

Kuidas üldiselt vaadatakse matemaatika õpetuse peale.

Üldiselt rahva seas on olemas teatud vaenukikkus matemaatika vastu. Vaenukikkuse suurimaks põhjuseks tuleb lugeda seda, et matemaatika nõuab pidevat, järjekindlat tööd: järele mõni tund vahet, siis muutub asi arusaamatuks ja ei huvita enam. Teiseks põhjuseks on ehk arvamused, nagu võiks matemaatikat õppida ainult see, kellel on selleks isikuline and, ja nagu tütarlastel oleks matemaatikas kõrgemad võimed, kui poeglastel. Viimaks on ka muljed endise aja matemaatika abstraktsusest ja mehaanilisest õpetusest, ja sagedasti väljendub see vastumeelsus kirjanduses. Selle vaenukikkuse ja vastumeelsuse kõrvaldamiseks ei ole küllalt ainult matemaatika õpetuse rajamist uutele aladele, vaid soovitatav oleks, et ka ajaloo kirjandus siin appi tuleks ja selleks sagedamini kasutaks matemaatikat omis artiklaides.

Matemaatika õpetuse ülesanded.

1. Matemaatika loogilise mõtlemise koolitajana.
 - a. Matemaatika harib abstraktsiooni võimet. Iga uus mõiste (argv, 2-k) nõuab õpilasele abstraktsiooni. Tähtis on abstraktsiooni võime koolitus selle tõttu, et elus iga üksik asi, iga nähtus orienteerumise mõttes nõuab nende viimast kõrgema mõiste alla.
 - b. Matemaatika õpetus arendab deduktiivset mõtlemisviisi. Eriti on kohane selleks geomeetria süstemaatiline harjutamine.
 - c. Ei ole sellest küllalt, et õpilases kasvataks ainult võimet ja teada otsustamist, nagu seda tuleb mõista olemise punkti all, vaid õpilases tuleb deduktiivse mõtlemisviisi arendamist viia niikaugele, et ta ise oleks võimeline leidma ka õiget ja kõige paremat otsustamist. Selleks eriti soodne on ülesandete lahendamiseks.

2. Matemaatika vaatlusvõime koolitajana:

Matemaatika õpetusega kaalub loom mõtlemine ja vaatlus. Iga uus asja, eriti algkoolis, mis on, vaatatakse. Vaatlus- ja mõtlemine ei saa haritum mitte üksnes siis, vaid ka kui ja vaatlus ei ole mitte ainult mõtlemise abimees, kui selleks, et õpilast õpetada vaatama, mis nii tähtis on inimese elus. Eriti geomeetria õpetamisel annab geomeetria.

3. Matemaatika suuruste mõistmisvõime koolitajana.

Meid ümbritsevas maailmas ei tule meil mitte tegemist abstraktsiteetidega, vaid suurustega. Et suurustest oleks arusaada, selleks on vaja suuruste mõistmisvõime koolitus. Matemaatika õpetus ei ole kohustatud selleks ainult lahendamise ülesandele nimega arvudega, vaid tema peab õpilasele selget kujutlust andma mõtlevikute, suurte ja väikeste hulkadest, peab õpilast õpetama mõistma otseselt ja kaudselt, aruandma täpse mõistet ja funktsionaalselt siduma muutuvaid suurusi nähtustega.

4. Matemaatika õpetuse materiaalne eesmärk.

Selle eesmärgi saavutamiseks tuleb matemaatikat rakendada igapäevaelule. Sellest on aga vähe: matemaatika õpetuses tuleb vastupidiselt ka õpilast õpetada loida elust üldiseid matemaatilisi probleeme. Mitte ainult tähtis ei ole abstraktselt konkreetse juure minna, kui konkreetsest välja tuua üldiseid probleeme. Matemaatilisest arengisest selles punktis teatatud sihis on selget nähtust, et üks inimene ei leia üldise matemaatilist probleemi elus, teine aga puutub kokku niisuguste probleemidega igal sammul.

5. Matemaatika õpetuse muud ülesanded.

Mat. õpetus üldiselt ülesannet
mida kuulub peamiselt

2

tahtejoõ kasvatus. Eriti kõlblik selleks on ülesannete lahendamine. Ülesannete lahendamisel tuleb õpilasel kokkupuutuda probleemiga, mis nõuavad temalt vaimlist isetegevust ja tahtejoõ rakendamist. Kui ülesanded saavad korraldatud kergemalt raskemale nii, et õpilane iseseisvalt võib lahendada igaüht neist, siis tekib temas usaldus oma võime-
tesse, rõõm oma töö üle ja tahe suuremale raskusele vastu minna. Seda matemaatika õpetuse külge võiks lugeda kõige tähtsamaks kasvatus-
momendiks. Matemaatika õpetuse selle suuna ärakasutamine püstitab
õpetajale aga kõige suuremaid nõudeid; vastavalt sellele, kuidas
õpetaja nende nõudmistega hakkama saab, tõuseb või langeb õpetuse
elavus ja produktiivsus.

Matemaatika teaduse olemus sisaldab iseeneses niisuguseid kõlblik-
õppeväärtusi, mis temale rohkem ehk vähem omapäraseid on. Matemaatika
seisab kaugel igapäevasest mõtete vaieldusest. Isegi loodusteadused
peavad osavõtma tähistest poliitilis-usundilistest küsimustest. Sellala,
kes aga tunnustab matemaatika põhilauseid, võib loogika ümberlükkam-
atute seaduste põhjal selgeks teha üht matemaatilist tõsiasja. Mate-
maatika ei või eksida. Matemaatