,9% ja eesti soorituskeelega eksaminandidest 60,3%, tabel 2). Nii võib arvata, et vene soorituskeelega eksaminandide valik oli teadlikum ning arvestas rohkem nende võimekusega.

Tabel 3. Tulemused soorituskeeles ja soo järgi

	Mehed		Naised		Eesti õppekeel		Vene õppekeel	
Aasta	2015	2014	2015	2014	2015	2014	2015	2014
Keskmine	49,4	54,2	52,1	53,8	49,9	53,5	55,5	56,8
0–10punktiste tulemuste osakaal (%)	6,2	3,2	3,8	3,4	5,3	3,0	3,2	5,1
91–100punktiste tulemuste osakaal (%)	6,6	7,6	6,8	5,4	6,7	6,3	6,7	7,7

Laia matemaatika eksami sooritanute tausta vaadates selgus oodatult, et enamik eksaminandidest (91,6%, tabel 4) oli läbinud gümnaasiumi päevase õppe. Neile järgnesid varem lõpetanud (4,2%), õhtuse või kaugõppe (2,1%) ja kutsõppe lõpetanud eksaminandid (1,5%). Analooigne oli pilt ka eelmisel aastal.

Tabel 4. Tulemused õppevormi järgi

Õppevorm	N		N(%)		Keskmine		0–10 p (%)		91–100 p (%)	
	2015	2014	2015	2014	2015	2014	2015	2014	2015	2014
Eksternõpe või muu	21	18	0,4	0,4	46,2	19,2	14,3	44,4	4,8	5,6
Gümn. päevane õpe	4325	3853	91,6	92,4	52,3	55,8	3,2	2,1	7,1	6,9
Gümn. õhtune või kaugõpe	101	128	2,1	3,1	24,0	27,7	31,7	19,5	0	0
Kutseõpe	73	57	1,5	1,4	21,2	21,4	47,9	29,8	1,4	0
Varemlõpetanud	200	115	4,2	2,8	43,2	43,1	12,0	6,1	3,5	2,6
Kokku	4720	4171	100	100	50,8	54,0	5,0	3,3	6,7	6,5

Ka erinevate õppevormide eksaminandide tulemuste pingeread on 2014. ja 2015. aastal suhteliselt sarnased. Ootuspäraselt sooritasid mõlemal vaadeldud aastal laia matemaatika eksami teistest paremini gümnaasiumi päevase õppe lõpetanud (2014 – 55,8 punkti, 2015 – 52,3 punkti, tabel 4). Järgnesid eksternõppe ja gümnaasiumi varem lõpetanud eksaminandid (vastavalt 46,2 ja 43,2 punkti). Pingrea lõppu jäid (nagu möödunud aastalgi) gümnaasiumi õhtuse või kaugõppe ja kutseõppe läbinud eksaminandid (vastavalt 24,0 ja 21,2 punkti).

Et teistest õppevormidest laia matemaatika eksamile tulnute osakaal oli suhteliselt väike (8,3%), siis oli ka nende mõju laia matemaatika eksami keskmisele tulemusele väike. Sellest tingitult oli laia matemaatika eksami tulemus madalam vaid 1,5 punkti võrra ($52,3 - 50,8 = 1,5$). Gümnaasiumi õhtuse ja kaugõppe ning kutseõppe läbinud eksaminandide hulgas oli märkimisväärselt palju neid, kelle eksamitulemus oli 0–10 punkti (tabel 4).

Nagu teada, lubavad lõpueksamite reeglid valida nii laia kui ka kitsa matemaatika eksamit sõltumata sellest, millise kursuse õppur koolis läbib. Osutub, et laia matemaatika eksamit valisid ka need eksaminandid, kes õppisid koolis kitsa matemaatika kursust. Tabelist 5 näeme, et selliseid eksaminande oli 137 (ca 3% laia matemaatika eksami valinute üldarvust). Samast tabelist selgub ootuspäraselt, et nende keskmine tulemus oli märkimisväärselt madalam kui koolis laia kursuse läbinutel (vastavalt 32,3 ja 51,8 punkti). 341 eksaminandi jättis eksamilehel märkimata, millist kursust ta koolis oli õppinud. Ka nende tulemus oli laia kursuse matemaatikat õppinute omast madalam (45,7 punkti). Võttes kokku eespool öeldu näeme, et nii kitsa kursuse läbinute kui ka kursuse märkimata jätanud eksaminandide tulemused mõjutasid laia matemaatika eksami tulemust väga vähe (vähendasid seda vaid ühe punkti võrra).

Tabel 5. Koolis läbitud kursus ja tulemus

Läbitud kursus	Eksaminandide arv	Osakaal (%)	Tulemus
Lai	4242	89,9	51,8
Kitsas	137	2,9	32,3
Märkimata	341	7,2	45,7
Kokku	4720	100,0	50,8

2.2. Tulemused maakondade kaupa

Eksami sooritanute protsentuaalses jaotuses maakonniti peegeldub meie rahvastiku jaotumine riigis: 70,4% eksaminandidest olid pärit suuremate linnadega maakondadest, nagu Harjumaa, Tartumaa, Ida-Virumaa ja Pärnumaa (tabel 6). Samas pole eksaminandide keskmine tulemus sugugi positiivses korrelatsioonis suurlinna olemasoluga maakonnas. Kõige kõrgemad keskmised tulemused saavutati just suhteliselt väikese eksaminandide arvuga maakondades, nagu Hiiumaa (keskmine tulemus 69,9 punkti), Läänemaa (59,2 punkti) ja Saaremaa (58,8 punkti). Pingerea esimesse kolmandikku kuulusid nimetatutele lisaks veel Ida-Virumaa (57,3 punkti) ja Viljandimaa (57,0 punkti). Tuleb kohe lisada, et maakondade pingeread olid eelmisel ja sellel aastal suures osas samad. Eelmise aasta esiviisikust langes välja vaid Jõgeva maakond ja selle asemele tuli Viljandi maakond. Praktiliselt samaks jäi ka pingerea viimane kolmandik. Sinna kuulusid (nagu möödunud aastalgi) Rapla (43,9 punkti), Järva (42,4 punkti), Valga (40,9 punkti), Võru (40,4 punkti) ja Põlva (40,2 punkti) maakond.

On loomulik, et eksami kõige kehvemini (0–10 punkti) sooritanute osakaal oli suur just pingerea lõpus olevates maakondades. Õeldu kehtib Valga, Võru ja Põlva maakonna suhtes, kus üle 10 punkti ei kogunud vastavalt 5%, 6,5% ja 7,4% selle maakonna eksaminandidest. „Mütsiga lööjaid“ leidis suhtelt palju ka Harju, Pärnu ja Tartu maakonnas (vastavalt 6,3%, 6,8% ja 4,2% selle maakonna eksaminandidest). Tõsiasi, et maksimumtulemus 100 punkti saavutati enamasti suurlinnadega maakondades (tabel 6), seletub ilmselt koolide suurema valikuvõimalusega ja „ajude“ koondumisega just sinna. Kui tippudena käsitada 91 ja enam punkti saanud, siis näeme, et tippe jätkus ka väiksematesse maakondadesse (Hiiu maakond – 22,9% maakonnast pärit eksaminandidest, Lääne maakond – 7,4%, Saare maakond – 6,9%, Viljandi maakond – 6,0%). Tippude ülisuurde osakaalu Hiiu maakonnas panustas võrdselt nii Kärkla kui Käina gümnaasium.

Loomulikult pakub veel huvi, kuidas muutusid tulemused erinevates maakondades eelmise aastaga võrreldes. Selgub, et 11 maakonnas 15st tulemus langes. Tulemus tõusis vaid Hiiu, Valga, Lääne ja Viljandi maakonnas (vastavalt 10,2; 5,8; 1,4 ja 0,1 punkti).

Tabel 6. Tulemused maakonniti

Maakond	N		Valinuid (%)			Punktide keskmine			0–10 p (%)	100p	90–100 p (%)
	2015	2014	2015	2014	Kasv	2015	2014	Kasv	2015	2015	2015
Hiiu	35	51	83,3	72,9	10,4	69,9	59,7	10,2	0,0	1	22,9
Lääne	95	66	45,9	34,2	11,7	59,2	57,8	1,4	3,2	0	7,4
Saare	130	93	61,3	38,4	22,9	58,8	64,8	–6	1,5	0	6,9
Ida-Viru	302	268	45,3	42,9	2,4	57,3	60,0	–2,7	2,0	1	7,9
Viljandi	133	135	56,4	48,2	8,2	57,0	56,9	0,1	0,0	0	6,0
Tartu	850	850	69,2	64,2	5	54,9	56,2	–1,3	4,2	7	10,4
Jõgeva	103	68	57,5	36,8	20,7	51,8	58,0	–6,2	2,9	0	5,8
Harju	1875	1674	57,1	49,1	8	49,9	52,9	–3	6,3	4	6,5
Pärnu	294	293	53,5	51,7	1,8	49,1	55,8	–6,7	6,8	3	5,8
Lääne-Viru	209	159	55,6	44,5	11,1	46,2	58,3	–12,1	1,4	0	2,9
Rapla	113	88	54,1	39,5	14,6	43,9	50,7	–6,8	1,8	0	3,5
Järva	76	85	39,4	42,9	–3,5	42,4	46,1	–3,7	1,3	0	3,9
Valga	119	109	70,4	68,6	1,8	40,9	35,1	5,8	5,0	0	0,8
Võru	107	104	46,3	41,9	4,4	40,4	49,0	–8,6	6,5	0	1,9
Põlva	94	128	65,7	81,0	–15,3	40,2	40,3	–0,1	7,4	0	4,3
Teadmata	185	0	85,6			44,4			10,3	0	3,8
Kokku	4720	4171	58,0	50,6	7,4	50,8	54,0	–3,2	5,0	16	6,7

Eelmise aasta laia matemaatika eksami analüüs näitas, et mida suurem on laia matemaatika eksami valinute osakaal maakonnas, seda tõenäosem on maakonna madalam keskmine tulemus. 2015. aasta laia matemaatika eksami tulemused seda väidet enam nii reljeefselt ei toeta (tabel 6). Kui uurida, kas ja kuidas oli seotud laia matemaatika eksami valinute osakaalu muutus maakonna keskmise tulemuse muutumisega aastatel 2014 ja 2015, siis selgus, et suhteliselt suur oli laia matemaatika eksami valinute osakaalu tõus Saare, Jõgeva, Rapla ja Lääne-Viru maakonnas (vastavalt 22,9; 20,7; 14,6 ja 11,1 protsendipunkti, tabel 6). Tabelist 6 näeme, et need maakonnad kuuluvad ka rühma, kus eksamitulemus kõige rohkem langes (vastavalt 6; 6,2; 6,8 ja 12,1 punkti). Samas oli aga maakondi, kus laia matemaatika eksami valinute osakaalu märgatava suurenemisega keskmise tulemuse langus ei kaasnenud (nt Hiiu ja Lääne maakond, tabel 6). Neil maakondadel oli aga suhteliselt väike osakaal kogu kontingendis. Seega võib siiski arvata, et just laia matemaatika eksami valinute osakaalu tõus oli käesoleval aastal üheks oluliseks laia matemaatika eksami keskmise tulemuse languse põhjuseks. Loomulikult võis see olla tingitud ka muudest teguritest.

2.3. Tulemused eksamiosade kaupa

Matemaatika riigieksami ülesanded olid jaotatud kahte ossa. Esimene osa sisaldas seitset, teine viit ülesannet. Kummagi osa eest võis saada maksimaalselt 50 punkti. Nii laia kui ka kitsa matemaatika eksami ülesannete komplektis oli seitse ühist ülesannet/alaülesannet (ühisosa ülesanded). Nende eest võis saada samuti summaarselt 50 punkti. See eksamiosa annab võimaluse võrrelda eksami sooritanute erinevaid rühmi ja nende tulemusi. Samuti saab nende ülesannete abil elimineerida eksamitüübi valiku mõju eksamitulemusele. Nii saab moodustada maakondade paremusjärjestuse, mis on eelmises alapunktis esitatust oluliselt adekvaatsem. Selle pingerea esimene osa osutus mõnevõrra teistsuguseks tabelis 6 esitatud pingereast. Ühisosa ülesannete põhjal sai 8410 eksaminandi tulemustele toetudes moodustada järgmise maakondade paremusjärjestuse: Hiiumaa (keskmiselt 33,2 punkti), Saaremaa (27,1), Tartumaa (26,8), Viljandimaa (25,4), Ida-Virumaa (24,7), Jõgevamaa (24,7), Läänemaa (24,4), Pärnumaa (24,1), Harjumaa (23,6), Valgamaa (22,7), Lääne-Virumaa (21,6), Raplamaa (21,6), Põlvamaa (20,4), Järvamaa (17,8) ja Võrumaa (17,5).

Nagu eespool märgitud, langes eksami summaarne tulemus eelmise aastaga võrreldes 3,2 punkti (tabel 7). Selgub, et selle languse põhjustas peamiselt eksamitöö esimene osa. 2014. aastaga võrreldes muutus eksaminandidele oluliselt raskemaks just eksami esimene osa. Kui möödunud aastal saadi I osa lahendamise eest keskmiselt 30,7 punkti, siis käesoleval aastal vaid 25,3 punkti (vahe 5,4 punkti). Veel näeme tabelist 7, et 2015. aasta laia matemaatika eksami mõlemad osad olid eksaminandidele peaaegu võrdse raskusega nii soo kui ka soorituskeelega lõikes (tabel 7). Kui naistele osutusid mõnevõrra raskemateks II osa ülesanded, siis meestele ja vene soorituskeelega õppuritele I osa ülesanded. Seevastu 2014. aastal oli töö II osa esimesest oluliselt raskem (7,4 punkti võrra). See erisus kadus käesoleval aastal sellepärast, et töö I osa oli oluliselt raskem (5,4 punkti võrra, tabel 7), II osa aga pisut kergem (2,2 punkti). Nii nagu möödunud, nii ka käesoleval aastal olid ühisosa ülesanded eksami mõlema osa ülesannetest summaarselt kergemad (tabel 7). See oli ka oodatud tulemus, sest ühisosa ülesanded pidid vastama kitsa matemaatika ainekavale. Eksamil lahendasid neid aga ka laia kursuse läbinud eksaminandid.

Nagu kogu eksamitöös, nii ka selle erinevates osades saavutasid vene soorituskeelega eksaminandid eesti õppekeelega eksaminandidest oluliselt paremaid tulemusi (tabel 7). Samast tabelist näeme, et olukord oli nii ka möödunud aastal. Kui 2014. aasta laia matemaatika eksam ei toonud meeste ja naiste tulemustes esile olulist erinevust, siis käesoleval aastal võime väita, et naised sooritasid laia matemaatika eksami meestest märkimisväärselt paremini (vahe 2,4 punkti, tabel 7). Selle edu peamiseks allikaks osutus töö I osa (tulemuste vahe 2,1 punkti, tabel 7).

Tabel 7. Eksamiosade tulemused

Osa	Kokku			Mehed		Naised		Eesti		Vene	
	2015	2014	Vahe	2015	2014	2015	2014	2015	2014	2015	2014
I osa	25,3	30,7	-5,4	24,2	30,5	26,3	31,0	24,9	30,5	27,1	32,0
II osa	25,5	23,3	2,2	25,2	23,7	25,8	22,7	25,0	23,0	28,3	24,8
Ühisosa	30,5	31,8	-1,3	30,2	31,9	30,8	31,6	30,0	31,6	33,4	33,2
Kogu töö	50,8	54,0	-3,2	48,8	54,2	51,2	53,8	49,9	53,5	55,5	56,8

Seoseid eksami erinevate osade tulemuste vahel kirjeldatakse Pearsoni korrelatsioonikordajatega (tabel 8). Tabelist näeme, et kogu töö tulemus oli väga tugevalt seotud töö erinevate osade tulemusega. See on ka loomulik, sest töö erinevate osade tulemused sisalduvad kogu töö tulemuses. Kui aga vaadata mittekattuvate osade vahelisi seosekordajaid, siis näeme ka siin suhteliselt tugevat seotust. Töö esimese ja teise osa tulemuste vaheline seos oli tugev (korrelatsioonikordaja on 0,88). See aga tähendab, et ca 77% ühe osa tulemuse varieeruvusest on kirjeldatav teise osa tulemuse kaudu. Saadu viib küsimusele: ehk täidaks eksamile püstitatud eesmärgid ka tuntavalt väiksema mahuga ülesannete komplekt?

Tabel 8. Eksamitöö osade seosed

	I osa	II osa	Kogu töö
I osa	1	0,88	0,97
II osa	0,88	1	0,97
Kogu töö	0,96	0,97	1

2.4. Ülesannete tulemused

2.4.1. Ülesannete lahendatuse võrdlus

Järgnevas analüüsis toetutakse 4720 eksaminandi statistilistele andmetele ja 300 eksamitöö läbivaatamisel saadud tulemustele.

Tabel 9. Ülesannete lahendatus¹

Ülesanne ja teema	Lahendatus (%)					Eristus võime
	Kokku	Mehed	Naised	Eesti	Vene	
1.1. Tehted astmete ja juurtega	73,4	71,3*	75,4*	71,8*	82,5*	0,77
1.2. Joontega piiratud kujund	60,9	61	60,8	60,7	62,3	0,68
1.3. Trigonomeetriline avaldis	45,4	41,9*	48,8*	45,8	43,3	0,73

¹ Tärniga on märgistatud statistiliselt oluliselt erinevad tulemused ($\alpha = 0,05$).

1.4. Tõenäosus	29,3	26,7*	31,7*	29,8*	26,2*	0,29
1.5. Tekstülesanne võrratustele	55,0	54	55,9	54,2*	59,1*	0,25
1.6. Logaritmivõrrand	34,6	31,7*	37,3*	33,1*	42,6*	0,19
1.7. Kolmnurga lahendamine	58,6	56,1*	61,1*	58	62	0,74
2.1. Funktsiooni uurimine, puutuja võrrand	53,6	50*	57*	52,1*	61,8*	0,33
2.2. Analüütiline geomeetria, joone võrrand	39,9	36,8*	42,9*	39,2*	43,5*	0,33
2.3. Aritmeetiline jada, protsent	64,3	64,7	63,9	64,2	65,1	0,57
2.4. Protsentülesanne	53,7	58,2*	49,4*	52*	63,4*	0,62
2.5. Stereomeetria, püramiid	43,5	41,8*	45,1*	42,4*	49,6*	0,29

Järjestades eksamiülesanded nende lahendatuse järgi näeme, et saadud pingerea esimesse kolmandikku (paremini lahendatud ülesanded) kuulusid töö I osa esimene, teine ja seitsmes ning II osa kolmas ülesanne. Need olid tavapärased, koolis suhteliselt sageli lahendatavad ülesanded. Nende ülesannete lahendustes rakendusid tehted astmete ja juurtega; kujundi pindala arvutamine määratud integraali abil; trigonomeetria ja siinusteoreemi ning Pythagorase teoreemi rakendamine kolmnurga lahendamisel; aritmeetilise jada ja protsentarvutusega seotud teadmised ning oskused. Raskuselt viimasesse kolmandikku kuulusid töö I osa neljas ja kuues ülesanne ning II osa teine ja viies ülesanne. Kõige madalama lahendatusega (29,3%, tabel 9) oli tõenäosusteooria valdkonda kuuluv Bernoulli'i valemit rakendav I osa neljas ülesanne. See on ilmselt ka ootuspärane tulemus, kuna võib arvata, et see valem oma suhteliselt formaalsete rakendustega jääb koolis enamikule õpilastest võõraks. Ka töö raskuselt järgmine ülesanne kuulus töö I ossa. See oli I osa kuues, logaritmivõrrandi temaatikat rakendav ülesanne (lahendatus 34,6%). Selle ülesande lahenduse võti peitus ülesande teises alaülesandes, kus eksaminandil tuli suhteliselt uudses situatsioonis rakendada oma teadmisi funktsiooni üldtähistest. Ka raskuselt kolmas, töö II osa teine, tasandi analüütilise geomeetria valdkonna teadmisi kontrolliv ülesanne (lahendatus 39,9%) ei kuulu gümnaasiumis õpitavate, rutiinsete ülesannete valdkonda. Seda eriti ülesande teise alaülesande tõttu. Selle alaülesande korral osutus probleemiks lahendamisel rakenduvate teadmiste ja oskuste kuulumine „kaugesse minevikku“ s.o põhikooli lõpuklassi. Viimasena kuulus raskemate ülesannete hulka töö II osa viimane, ruumigeomeetria ülesanne (lahendatus 43,5%). Selle ülesande korral tekitas probleeme võrdsete külgservadega püramiidi kõrguse aluspunkti leidmine. Ka möödunud aastal osutus ruumigeomeetria ülesanne eksaminandidele üheks raskemaks (lahendatus siis 37,6%). Vaadates ülesannete lahendatuse näitajaid eksaminandi soo järgi näeme, et 12st ülesandest kaheksa lahendasid naised meestest oluliselt paremini. Samas leidis ka ülesandeid, kus see erinevus ei olnud kas statistiliselt oluline või olid ülesande paremini lahendanud hoopis mehed. Need olid I osa teine ja viies ning II osa kolmas ja neljas ülesanne. Neist kolme viimast võiks kategoriseerida eluliste, mitmeetapilise matemaatilise mudeli koostamist ja selle mudeli

lahendamist nõudvate ülesannete hulka. Ka 2014. aasta eksamil olid mehed selliste ülesannete lahendamisel naistest paremad.

Võrreldes ülesannete lahendatust soorituskeele järgi, selgusid tulemuste statistiliselt olulised erinevused samuti 12st ülesandest kaheksal korral. Neist ülesannetest vaid ühe korral (ülesanne 1.4.) saavutasid eesti soorituskeelega eksaminandid vene soorituskeelega eksaminanditest oluliselt parema tulemuse (vastavalt 29,8% ja 26,2,8%, tabel 9). See oli töö kõige raskem, Bernoulle'i valemit rakendav tõenäosuse arvutamise ülesanne. Sarnane oli olukord ka 2014. aasta eksamil. Toona oli tõenäosusteooria ülesanne märgatavalt lihtsam ja vastavad lahendatuse näitajad järgmised: 84,0% ja 79,8%. Vene soorituskeelega eksaminandide mõlema aasta madalam tulemus viitab tõenäosusteooria vähesele tähtsustamisele vene õppekeelega koolides. PISA 2012 tõi esile sama tendentsi juba kaheksanda klassi matemaatikas.

2.4.2. Ülesannete lahendus ja tüüpilised vead

Ülesanne 1.1. (5 punkti)

Lihtsustage avaldis $\left(\frac{y}{3x}\right)^5 \cdot \left(\frac{6x}{y}\right)^5 - x^3 : x^{\frac{5}{2}} + (x^4)^{\frac{1}{8}}$, kus $x > 0$, $y \neq 0$.

Töö esimene, tehteid astmetega kontrolliv ülesanne kuulus kursuse *Avaldised ja arvuhulgad* (I kursus) valdkonda. Selle ülesande lahendamine eeldas järgmisi teadmisi ja oskusi: algebralise murru, korrutise ja astme astendamine ning võrdsete alustega astmete jagamine. Sõltuvalt lahendustest võis lahenduses rakenduda ka murrulise astendaja mõiste. Ülesanne ei eeldanud mingi mudeli koostamist, vaid selle lahendus toetus üksnes õpitud mudelite ja algoritmide edukale kasutamisele.

Ülesanne osutus eksamitöö kõige paremini lahendatud ülesandeks (lahendus 73,4%). Naised lahendasid selle meestest oluliselt paremini (erinevus 4 protsendipunkti). Vene soorituskeelega eksaminandid lahendasid ülesannet eesti õppekeelega eksaminandidest aga koguni 10,7 protsendipunkti võrra paremini. See oli eksamikomplektis parima eristusvõimega (eristusindeks² 0,77) ülesanne ja võimaldas väga mitmete erinevate lahenduste kasutamist. Kõige sagedamini (ca 95% juhtudest) läheneti avaldisele n-ö jõupositsioonilt ja astendati kohe eraldi esimesed kaks murdu. Edasiliikumiseks oli kaks varianti: astendada arvud 3 ja 6 ning taandada seejärel murd või taandada arvude 3 ja 6 viiendad astmed, kasutades astmetega seotud valemeid. Kirjeldatud variantidest oluliselt lihtsam olnuks lahendus, kus esimese kahe murru korrumisel rakendatakse korrutise astendamise valemit tagurpidi: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$. Paraku kasutati seda võimalust üliharva. Mõlema kirjeldatud lahendustee korral eristusid veel kaks lahendusideed. Lihtsam neist oli teises liidetavas rakendada kohe võrdsete alustega astmete jagamise valemit, keerulisem aga üleminek juurtele. Need, kes läksid teises liidetavas üle ruutjuurele x-i viiendast astmest, jäid aga edasises sageli hätta tehtega $x^3 : \sqrt{x^5}$.

² Eristusindeks omab väärtusi lõigul $[-1;1]$ ja näitab ülesande võimet diferentseerida õpilasi nende taseme järgi. Eristusindeks loetakse piisavalt heaks, kui see on suurem kui 0,3.

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Hulgaliselt jäeti üksliikme astendamisel astendamata üksliikmete kordajad.
- Suhteliselt paljudes töödes ei osatud jagada võrdsete alustega astmeid.
- Sageli eksiti murru taandamisel – arvkorrajaga 1 liikmed taandati õigesti, kui aga arvkorrajad erinesid 1st, siis taandati ainult arvud (nt $\frac{6x^5y^5}{3x^5y^5} = 2x^5y^5$).
- Üksikutel juhtudel osutus komistuskiviks ka algebralise murru ja/või astme astendamise valemi mitteteadmine.
- Oli ka töid, kus tehete järjekorra reeglit (enne korruta ja jaga, siis liida ja lahuta) rakendati sõna-sõnalt, st liideti enne lahutamist: $2^5 - \sqrt{x} + \sqrt{x} = 32 - 2\sqrt{x}$.

Kokkuvõttes sobis see ülesanne igati laia ja kitsa matemaatika eksami I ossa. Ülesandel oli väga hea diferentseeriv väärtus ja ülesanne oli ka sobiva raskusastmega.

Ülesanne 1.2. (5 punkti)

Joonestage koordinaatteljestikku sirged $y = -\frac{1}{2}x + 2$ ja $x = -5$.

1. Viirutage kujund, mis on piiratud antud sirgete ja mõlema koordinaatteljega.
2. Arvutage viirutatud kujundi pindala.

Ülesande lahendus toetus põhiliselt XI kursuse *Integraal. Planimeetria* teemaatikale. Samas olid olulised ka oskused ja teadmised kursusest *Vektor tasandil*. Joone võrrand (V kursus). Ülesanne oli omapärane seetõttu, et seda võis lahendada matemaatika n-õ raskerelvastusega, kasutades määratud integraali, aga ka toetudes vaid joone võrrandi mõistele ja põhikoolis omandatud planimeetria teadmistele. Mõlemal mainitud juhul eeldas ülesande lahendamine järgmisi teadmisi ja osakusi: sirge võrrandi järgi sirge joonestamine, võrranditega antud kahe sirge lõikepunkti leidmine. Sõltuvalt lahendustee valikust võis pindala leidmisel rakendada kas määratud integraali või trapetsi või ka kolmnurga ja ristküliku pindala valemeid. Ülesanne oli suhteliselt tüüpiline matemaatilise mudeli matemaatilises kontekstis rakendamise ülesanne. Ülesande tegi huvitavaks just see, kuidas jaotusid eksaminandid kirjeldatud kahe erineva lahendustee ehk n-õ rakendatava matemaatilise aparatuuri valikul.

Ülesanne kuulus eksamikomplekti paremini lahendatud ülesannete kolmandikku (lahendatus 60,9%). Nii meeste kui ka naistele oli ülesanne sama raskusastmega (lahendatus vastavalt 61% ja 60,8%). Samuti ei saa erineva soorituskeele puhul väita, et üks vaadeldavatest gruppidest oleks ülesande teisest oluliselt paremini lahendanud (eesti keel – 60,7%, vene keel – 62,3%). Ka eristusindeksi 0,68 järgi kuulus ülesanne eksaminande hästi diferentseerivate ülesannete kolmandikku.

Nagu märgitud, võis seda ülesannet lahendada määratud integraali või planimeetria pindala valemeid kasutades. Selgus, et eelistati ajaliselt lähemal õpitud matemaatika tööriista –

määratud integraali. Analüüsitud 300 eksamitöö põhjal võib väita, et ca kolm eksaminandi viiest valis määratud integraali, kaks aga planimeetriast sobivad pindala valemid.

Määratud integraali lahendusteks valinute sagedasemad eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Hulgaliselt valiti pindala määravas integraalis integreeritavateks funktsioonideks mõlemad ülesande tekstis antud jooned. Seega ka sinna sobimatu sirge $x = -5$. See oli ilmne ülekannetavapärastest sarnaste ülesannete lahendustest, kus pinnatükk jääb tavaliselt kahe antud joone vahele ja integreerida tuleb nende funktsioonide vahet.
- Esinemissageduselt järgmine takistus ülesande lahendamisel määratud integraaliga oli see, et ei osatud antud sirgeid joonestada. Eriliseks probleemiks osutus just sirge $x = -5$ joonestamine.
- Sageli osutus probleemiks ka rajade määramine. Selleks võeti tihti süsteemist
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ x = -5 \end{cases}$$
 leitud muutuja y väärtus.
- Nagu möödunud aastal, esines ka nüüd integreerimisel hulgaliselt arvutus- ja vormistusvigu. Lahenduse vormistamisel puudusid sageli nõutav dx ja sulud.
- Ülesande teksti pinnapealne lugemine tõi kaasa tekstile mittevastavate kujundite joonestamise. Enamikul juhtudest saadi otsitavaks pinnatükiks täisnurkne kolmnurk ja selle pindala leiti juba määratud integraali kasutamata.

Planimeetrial põhineva lahendustee sagedasemad eksimused ja probleemid

- Väga sageli ei mäletatud trapetsi pindala valemit. Heal juhul tükeldati trapets ristkülikuks ja täisnurkseks kolmnurgaks. Kui ristküliku pindala valemit üldjuhul ikka teati, siis täisnurkse kolmnurga pindala arvutamine osutus juba nii mitmelegi probleemiks. Seda arvutati isegi Heroni valemi abil.
- Planimeetrial põhineva lahenduse korral osutus sageli probleemiks trapetsi (kolmnurga) pindala arvutamiseks vajalike joonelementide pikkuste leidmine. Osade lõikude täpset pikkust oli võimalik vahetult jooniselt lugeda, osade aga mitte. Vaatamata võimalusele vastava lõigu täpset pikkust graafikult lugeda, tehti seda sageli analüütiliselt lõigu pikkuse valemile toetudes. Sageli loeti aga ühe arvutamist vajava punkti (antud kahe joone lõikepunkti) koordinaadid otse jooniselt, neid analüütiliselt arvutamata. Peab märkima, et eksamitööde hindajad olid selle alaülesande hindamisel suhteliselt leebed.

Kokkuvõttes sobis vaadeldav ülesanne igati laia ja kitsa matemaatika eksami ühisosasse. Mõnevõrra küsitavusi tekitab fakt, et ülesandega suunati eksaminandid määratud integraaliga trapetsi pindala arvutama.

Ülesanne 1.3. (5 punkti)

Mis teravnurga α korral on avaldise $\sin(30^\circ + \alpha) + \cos 150^\circ \cdot \sin \alpha$ väärtus 0,25?

Ülesande lahendus toetus põhiliselt kursuste *Trigonomeetria II* (IV kursus) ja *Võrratused. Trigonomeetria I* (III kursus) temaatikale. Ülesande lahendamisel tuli eksaminandil lihtsustada üks suhteliselt elementaarne trigonomeetiline avaldis ning seejärel leida teravnurk, mille korral selle avaldise väärtus on 0,25. Ülesande teine osa nõudis sisuliselt võrrandi $\cos x = 0,5$ lõiku $[-90^\circ; 90^\circ]$ jääva lahendi leidmist. Ülesande lahendamiseks vajalikud minimaalsed teadmised ja oskused olid: $\sin 30^\circ = 0,5$; $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$; taandamisvalem $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ ja fakt, et $\cos 60^\circ = 0,5$.

Arvestades seda, et ülesande lahendus eeldas suhteliselt väikse arvu trigonomeetria seoste teadmist, osutus see eksaminandidele siiski üllatavalt raskeks (lahendatus 45,4%). Naised lahendasid ülesande märkimisväärselt paremini kui mehed (vastavalt 48,8% ja 41,9%). Teatav eesti soorituskeelega eksaminandide paremus vene soorituskeelega eksaminandide ees (45,8% ja 43,3%) ei ole statistiliselt oluline. Ülesandel oli hea eristusvõime ja see kuulus taas eksaminande hästi diferentseerivate ülesannete kolmandikku (eristusindeks 0,73). Paraku osutus aga selleks eristavaks teguriks väga sageli just mälu: eksaminand kas teadis või ei teadnud vajalikke trigonomeetria seoseid. Ülesande esimene osa kuulus tüüpiliste, kindlaid seoseid ja algoritme rakendavate ning kindla lahendusteedega ülesannete hulka. Teine osa nõudis eksaminandilt lisaks ka teatava matemaatilise mudeli loomist.

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Lihtsustamist nõudvas avaldises tuli esmalt kasutada $\sin(\alpha + \beta)$ valemit avaldise $\sin(30^\circ + \alpha)$ teisendamisel. Väga suur osa eksaminandidest aga paraku seda valemit ei mäletanud ja pakkusid siin välja kõikvõimalikke omapoolseid variante: $\sin(30^\circ + \alpha) = \sin 30^\circ + \sin \alpha$; $\sin(30^\circ + \alpha) = \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha$; $\sin(30^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; $\sin(30^\circ + \alpha) = \sin \alpha$; $\sin(30^\circ + \alpha) = \cos 60^\circ$ jms. Selles loomingus võis näha nii analoogiat kui ka otsest väärtulekannet järgmistest tõestest matemaatika seostest: $a(b + c) = ab + ac$; $\log m + \log n = \log m \cdot n$; $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; $\sin(360^\circ + \alpha) = \sin \alpha$.
- Avaldise teises liidetavas jäädigi väga sageli hätta taandamisvalemi $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ rakendamisega $\cos 150^\circ$ teisendamisel teravnurga funktsiooniks. Kõige enam levinud eksimus oli miinusemärgi kadumine võrduse paremal pool.
- Ülesande teise osaga, seost $\cos \alpha = 0,5$ rahuldava teravnurga leidmisega, tulid lahenduskäigus selleni jõudnud eksaminandid üldjuhul suhteliselt hästi toime. Märkimist väärib vaid ehk asjaolu, et väga paljud lahendasid saadud võrrandi lahendivalemit kasutades ja osal eksaminandidel jäi otsitav teravnurk (teravnurgad) üldlahendist eraldamata. Kuna leidub ka käsitlusi, kus teravnurga all mõistetakse vaid positiivset, 90° väiksemat nurka, siis tööde hindamisel loeti õigeks ka vastus 60° .

Kokkuvõttes sobis see ülesanne igati laia matemaatika eksami I ossa. Ülesandel oli väga hea diferentseeriv väärtus ja see ülesanne oli ka sobiva raskusastmega. Võib öelda, et sellistel trigonomeetriaülesannetel on riigieksamisel kindlasti oma koht. Seejuures tekib küsimus: kas ja

kui paljud sarnastes ülesannetes rakenduvatest valemitest peavad eksaminandidel peas olema? Ehk lubada siiski teatavat hulka neist eksamil valemikoguna kasutada?

Ülesanne 1.4. (5 punkti)

Osteti pakk Kreeka pähkleid. Tõenäosus, et pakist võetakse tuumata (seest tühi) pähkel, on maaletooja väitel 0,05. Kui suur on tõenäosus, et pakist juhuslikult võetud

- 1) viiest pähklist on täpselt 2 pähkli tühjad;
- 2) kümnest pähklist on vähemalt 1 pähkel tühi?

Eksamitöö I osa neljas ülesanne kuulus gümnaasiumi matemaatika VI kursuse *Tõenäosus, statistika* ja XIV kursuse *Matemaatika rakendused, reaalse protsesside uurimine* temaatikasse. Ülesandega kontrolliti Bernoulli'i valemi rakendusala tundmist ja selle valemi kasutamisoskust tõenäosuste arvutamisel. Ülesande lahendamisel rakendus järgmine õppesisu: sündmus, vastandsündmus, Bernoulli'i valem, kombinatoorika põhiseosed ning sõltuvalt lahendusteest sündmuste summa või vastandsündmuse tõenäosuse arvutamine. Ülesanne eeldas reaalse elulise situatsiooni tarbeks sobiva matemaatilise mudeli leidmist ja selle kasutamisoskust. Ülesanne osutus eksamitöö kõige halvemini lahendatud ülesandeks (lahendus 29,3%). Seda ilmselt mitte ülesande keerukuse tõttu, vaid just tänu sellele, et ülesande lahendamisel kaustatav suhteliselt abstraktne matemaatiline mudel oli jäänud eksaminandidele suures osas sisult mõistmata. Ka eristusvõime poolest kuulus ülesanne eksamitöö halvemasse kolmandikku. Ülesande kahest alaülesandest lahendati ootuspäraselt paremini esimest. Selle osa eest saadi keskmiselt 1,16 punkti kolmest, s.o 38,8%. Teise alaülesande võimalikust kahest punktist saadi keskmiselt vaid 0,30 punkti, s.o 15,1%. Teise alaülesande madal lahendus oli ilmselt ka kogu ülesande madala eristusvõime põhjustajaks. Tabelist 10 näeme, et see ülesanne diferentseeris väga halvasti just madalamatesse võimekusklassidesse kuuluvaid eksaminande (60st punktist madalamale jäävates võimekusklassides varieerus ülesande lahendus vaid ca 8 protsendipunkti).

Tabel 10. Ülesande 1.4. teise osise lahendus erinevates võimekusklassides

Võimekusklass (punkte)	(87– 100]	(77– 87]	(68– 77]	(59– 68]	(50– 59]	(41– 50]	(33– 41]	(25– 33]	(16– 25]	(0– 16]
Ülesande lahendus (%)	68,7	33,7	20,2	13,5	8,5	4,4	1,5	2	0,3	0,1

Naised lahendasid ülesande oluliselt paremini kui mehed (lahendus vastavalt 31,7% ja 26,7%). See oli ainus ülesanne, mida eesti soorituskeega eksaminandid lahendasid vene õppekeega eksaminandidest oluliselt paremini (29,8% ja 26,2%).

Nii esimese kui ka teise alaülesande korral tuli rakendada Bernoulli'i valemit. Ülesande teises alaülesandes oli aga võimalik toetuda kas sündmuste summa või siis vastandsündmuse tõenäosuse mõistele. Mõlemat nimetatud teedest rakendati enam-vähem võrdselt.

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Ülesande halva lahendatuse põhipõhjuseks oli asjaolu, et ei osatud leida situatsiooni kirjeldavat õiget matemaatilist mudelit (Bernoulli'i valemit). Kõige tüüpilisem oli seejuures püüd lahendada ülesanne soodsate ja kõikide võimaluste suhte abil. Paraku see antud ülesande puhul ei toiminud.
- Paljud eksaminandid, kes olid leidnud õige mudeli, eksisid selle rakendamisel esimeses alaülesandes põhiliselt kahel moel: valemis jäeti tõenäosuste korrutise eest ära kombinatsioonid või tõenäosuste p ja q astmed määrati valesti. Väga sageli valiti üheks astendajaks pähtlite arv 5.
- Teise alaülesande korral arvutati sageli nõutud tõenäosuse asemel hoopis tõenäosus sündmusele, kus valitud kümnest pähtlist täpselt üks oleks tühi.
- Neil eksaminandidel, kes lahendasid teise alaülesande sündmuste summa tõenäosusele toetudes, kippusid sageli valemites kombinatsioonide arvud kaduma.

Madala lahendatuse ja kehva eristusvõime tõttu ei olnud see ülesanne laia matemaatikaksamiks ehk kõige sobivam. Ülesanne oli liialt spetsiifiline ja leiab rakendamist vaid ühes kitsas teemas. Võib arvata, et ülesande lahenduses rakenduva mudeli teatava formaalsuse tõttu võis see eksaminandidele jääda suhteliselt võõraks.

Ülesanne 1.5. (10 punkti)

Rajatava ristkülikukujulise liuvälja laius peab olema pikkusest 15 m võrra lühem. Liuvälja ümbermõõt peab olema väiksem kui 120 m ja selle pindala peab olema vähemalt 700 m². Arvutage selle liuvälja pikkuse võimalikud täisarvulised väärtused.

Ülesande lahenduses rakendusid järgmiste gümnaasiumi laia matemaatika kursuste teadmised ja oskused: I kursus *Avaldised ja arvuhulgad*, III kursus *Võrratused. Trigonomeetria I.*, XI kursus *Integraal. Planimeetria* ja XIV kursus *Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine*. Ülesande lahendamiseks pidi eksaminand koostama reaalsel situatsiooni kirjeldava matemaatilise mudeli (võrratuste süsteemi), selle lahendama ning saadud lahendite hulgast leidma ülesande tingimustega sobivad. Mudel oli lineaar- ja ruutvõrratusest koosnev võrratuste süsteem, mille lahendite hulgast tuli leida täisarvulised lahendid. Ülesanne ei kuulunud koolis lahendatavate rutiinsete ülesannete valdkonda.

Lahendatuse näitaja (55%) poolest kuulus ülesanne keskmise raskusega ülesannete kolmandikku. Ülesande kõige kergem osa oli võrratuste süsteemi koostamine (72%), raskem aga selle süsteemi lahendamine (33,7%). Naised lahendasid ülesande 1,9 protsendipunkti võrra meestest paremini. See erinevus pole aga statistiliselt oluline. Oluliselt erinevad vene ja eesti soorituskeelega eksaminandide lahendatuse näitajad (vastavalt 59,1% ja 54,2%). Ülesanne diferentseeris eksaminande nende võimekuse järgi suhteliselt halvasti. Vastav eristusindeks oli üks madalamatest, vaid 0,25. Halvasti diferentseeris eksaminande just ülesande esimene, mudeli koostamist nõudev osa. Tabelist 11 näeme, et ülesande esimene osa diferentseeris halvasti just kõrgematesse võimekusklassidesse kuuluvaid eksaminande. Neljas kõrgemas võimekusklassis varieerus ülesande lahendatus vaid 10 protsendipunkti.

Tabel 11. Ülesande 1.5. esimese osa lahendatus erinevates võimekusklassides

Võimekusklass (punkte)	(87– 100]	(77– 87]	(68– 77]	(59– 68]	(50– 59]	(41– 50]	(33– 41]	(25– 33]	(16– 25]	(0– 16]
Ülesande lahendatus (%)	96,6	93,8	90,9	86,6	81,7	75,9	67,4	59	47,2	24,5

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid ülesande lahendamiseks vajaliku mudeli koostamisel

- Võrratuste süsteemi asemel koostati võrrandite süsteem ja lahendati see.
- Ei mõistetud termini „vähemalt“ täpset tähendust. Lähtuti mitterange võrratuse asemel rangest.
- Võrratuse märgid asetati võrratustesse valepidi.
- Mudeli koostamist takistas see, et ei teatud, kuidas arvutada risküliku ümbermõõtu ja pindala.
- Mudeli koostamisel osutus probleemiks ka termini „võrra lühem“ rakendamine.

Vead ja puudujäägid matemaatilise mudeli lahendamisel

- Ruutvõrratuse lahendamisel lahendati vastav ruutvõrrand. Saadud kahest lahendist lülitati negatiivne kui sobimatu välja. Seejärel jäeti selgitamata, kuidas saadi piirkond $x \geq 35$. Ruutvõrratuse lahendamine jäeti korrektselt lõpetamata.
- Ümbermõõdule seatud tingimusest saadi piir risküliku ühe külje pikkusele. Edasi leiti vastava külje pikkuse võimalikud täisarvulised väärtused. Seejärel arvestati risküliku pindalast tulenevat tingimust ja kontrolliti arvutuste teel, millised täisarvud sobisid risküliku teise külje pikkuseks. Samas jäi aga põhjendamata, kas nii saadi ikka kõik võimalikud külgede paarid.
- Täisarvud jäeti võrratuste süsteemi lahendite hulgast eraldamata.
- Mitterange võrratuse märk muutus sageli rangeks võrratuseks ja vastupidi.
- Võrratuste süsteemi lahendati võrrandite süsteemi lahendamise võtetega.

Kokkuvõttes võib selle ülesande lugeda heaks laia matemaatika eksami I osa ülesandeks ebatraditsioonilisuse ja rakendusliku sisu tõttu ning vaatamata sellele, et ülesandel oli suhteliselt madal eristusindeks. Ehk võinuks pisut kunstlikuna tundunud täisarvuliste lahendite otsimise nõude tekstist välja jätta.

Ülesanne 1.6. (10 punkti)

1. Lahendage võrrand $\log_4(4,5 - 3x) = \log_4 4,5 - \log_4 3x$.
2. On antud funktsioon $f(x) = \log_4(4,5 - 3x)$. Millise parameetri a väärtuse korral on võrrandi $2f(x+a) = 1$ lahend $x = 0,5$?

Ülesande lahenduses rakendusid järgmiste gümnaasiumi laia matemaatika kursuste teadmised ja oskused: I kursus *Avaldised ja arvuhulgad*, II kursus *Võrrandid ja võrrandisüsteemid* ja VIII

kursus *Eksponent- ja logaritmifunktsioon*. Eksaminand pidi teadma ja oskama kasutada astendamise ja logaritmisega seonduvaid valemeid ning võrrandite lahendamisel kasutatavaid samaväärsusteisendusi. Samuti tuli teada, millal ja kuidas tuleb võrrandi lahendeid kontrollida. Ülesande teise alaülesande puhul osutus eriti oluliseks funktsiooni üldtähise sisu ja tähenduse täpne mõistmine. Ülesande esimene osa oli tüüpiline matemaatilise mudeli matemaatilises kontekstis rakendamise ülesanne. Teine osa seevastu nõudis eksaminandidelt matemaatilise mudeli koostamist ja selle lahendamist suhteliselt uudes situatsioonis.

Ülesanne kuulus lahendatuse näitaja (34,6%) poolest raskemate ülesannete kolmandikku. Oodatult osutus kergemaks ülesande esimene alaülesanne, tüüpilise logaritmivõrrandi lahendamine (47,6%), raskemaks aga teine, funktsiooni üldtähise mõistmist eeldav mudeli koostamise ülesanne (21,5%). Naised lahendasid ülesande meestest oluliselt paremini. Lahendatuse erinevus 5,6 protsendipunkti oli ka statistiliselt oluline. Samuti saavutasid vene soorituskeelega eksaminandid eestikeelsetest oluliselt parema tulemuse (42,6% ja 33,1%). Eksaminandide eristamisvõime poolest oli vaadeldav ülesanne aga eksamitöö halvim (eristusindeks 0,19). Sellise halva eristusvõime põhjustas ilmselt teine alaülesanne. Tabelist 12 näeme, et see osis ei diferentseerinud tegelikult üldse viie nõrgema võimekusklassi eksaminande. Alaülesande lahendatus varieerus nendes klassides vaid 6,1 protsendipunkti.

Tabel 12. Ülesande 1.6. teise osise lahendatus erinevates võimekusklassides

Võimekusklass (punkte)	(87– 100]	(77– 87]	(68– 77]	(59– 68]	(50– 59]	(41– 50]	(33– 41]	(25– 33]	(16– 25]	(0– 16]
Ülesande lahendatus (%)	82,4	57	37,5	20,8	11	6,1	1,9	1,2	0,4	0

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Põhiline viga antud logaritmivõrrandi lahendamisel oli logaritmidega seotud valemite mitteteadmised. Ülesande enda püstitus kujul $\log_4(4,5 - 3x) = \log_4 4,5 - \log_4 3x$ võis olla ilmselt ahvatlevaks teguriks, mis viis sageli lahenduses mittetõese seose $\log_a(m - n) = \log_a m - \log_a n$ rakendamisele. Valede valemite rakendamisel jäi teisele positsioonile jagatisest logaritmi leidmise valemi modifikatsioon $\log_a(m - n) = \frac{\log_a m}{\log_a n}$.
- Teine tüüpiline viga ülesande mõlema alaülesande lahendamisel oli lahendite kontrolli puudumine. Oli töid, kus kontroll ei lähtunud esialgsest võrrandist. Kui lahendi sobivuse näitamisel piirduti võrrandi määramispiirkonna leidmisega, siis oleks tulnud lahenduses kindlasti viidata ka sobivuse ja määramispiirkonda kuuluvuse seosele.
- Võrrandite lahendamisel ei toetunud sellele, et funktsiooni väärtuste võrdsusest järeldus argumendi väärtuste võrdsus, vaid jäeti valemitest lihtsalt funktsiooni sümbol ära. Logaritmivõrrandi lahendamisel jäeti esialgse võrrandi mõlemal poolel logaritmi sümbol ära.

- Ülesande teise alaülesande lahendamisel osutus peamiseks probleemiks nõutud mudeli koostamine. See eeldas oskust mõista ja kasutada funktsiooni üldtähist. Funktsioonist $f(x) = \log_4(4,5 - 3x)$ tuli moodustada funktsioon $f(x+a)$, kus $x = 0,5$. Kõige sagedasem eksimus oli kogu avaldise $4,5 - 3x$ tõlgendamine esialgse funktsiooni argumendina. Nii saadi otsitav funktsioon kas kujul $f(x+a) = \log_4(4,5 - 3x + a)$ või $f(x+a) = \log_4(4,5 - 3 \cdot 0,5 + a)$.
- Funktsiooni üldtähist mittemõistmist näitasid veel järgmised suhteliselt sageli pakutud üleminekud: $f(x+a) = f(x) + f(a)$; $f(x+a) = f(x) + a$; $f(x+a) = f(x) \cdot (x+a)$.
- Oli ka töid, kus funktsioonina $f(x)$ tõlgendati funktsiooni $f(x) = \log_4 x$, millest soovitud funktsioonina pakuti funktsioone $f(x+a) = \log_4(x+a)$ või $f(x+a) = \log_4(0,5+a)$.

Halvale eristusvõimele ja madalale lahendatuse näitajale vaatamata võib selle ülesande siiski lugeda sobivaks laia matemaatika eksami ülesandeks. Ülesande esimene, suhteliselt traditsiooniline osa, diferentseeris hästi nõrgemaid, teine, uudsem osa, seevastu tugevamaid eksaminande. Ehk oluks siiski mõistlikum paigutada see ülesanne töö II ossa. Eksami I osa pakkus eksaminandidele juba piisavalt ebatüüpilisi ülesandeid (1.4., 1.5.).

Ülesanne 1.7. (10 punkti)

Õpilane Mari joonestas GeoGebra arvutiprogrammi abil kolmnurga ABC. Kolmnurga külge BC oli pikkusega 10 cm ja selle külje lähisnurgad olid $\angle ACB = 25^\circ$ ja $\angle ABC = 50^\circ$. Mari joonestas küljele BC kõrguse AD, mis jaotas kolmnurga ABC kaheks osaks: kolmnurkadeks ABD ja ACD. Kuna nurk ABD oli 2 korda suurem kui nurk ACD, siis arvas Mari, et ka kolmnurga ACD pindala oli 2 korda suurem kui kolmnurga ABD pindala. Arvutage kolmnurkade ACD ja ABD pindalad ning otsustage, kas Maril oli õigus.

Ülesanne kuulus geomeetria valdkonda ja selle lahendus toetus põhiliselt järgmiste kursuste teadmistele: III kursus *Võrratud. Trigonomeetria I*, IV kursus *Trigonomeetria II*, XI kursus *Integraal. Planimeetria*. Ülesanne oli suhteliselt tüüpiline kolmnurga lahendamise ülesanne, mille väärtus seisnes väga erinevates lahendusvõimalustes ja -viisides. Ülesande võis lahendada vaid täisnurkse kolmnurga trigonomeetria teetudes. Samuti võis lahenduse rajada ka siinusteoreemile. Lahenduses võis kasutada väga erinevaid kolmnurga pindala arvutamise valemeid, koosinusteoreemi ja ka Pythagorase teoreemi. Eksaminandid toetusid lahendustee valikul tavaliselt just viimasena õpitule, s.o siinusteoreemile.

Ülesanne kuulus eksamitöö kergemate ülesannete kolmandikku (lahendatus 58,6%) ja oli ka väga hea eristusvõimega (eristuseindeks 0,74). Naised lahendasid ülesande meestest oluliselt paremini (61,1% ja 56,1%). Samas vene soorituskeelega eksaminandide 4,1-protsendipunktnine paremus eestikeelsete ees ei ole statistiliselt oluline.

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Lahenduseks vajaliku mudeli, st joonise konstrueerimine üldjuhul suuri raskusi ei valmistanud. Probleemiks osutus aga see, et joonisega toodi väga sageli sisse lisaeldusi.

Nii eeldati, et antud kolmnurk oli võrdhaarne või siis täisnurkne. Loomulikult viisid need eeldused valele lahendusele.

- Oli töid, kus joonis puudus. Tekib küsimus, kuidas oli võimalik antud ülesannet ilma jooniseta lahendada. Ehk peaks juba ülesande tekst nõudma joonise tegemist? Väga sageli joonestati kolmnurga kõrgus suvaliselt kaldu, alusega mitteristuvana. Selline joonis sunnib küsima, mida eksaminand mõistab mõiste *kõrgus* all.
- Ei osatud leida või ei teatud lahendamiseks sobivaid matemaatilisi tööriistu. Ülesande kõige tüüpilisem lahendus eeldas esmalt tipu A juures oleva nurga leidmist. Väga paljudel eksaminandidel lahendus sellega (nurga leidmisega) piirduski, st ei osatud leida (teatud) probleemi edasiseks lahendamiseks sobivat matemaatilist instrumenti. Nimetatud nurga leidmise järel rakendati tavaliselt siinusteoreemi. Nii leiti antud kolmnurga kas üks või siis kõik küljed. Edasi tuli aga jälle matemaatilist tööriista vahetada. Võimalikud olid järgmised variandid: täisnurkse kolmnurga trigonomeetria kasutamine või lähtekolmnurga pindala leidmine ning selle kaudu kolmnurga kõrguse arvutamine. Tööriista vahetamine osutus aga paljudele ületamatuks probleemiks.
- Ei osatud valida lihtsamini toimivat matemaatilist tööriista. Näiteks teades täisnurkse kolmnurga kõiki külgi, arvutati selle pindala Heroni valemiga.
- Sageli eksiti valemite rakendamisel ka tehniliselt, näiteks siinusteoreemis ei olnud murdude lugejad ja nimetajad õiges vastavuses; kaateti leidmisel Pythagorase teoreemi rakendamise abil arvutati ruutude summa või siis jäeti saadud tulemus juurimata; kahe külje ja nendevahelise nurga kaudu kolmnurga pindala leidmisel ei kasutatud antud külgede vahelist nurka jms.
- Oli töid, kus kasutati lahenduses jooniselt mõõdetud andmeid.
- Ülesande teksti loeti või siis mõisteti pinnapealselt. Nii jäeti näiteks mitmes töös nõutud pindalad arvutamata ja leiti vaid pindalade suhe. Ei vastatud ülesande tekstis esitatud küsimusele „Kas Maril oli õigus?“.

Kokkuvõttes võib seda ülesannet lugeda väga heaks laia matemaatika eksami I osa ülesandeks. See oli paraja raskusastmega ja väga hea eristusvõimega. Analoogiliste geomeetriaülesannete korral võib sageli probleemiks osutada vastuse nõutav täpsus ja joonise olemasolu lahenduses või selle puudumine. Ehk oleks mõistlik ülesande tekstis joonise vajadus täpselt fikseerida ja selle tegemist ka nõuda.

Ülesanne 2.1. (10 punkti)

1. On antud funktsioon $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^3$. Arvutage selle funktsiooni ekstreemumkohad ja leidke kahanemisvahemikud.

2. Punkt A, mille abstsiss on $x_0 = 3$, funktsiooni $f(x)$ graafikul. Läbi punkti A on tõmmatud funktsiooni $f(x)$ graafikule puutuja, mis lõikab funktsiooni $f(x)$ graafikut punktis B. Koostage selle puutuja võrrand ja arvutage punkti B koordinaadid.

Ülesande lahendus toetus põhiliselt kursustes *Funktsioonid. Arvjadad* (VII kursus), *Trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis* (IX kursus) ja *Tuletise rakendused* (X kursus) õpitule. Ülesande esimene alaülesanne oli suhteliselt tüüpiline, tuttavas matemaatilises kontekstis matemaatilist aparatuuri ja algoritme rakendav ülesanne (funktsiooni uurimise ülesande osa). Seevastu teine alaülesanne nõudis eksaminandilt oskust luua ise probleemi lahendamist võimaldav matemaatiline mudel. Ülesande erinevate alaülesannete lahendamisel pidi eksaminand tundma funktsiooni uurimisega ja funktsiooni graafiku puutujaga seotud mõisteid, teadma astmefunktsiooni diferentseerimise reeglit ja graafikule antud kohal joonestatud puutuja võrrandi, oskama leida funktsioonide graafikute lõikepunktide koordinaate ja oskama lahendada lineaar-, ruut ning kõrgema astme võrrandeid ja ruutvõrratusi.

Ülesanne kuulus eksamitöö keskmise raskusastmega ülesannete kolmandikku (lahendatus 53,6%). Lahenduse esimene etapp (astmefunktsiooni tuletise leidmine) sooritati väga hästi (lahendatus 83,6%). Teine etapp (ekstreemumkohtade ja kahanemisvahemike leidmine) osutus eksaminandidele juba natukene problemaatiliseks (68,8%). Kõige raskemaks osutus aga just viimane alaülesanne (puutuja võrrandi ning puutuja ja antud funktsiooni graafiku lõikepunkti koordinaatide leidmine) (32,5%). Naised lahendasid ülesande oluliselt paremini kui mehed (vastavalt 57,0% ja 50,0%), vene soorituskeelega eksaminandid paremini eesti soorituskeelega eksaminandidest (61,8% ja 52,1%). Sama järjestus jäi kehtima ka ülesande kõikide lahendusetappide korral. Ülesande eristusindeks 0,33 ületas napilt kriitilist väärtust 0,3. Seejuures ülesande nii esimene kui ka teine lahendusetapp eristasid halvasti just kõrgematesse võimekusklassidesse kuuluvaid eksaminande (tabel 13).

Tabel 13. Ülesande 2.1. esimese ja teise etapi lahendatus erinevates võimekusklassides

Võimekusklass (punkte)	(87– 100]	(77– 87]	(68 77]	(59– 68]	(50– 59]	(41– 50]	(33– 41]	(25– 33]	(16– 25]	(0– 16]
Ülesande esimese etapi lahendatus (%)	99,9	98,7	98,7	98,4	95,6	88,2	86,1	77,2	64,6	32,8
Ülesande teise etapi lahendatus (%)	97,9	95,8	93,0	89,8	82,5	70,6	64,0	50,4	35,3	13,1

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Ülesande erinevate alaülesannete juures oli suureks probleemiks ülesande lahenduse ebakorrektnel vormistus. Sageli puudusid selgitused, mida ja mis eesmärgil tehti. Samuti ei kirjutatud eraldi välja vastuseid, need jäid kusagile lahenduskäiku. Ehk tuleks eksamitöös ette näidata vastuste kohad?
- Tuletise leidmine osutus probleemiks põhiliselt kahel põhjusel: ei teatud astmefunktsiooni tuletise valemit või vähendati astmes küll astendajat 1 võrra, kuid jäeti astmenäitaja

kordajana lisamata (st $(x^n)' = x^{n-1}$). Eksiti arvutustes, nt $\left(\frac{2}{3}x^2\right)' = 2\frac{2}{3}x$.

- Ekstreemumkohtade leidmisel esinesid järgmised tüüpilised vead: ei vastatud nõutud küsimusele, kuna ei eristatud mõisteid *ekstreemumkoht*, *ekstreemum* ja *ekstreemumpunkt*; ekstreemumkohtade asemel leiti hoopis nt nullkohad; jäeti põhjendamata ekstreemumi olemasolu (tihti isegi juhul, kui kasvamis- ja kahanemisvahemikud olid korrektselt leitud). Teise tuletise reegli rakendamisel aeti segamini miinimumi ja maksimumi tingimused.
- Kahanemisvahemike määramisel esinesid töödes kõige sagedamini järgmised vead või puudujäägid: võrratuse lahendamisel joonestati parabool valepidi; kahanemisvahemike asemel leiti hoopis negatiivsus- või positiivsuspiirkond; vastus vormistati leitud vahemike ühendina või siis kasutati sümbolit $\wedge$.
- Puutuja võrrandi leidmisel osutus suurimaks tõkkeks puutuja võrrandi kas mitteteadmine või siis valesti rakendamine. Viimasel juhul tehti järgmisi vigu: vahetati võrrandis x_0 ja y_0 ; kasutati puutuja tõusuna puutujaga ristuva sirge tõusu; puutuja tõusuks valiti esialgse funktsiooni avaldis; puutuja tõusuks võeti lähtefunktsiooni või siis tuletisfunktsiooni mõni kordajatest.
- Kogu ülesande lahenduse raskeimaks osaks osutus selle teise alaülesande teise poole lahendamine. Tuli leida saadud puutuja ja esialgse funktsiooni graafikute lõikepunkti koordinaadid. Selleks tuli lahendada võrrandisüsteem, mis viis kolmanda astme võrrandi lahendamiseni. Kui selle kohani polnud eksaminand eksinud, siis sai ta selle võrrandi lahendada rühmitamisvõttega. Kui aga juba eespool oli tehtud mingi viga, jäi ülesande lahendamine siinkohal pooleli. Sageli püüti nimetatud süsteemi lahendada proovimiste teel, mis näitab selgelt, et vastavat matemaatilist aparatuuri ei tuntud.

Kokkuvõttes võib seda ülesannet lugeda sobivaks eksamiülesandeks. Mõningaid küsitavusi tekitas ehk ülesande madal diferentseeriv väärtus. Võibolla aidanuks seda tõsta mõnevõrra keerukama kujuga lähtefunktsioon.

Ülesanne 2.2. (10 punkti)

On antud punktid $A(-2; 3)$ ja $B(5; -4)$. Sirge BC on risti sirgega AB ja punkt C asub y -teljel.

1. Arvutage nurk BAC .
2. Koostage kolmnurga ABC tippe läbiva parabooli võrrand.

Sõltuvalt lahendustest võisid ülesande lahendamisel rakendada kursustes *Vektor tasandil*, *Joone võrrand* (V kursus) ja *Integraal. Planimeetria kordamine* (XI kursus) omandatud teadmised ja oskused. Ülesande esimese alaülesande lahendus eeldas teadmisi sirge võrrandist ja selle koostamise oskust. Samas võis ülesande lahendada ka vaid vektorarvutusele ja täisnurkse kolmnurga trigonomeetrialet toetudes. Ülesande teise alaülesande lahendus nõudis parabooli võrrandi teadmist ning kolme tundmatuga ja kolme võrrandiga lineaarse võrrandisüsteemi lahendamise oskust. Ülesanne kuulus eksamitöö raskemate ülesannete kolmandikku (lahendatus 39,9%). Raskeks muutis selle just teine alaülesanne (lahendatus 24,2%). Ülesande teine osa tingis ilmselt ka ülesande suhteliselt madala eristusvõime (0,33).

Samas oli see alaülesanne hea tippude eristaja (tabel 14; viies madalamas võimekusklassis mitte nii väga ja seal varieerus lahendatus vaid viis protsendipunkti).

Tabel 14. Ülesande 2.2. teise osise lahendatus erinevates võimekusklassides

Võimekusklass (punkte)	(87– 100]	(77– 87]	(68– 77]	(59– 68]	(50– 59]	(41– 50]	(33– 41]	(25– 33]	(16– 25]	(0– 16]
Ülesande teise osise lahendatus (%)	91,4	67,4	41,5	22,3	12,5	5,1	2,6	1,7	0,3	0,1

Taas lahendasid naised ülesande meestest paremini (42,9% ja 36,8%). Samuti said vene soorituskeelega eksaminandid eesti soorituskeelega eksaminandidest oluliselt parema tulemuse (43,5% ja 39,2%).

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Üks sagedasemaid puudujääke ülesande lahendamisel oli toetumine jooniselt loetud andmetele. Kõige rohkem leiti jooniselt punkti *C* koordinaate.
- Pärast kolmnurga tippude koordinaatide leidmist jäadi hätta planimeetria teadmiste rakendamisega, kuna ei teatud lõigu pikkuse arvutamise valemit. Sellisel juhul nt mõõdeti saadud kolmnurga küljed jooniselt ja jätkati nurga *BAC* leidmisega, kasutades kas täisnurkse kolmnurga trigonomeetriat, siinus- või siis koosinusteoreemi.
- Ülesande kõige sagedamini kasutatud lahendustee (sirge võrrandi koostamise) korral osutus takistuseks vajalike valemite mitteteadmine. Nurga leidmise korral ei jälgitud seda, et kasutatavad vektorid algaksid soovitud nurga tipust. Nii leiti vale nurk. Skalaarkorrutise leidmisel küll teati, et vektorite vastavate koordinaatidega tuleb midagi teha, aga ei teatud täpselt, mida teha. Isegi otspunktidega antud vektori koordinaatide leidmine võis osutada raskeks, valemis vahetati vähendatav ja vähendaja.
- Raskusi tekitas ka ülesande teksti mittemõistmine või pinnapealne lugemine: sirgete *BC* ja *AB* nõutud ristuvuse asemel joonestati ristuvatena hoopis sirged *AC* ja *AB*; punkti *C* otsiti *y*-telje asemel *x*-teljelt; parabooli võrrandi asemel leiti kolmnurga ümberringjoone võrrand; sirge *BC* ja *y*-telje lõikepunkti asemel vaadeldi sirge *AB* ja *y*-telje lõikepunkti jms.
- Ülesande teise alaülesande puhul osutus põhiliseks komistuskiviks see, et ei osatud rakendada joonel asuvate punktide koordinaate joone üldvõrrandis olevate kordajate määramisel, st vastava võrrandisüsteemi koostamisel. Samuti oli sageli ununenud parabooli üldvõrrand. Soovitud parabooli võrrandi asemel pakuti vastusena ka vastavat ruutvõrrandit.

Kokkuvõttes võib selle ülesande lugeda laia matemaatika eksami igati õnnestunud ülesandeks. Esimene alaülesanne pakkus hulga erinevaid lahendusteid ja oli lahendatav väga erineva teadmiste ja oskuste pagasiga. Teise alaülesande plussiks oli, et see diferentseeris eriti hästi kõrgemate võimekusklasside eksaminande.

Ülesanne 2.3. (10 punkti)

Perekond Mänd jälgis 2013. aasta 1. jaanuarist 2014. aasta 31. detsembrini, kui palju kulus neil raha toidukaupade ostmiseks. Selgus, et vaadeldud perioodil kulus perel igas kuus ühe ja sama summa võrra rohkem raha kui eelmises kuus.

1. 2013. aasta esimese kolme kuu jooksul kulus perel toidukaupade ostmiseks kokku 796,5 eurot ja 2014. aasta märtsis 285 eurot. Kui palju raha kulus perel toidukaupade ostmiseks 2014. aasta detsembris?
2. Mitu eurot kulus perel vaadeldud perioodil toidukaupade ostmiseks keskmiselt ühes kuus?
3. Mitme protsendi võrra oli 2014. aasta detsembrikuu kulu suurem 2013. aasta jaanuarikuulust?

Ülesande lahendus toetus põhiliselt kursuste *Funktsioonid*. Arvjadad (VII kursus) ja *Matemaatika rakendused, reaalse protsesside uurimine* (XIV kursus) materjalidele. Ülesande lahendamiseks pidi eksaminand leidma ja rakendama reaalse elu situatsiooni peegeldavad matemaatilised mudelid (arvjada). Selleks tuli teada aritmeetilise jadaga seonduvaid mõisteid ja seoseid. Lahendajal tuli situatsiooni kirjeldavas tekstis määrata ülesande lahenduseks olulised arvnäitajad ja kasutades teadmisi aritmeetilisest jadast siduda need oskuslikult uueks, probleemi täpselt kirjeldavaks mudeliks. Ülesannet sai lahendada ka n-ö puht aritmeetiliselt, loogilise arutelu kaudu. Selle tee valisid vaid üksikud eksaminandid. Seejuures on huvitav märkida, et need üksikud eksaminandid said teiste ülesannete lahenduste eest enamasti minimaalselt punkte.

Ülesanne kuulus eksamitöö kergema raskusastmega ülesannete kolmandikku (lahendatus 64,3%). Mehed lahendasid reaalse elu mudeli koostamist nõudva ülesande mõnevõrra paremini kui naised (lahendatus vastavalt 64,7% ja 63,9%), aga see erinevus pole statistiliselt oluline. Samuti pole statistiliselt oluline eesti ja vene soorituskeelega eksaminandide tulemuste erinevus (vastavalt 64,2% ja 65,1%). Kõrge eristuseindeksi 0,57 tõttu oli see ülesanne suhteliselt hea eksaminandide võimete diferentseerija.

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Esimese alaülesande lahendamist takistas põhiliselt lahenduseks vajaliku matemaatilise mudeli valik ja kasutamine. Seda kas ei teatud või ei osatud määrata rakendatava jada liikmeid.
- Vajalike valemite mitteteadmise korral leidsid üksikud eksaminandid ülesandele ka aritmeetilise lahenduse. Sellistes lahenduskäikudes oli aga väga tähtis oma lahenduse üksikasjalik selgitamine. Paraku selgitused enamasti puudusid.
- Aritmeetilise jadaga seotud valemite kasutamisel eksiti jada liikme indeksi määramisel. Kõige sagedamini kasutati jada 15. liikme asemel kolmandat liiget. Seda ilmselt seetõttu, et ei jälgitud täpselt teksti ja järgneva aasta kolmas kuu (a_{15}) loeti käesoleva aasta kolmandaks kuuks (a_3).

- Esines teksti pinnapealsele lugemisele viitavaid vigu, nt eksiti vaadeldava perioodi määramisel (keskmine kulu kuus leiti esimese 12 kuu, mitte kahe aasta jaoks) või kulutuste kasv protsentides leiti mitte kahe, vaid üheaastase perioodi tarvis.
- Teksti hooletu jälgimine või vead protsentarvutuses olid ka ülesande kolmanda alaülesande lahendamisel probleemiks. Selle asemel, et leida mitu protsenti kulutused suurenesid, leiti vastus küsimusele, mitu protsenti ühed kulutused teistest moodustasid.

Kokkuvõttes sobis see ülesanne igati laia matemaatika eksami II osasse. Ülesandel oli suhteliselt kõrge eksaminande diferentseeriv võime ja paras raskusaste. See kontrollis mitmete matemaatiliste mudelite valimise, koostamise ja rakendamise oskust elulises situatsioonis. Loomulikult võib alati polemiseerida teemal, kui tõetruu oli ülesandes pakutud kontekst. Matemaatilise mudeli koostamise ja rakendamise oskuse kujundamise ja kontrollimise seisukohalt ei oma see aga üldjuhul suurt tähtsust.

Ülesanne 2.4. (10 punkti)

1. Kui suure rasvasisaldusega koor saadi, kui segati 300 ml 10% rasvasisaldusega koort ja 200 ml 35% rasvasisaldusega koort?
2. Kui palju tuleb võtta 10% rasvasisaldusega koort ja kui palju 35% rasvasisaldusega koort, et nende segamisel saada 800 ml 25% rasvasisaldusega koort?

Ülesande lahendus toetus kursuste *Võrrandid ja võrrandisüsteemid* (II kursus) ja *Matemaatika rakendused, reaalse protsesside uurimine* (XIV kursus) temaatikale. Esimene alaülesanne eeldas oskust leida protsenti tervikust ja väljendada osa tervikust protsentides. Seda alaülesannet oli võimalik lahendada ka formaalsemalt, toetudes vaid kaalutud keskmise mõistele või erinevate segu komponentide osakaalule segus. Teises alaülesandes läks peale esimeses alaülesandes rakendatu tarvis veel oskust koostada ja lahendada situatsiooni kirjeldavat matemaatilist mudelit (võrrandit või võrrandite süsteemi).

Ülesanne kuulus eksamitöö keskmise raskusastmega ülesannete kolmandikku (lahendatus 53,7%). Ootuspäraselt lahendati ülesande esimene alaülesanne oluliselt paremini kui teine (lahendatus vastavalt 67,5% ja 39,9%). See oli eksamikomplekti ainuke ülesanne, mida mehed lahendasid naistest oluliselt paremini (58,2% ja 49,4%). Sama järjestus jäi püsima ka ülesande mõlema alaülesande korral (esimene alaülesanne 73,1% ja 62,2%, teine 43,4% ja 36,6%). Taas lahendasid vene soorituskeelega eksaminandid ülesande eesti soorituskeelega eksaminandidest märkimisväärselt paremini (63,4% ja 52%). Sama oli olukord ka ülesande mõlema alaülesande korral (esimene 77,1% ja 65,8%, teine 49,9% ja 38,2%). Ülesandel oli suhteliselt hea eristusvõime. Eristusindeks 0,62 näitas, et ülesanne kuulus eksamitöö keskmise eristusvõimega ülesannete kolmandikku.

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Ülesande mõlema alaülesande korral esitatud lahenduste üks suurim puudujääk oli selgituste puudumine. Eksaminand peab võimalikult selgelt ja arusaadavalt suutma oma mõttekäike esitada ja selgitada. Mida sisulist ütleb lugejale näiteks järgmine ülesande

esimese osise lahendusena pakutud selgitusteta arvutuste ahel: $\frac{200}{500} \cdot 0,35 = 14\%$;

$\frac{300}{500} \cdot 0,1 = 6\%$; $14 + 6 = 20$? Või kuidas mõista ülesande teise alaülesande lahenduses

koostatud võrrandisüsteemi, kui seal sisalduvad tundmatud olid kirjeldamata või kirjeldatud näiteks järgmiselt: olgu esimene koor x ja teine y ?

- Veel torkas ülesande mõlema alaülesande lahenduste juures silma see, et protsentülesannete lahendamisel kasutatavale võrde skeemile oli lähenetud formaalselt. Koostati suvalisi vastavusi ja leiti sealt mingeid ülesande lahenduse kontekstis mitteolulisi arve. Esimese alaülesande lahendustes figureerisid näiteks järgmised lahenduse seisukohalt mitteolulised võrde skeemid:

300 - 10%	200 - 35%	300 - 10%	200 - 35%	300 - 30%
500 - $x\%$	500 - $x\%$	90 - $x\%$	65 - $x\%$	200 - 35%

Teises alaülesandes viis paraku üks sellistest formaalselt koostatud võrde skeemidest ka õige vastuseni:

800 - 25%
x - 10%.

- Esimese alaülesande korral osutus lahenduse leidmisel põhiliseks takistuseks see, et puudus idee ülesande lahendamiseks. Liideti küll mõlema koore koguseid ja protsendimäärasid, aga mitte puhta rasva koguseid mõlemas koores.
- Teises alaülesandes sai kõige suuremaks komistuskiviks situatsiooni kirjeldava võrrandi või võrrandisüsteemi koostamine.
- Teist alaülesannet lahendati oletuste ja nende oletuste kontrollimise teel. Ilmselt viisid esimeses alaülesandes antud koorte kogused nii mõnegi eksaminandi mõttele otsida ka siin mahtusid suhtes 3:2 või 2:3. Need katsetused andsid paraku tulemuse, mis kontrollimisel osutus ülesandele sobivaks lahendiks. Loomulikult loeti aga sellised lahendused mittetäielikeks.

Kokkuvõttes võib selle ülesande lugeda igati õnnestunud laia matemaatika eksami ülesandeks. See oli suhteliselt traditsiooniline keskmise raskusastme ja üsna hea eristusvõimega protsentülesanne. Kuna ülesanne kontrollis eluliselt olulisi oskusi, sobis see eriti just ühisosa ülesandeks.

Ülesanne 2.5. (10 punkti)

Püramiidi põhjaks on kolmnurk, mille kahe külje pikkused on 1 dm ja 2 dm ning nurk nende külgede vahel on 60° . Püramiidi kõik külgservad on pikkusega $\sqrt{10}$ dm. Tehke ülesande tekstiga sobiv joonis ja arvutage selle püramiidi ruumala.

Ülesande erinevates lahendustes rakendusid põhiliselt järgmiste laia matemaatika kursuste teadmised ja oskused: *Võrratused*, *Trigonomeetria I* (III kursus), *Trigonomeetria II* (IV kursus), *Integraal*, *Planimeetria kordamine* (XI kursus), *Stereomeetria* (XIII kursus). Ülesande lahendus eeldas suhteliselt head ruumikujutlusvõimet ja mitmeetapilise lahendustee kavandamise ning läbimise oskust. Peale selle pidi lahendaja kindlasti valdama järgmisi teadmisi ja oskusi: sirge ja tasandi ristseis, kolmnurga ümberringjoon, Pythagorase teoreem, kolmnurga pindala ja püramiidi ruumala arvutamine jm. Ülesanne kuulus eksamitöö raskemate ülesannete kolmandikku, olles neist lihtsaim (lahendatus 43,5%). Naised lahendasid ülesande märkimisväärselt paremini kui mehed (lahendatused vastavalt 45,1% ja 41,8%). Taas saavutasid vene soorituskeelega eksaminandid eesti soorituskeelega eksaminandidest oluliselt paremad tulemused (49,6% ja 42,4%). Ülesandel oli normist madalam diferentseeriv väärtus (eristusindeks 0,29). Halvasti eristas see just madalamate võimekusklasside eksaminande. Viie madalama võimekusklassi tulemused varieerusid vaid ca 22,9 protsendipunkti ulatuses (tabel 15). Viies kõrgemas võimekusklassis oli see varieeruvus juba ca 43,6 protsendipunkti.

Tabel 15. Ülesande 2.5. lahendatus erinevate võimekusklasside eksaminandide hulgas.

Võimekusklass (punkte)	(87– 100]	(77– 87]	(68– 77]	(59– 68]	(50– 59]	(41– 50]	(33– 41]	(25– 33]	(16– 25]	(0– 16]
Ülesande lahendatus (%)	87,2	66,4	55	47,9	43,6	38,6	32,6	27,8	23,3	15,7

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Ülesande lihtsamaks osaks (lahendatus 93,7%) osutus tekstile vastava joonise konstrueerimine. Tuleb tõdeda, et selle osa hindamisel olid hindajad suhteliselt leebed. Kõige rohkem võiks pakutud jooniste kvaliteedile ette heita järgmist: joonis oli tehtud joonlauda kasutamata ja/või pastapliiatsiga; varju jäävate servade puhul ei kasutatud punktiirjoont, joonis oli liiga väike, jooniselt puudus osa lahenduses kasutatavatest tähistest; püramiidi kõrguse aluspunkt põhjal ei olnud seotud põhja tippude või servadega, ristuvad lõigud otsevaates ei olnud risti jms.
- Veerandis analüüsitud 300st tööst piirdus ülesande lahendus vaid joonise konstrueerimisega. Lisaks joonisele suutis veel ca kolmandik eksaminandidest õigesti leida ka püramiidi põhiserva või põhja pindala või siis mõlemad. Lahenduse jätkamise peamiseks takistuseks osutus tõsiasi, et ei teatud või ei osatud kindlaks teha, kus asus ülesande tingimustele vastava püramiidi kõrguse aluspunkt.
- Püramiidi kõrguse aluspunktina pakuti ekslikult põhja mediaanide lõikepunkti. Selleks leiti esmalt põhja mediaan. Seejärel arvutati Pythagorase teoreemi, mediaanide lõikepunkti omaduse ja külgtahu apoteemi või külgserva abil püramiidi kõrgus.
- Ekslikult loeti püramiidi kõrguse aluspunktiks põhjaks oleva kolmnurga siseringjoone keskpunkt, st nurgapoolitajate lõikepunkt. Sellistes lahendustes jätkati valemi $S = pr$ rakendamisega. Leiti siseringi raadius, mida joonisel kujutati ringi ja põhiserva keskpunkte ühendava lõiguna, aga see oli vale.

- Püramiidi kõrguse aluspunktiks loeti ekslikult ka põhja kõrguste lõikepunkti. Seejuures joonestati põhja kõrgused valesti (lõikudena, mis ühendasid kolmnurga tipud vastaskülgede keskpunktidega). Edasi rakendati neile kas mediaanide lõikepunkti omadust või kasutati vale eeldust, et püramiidi kõrguse aluspunkt jagab põhja kõrguse kaheks võrdseks osaks. Viimane eeldus oli ilmselt korrapärase nelinurkse püramiidi kõrguse aluspunkti omaduse väär ülekanne kolmnurksele püramiidile.
- Eespool kirjeldatud vigased lahenduskäigud näitavad ilmekalt, kuidas eksaminandid ei valda kolmnurga joonelementidega seotud matemaatilisi mõisteid, kuidas nad mõistete kasutamisel ei toetu nende määratlusele ja kuidas ühtede mõistete omadusi kantakse mängleva kergusega üle teistele.
- Veel riivas silma see, et Pythagorase või koosinusteoreemi kasutades leidsid mitmed eksaminandid soovitud lõigu pikkuse kui võrrandi $x^2 = a$ lahendi. Seejärel lisati, et saadud lahenditest negatiivne on sobimatu. Loomulikult veana seda ei tõlgendatud, aga selliste ülesannete korral võiks siiski toetuda aritmeetilise juure mõistele.

Vaatamata madalale diferentseerivale väärtusele oli selle ülesande valimine eksamitöösse õigustatud, eelkõige ülesande kontrollitava matemaatilise sisu tõttu. See oli ainus ruumigeomeetria olulisi mõisteid kontrolliv ülesanne kogu eksamitöös.

3. Kokkuvõte

3.1. Tulemused ja tüüpilised eksimused

- Laia matemaatika riigieksami valis 4720 õpilast, s.o 58,0% kõigist matemaatika riigieksami sooritanutest. Möödunud aastal sooritas laia matemaatika eksami 4171 eksaminandi 8238st, s.o 50,6%. Vaatamata eksami sooritajate koguarvu vähenemisele ca 100 õppuri võrra, suurenes 2015. aastal laia matemaatika eksami sooritanute osakaal oluliselt.
- Nii nagu möödunud aastal, valisid mehed ka sel aastal laia matemaatika eksami naistest oluliselt rohkem (valinute protsendid vastavalt 65,3% ja 52,4%). Eelmise aastaga võrreldes kasvas laia matemaatika eksami valinute osakaal pea kõikides vaadeldud gruppides, kõige rohkem aga vene soorituskeelega õppurite seas (9,2 protsendipunkti). Meeste hulgas suurenes laia matemaatika eksami valinute osakaal 7,7 protsendipunkti ja naiste hulgas 7,1 protsendipunkti.
- Laia matemaatika eksami keskmine tulemus oli 50,8 punkti. See oli 3,2 punkti vähem kui möödunud aastal. Eriti torkas silma keskmise tulemuse langus ($54,2 - 48,8 = 5,4$ punkti) meeste hulgas. Naiste hulgas oli vastav vahe vaid 2,6 punkti. Võib arvata, et selline tulemuste langus ja laia matemaatika eksami valinute osakaalu tõus olid omavahel seotud.
- Möödunud aastal ei saanud meeste ja naiste laia matemaatika eksami tulemuste erinevust lugeda statistiliselt oluliseks. Käesoleval aastal sooritasid aga naised laia matemaatika eksami meestest oluliselt paremini (vastavalt 52,1 punkti ja 49,4 punkti). Nii nagu möödunud aastal, oli ka tänava vene soorituskeelega õppurite tulemus eesti soorituskeelega eksaminandide omast oluliselt parem (vastavalt 55,4 punkti ja 49,9 punkti). Neid, kes

saavutasid eksamil 0–10 punkti, oli eesti soorituskeelega eksaminandide seas protsentuaalselt rohkem kui vene soorituskeelega eksaminande seas. Skaala tippu (91–100 punkti) jäävate eksaminandide osakaal oli mõlema soorituskeele puhul sama (6,7%).

- Naised lahendasid 12 eksamiülesandest kaheksa oluliselt paremini kui mehed. Kõige suurem oli erinevus trigonomeetriat, analüütilist geomeetriat, logaritmivõrrandeid ja tõenäosusteooriat rakendavate ülesannete tulemustes. Vaid ühe ülesande korral ületas meeste tulemus statistiliselt oluliselt naiste tulemust. See oli reaalse elu situatsiooni matemaatilise mudeli koostamist ja lahendamist nõudev protsentülesanne. Ka teise reaalse elu mudeli koostamist eeldava ülesande (aritmeetilise jada ja protsentarvutuse ülesanne) puhul ei saa rääkida naiste paremast tulemusest. Samade valdkondade ülesannete lahendamisel näitasid mehed ka eelmisel aastal naistest paremaid tulemusi.
- Vene õppekeelega eksaminandid saavutasid statistiliselt olulise paremuse 12 ülesandest seitsme korral. Eriti suur oli tulemuste erinevus protsentidega, astmete ja juurtega, funktsiooni uurimisega ning logaritmivõrranditega seotud ülesannete korral. Vaadeldavate gruppide tulemused olid enam-vähem võrreldavad trigonomeetriat, integraali, aritmeetilist jada ja kolmnurga lahendamist nõudvates ülesannetes. Vaid tõenäosusteooria elementide rakendamise ülesannete puhul saavutasid eesti soorituskeelega eksaminandid vene soorituskeelega eksaminandidest statistiliselt oluliselt kõrgema tulemuse. Selle valdkonna ülesanne osutus ka möödunud aastal vene soorituskeelega eksaminandidele raskeks.
- Võib arvata, et maakondade lõikes mõjutas eksami keskmist tulemust matemaatika kitsa või laia matemaatika eksami valik. Võrdlusgruppides (mehed ja naised, erinevad soorituskeeled), kus valiti rohkem laia matemaatika eksamit, saadi ka nõrgem tulemus. Samuti näitas viimase kahe aasta eksamitulemuste võrdlus, et maakondades, kus laia matemaatika eksami valinute arv kasvas, langes üldjuhul ka keskmine tulemus.
- Kui 2014. aastal oli laia matemaatika eksami teine osa esimesest oluliselt raskem (I osa keskmine lahendatus 61,4% ja II osa lahendatus 46,4%), siis käesoleval aastal olid eksami mõlemad osad peaaegu ühesuguse raskusega (I osa 50,6% ja II osa 51%). Võrreldes möödunud aastaga oli eksamitöö esimene osa märgatavalt raskem, teine aga kergem. Esimese osa madala sooritusprotsendi tingisid eelkõige neljas ja kuues ülesanne. Esimene neist kontrollis elulise kontekstiga tõenäosusteooria ülesandes Bernoulli'i valemi rakendusoskust (lahendatus 29,3%), teine oli logaritmivõrrandit ja funktsiooni üldtähist puht matemaatilise situatsiooni mudeldamisel rakendav ülesanne (34,6%).
- Ootuspäraselt oli ka sellel aastal laia ja kitsa matemaatika eksami ühisosa ülesanded ülejäänud ülesannetest märgatavalt lihtsamad (lahendatus vastavalt 61,1% ja 40,6%). See oli ka loomulik, sest ühisosa ülesanded olid mõeldud lahendamiseks ka kitsa matemaatika kursuse läbinutele. Nii nagu möödunud aastalgi, tõstatas eksami erinevate osade omavaheline tugev seos (korrelatsioonikordaja 0,88) küsimuse: kas eksamile püstitatud eesmärgid ei suudaks täita mõnevõrra lühem üheosaline eksam.

- Üksikülesannete detailsem analüüs näitas, et eksaminandidele osutusid ootuspäraselt raskemateks ülesanded või nende osad, mis ei kuulu tüüpiliste gümnaasiumis lahendatavate ülesannete hulka: tõenäosusteooria ülesanne 1.4. (Bernoulli'i valemi rakendamine, lahendatus 29,3%), logaritmivõrrand 1.6. (funktsiooni üldtähtse mõistmine ja rakendamine 34,6%), analüütilise geomeetria ülesanne 2.2. (parabooli võrrandi koostamine, 39,9%). Nii nagu mullu, kuulus ka sel aastal raskemate ülesannete kolmandikku stereomeetriaülesanne 2.5. (43,5%). Selle ülesande korral osutus lahendamisel peamiseks probleemiks võrdsete külgservadega kolmnurkse püramiidi kõrguse aluspunkti määramine.
- Eksamitöö lihtsamaid ülesandeid iseloomustasid järgmised kaks tunnust:
 - a) ülesande temaatika oli matemaatikaeksamil suhteliselt sageli esinenud;
 - b) ülesanne kuulus tüüpiliste gümnaasiumis lahendatavate ülesannete rubriiki.

Eksami lihtsamate ülesannete kolmandikku kuulusid: ülesanne tehetele astmete ja juurtega 1.1. (tüüpiline lihtsustamine, lahendatus 73,4%), aritmeetilise jada ja protsentarvutuse ülesanne 2.3. (aritmeetilise jada ja protsentarvutuse tüüpilised rakendused, 64,3%), antud joontega piiratud kujundi pindala leidmise ülesanne 1.2. (määratud integraali tüüpiline rakendus pindala arvutamisel, 60,9%), kolmnurga lahendamise ülesanne 1.7. (elulisse konteksti peidetud tüüpiline kolmnurga lahendamise ülesanne, 58,6%).

- Ülesannete lahendamine takerdus sageli valemite mitteteadmise või matemaatilise tööriista valiku tõttu. Väga paljudes töödes jättis soovida ülesannete lahenduste vormistus. Geomeetria ülesannete jooniste puhul torkas silma perspektiivitaju puudumine. Liialt kokkusurutud ja pisikestelt joonistelt oli raske lugeda lahenduses rakendatud tähtseid. Joonised olid tehtud pastapliiatsiga ja joonlauda kasutamata. Tekstülesannete korral jäeti korrektselt seletamata lahendustes kasutatavad tundmatud. Protsentülesannetes sooritati tehteid, aga nende sisu jäeti selgitamata. Funktsiooni uurimisega seotud ülesannetes jäi sageli selgitamata, mida antud hetkel tehakse. Paraku ei vormistatud saadud tulemusi korrektselt sõnastatud vastusena jms.

3.2. Ülesannete sobivus

- Kogu laia matemaatika eksami ülesannete komplekti võis lugeda täiesti õnnestunuks. Valitud ülesanded katsid piisavalt kõiki gümnaasiumi laia matemaatika kursuses käsitletavaid teemasid. Nii puht matemaatilises kui ka reaalse elu kontekstis matemaatikat rakendavad probleemid olid õiges proportsioonis. Sama võib öelda tüüpiliste algoritmiliste ja uut ning loovat lähenemist nõudvate ülesannete suhte kohta.
- Neljal eksamitöösse kuulunud ülesandel oli kriitilisest piirist madalam diferentseeriv väärtus. Need olid esimese osa ülesanded 1.4. (Bernoulli'i valem, eristusindeks 0,29), 1.5. (võrratuste süsteemi koostamise tekstülesanne, eristusindeks 0,25) ja 1.6. (funktsiooni üldtähtse rakendamine logaritmivõrrandis, eristusindeks 0,19) ning teise osa ülesanne 2.5. (stereomeetria, eristusindeks 0,29). Neist kahe esimese puhul olid ülesannete kõik osised aga sobiva diferentseeriva väärtusega. Vaid ülesande 1.6. teise osise ja ülesande 2.5. mõlema lahendusetapi eristusvõime jääb 0,3st madalamaks. Mõlemad ülesanded olid aga olulised, kuna diferentseerisid väga hästi just kõrgemate võimekusklasside eksaminande.

- Käesoleva aasta eksamitöö plussiks tuleb lugeda seda, et väga paljudel ülesannetel oli rohkem kui üks õige lahendustee. See seadis eksaminandid olukorda, kus igale ülesandele tuli leida optimaalne lahendustee. Selgus aga, et väga sageli ei pööranud eksaminand lihtsaima lahendustee leidmisele üldse tähelepanu. Öeldut kinnitavad järgmised eksamitöodes suhteliselt sageli esinenud ebaratsionaalsed lahenduskäigud:

- a) võrdsete astendajatega murdude korrutamisel astendati need enne korrutamist;
- b) täisnurkse kolmnurga pindala arvutati Heroni valemiga;
- c) täisnurkset kolmnurka lahendati siinusteoreemiga;
- d) sirgete vahelise nurga arvutamisel ei kasutatud sirgete sihivektorite skalaarkorrutist, vaid leiti see sobivalt valitud kolmnurgast koosinusteoreemi abil;
- e) trapetsi pindala oldi nõus arvutama määratud integraaliga jms.

Loomulikult pole need teed valed, aga samas kulutasid liialt palju eksaminandi niigi nappivat aega. Ehk tuleks ka sellele aspektile eksamiteks valmistumisel rohkem tähelepanu pöörata.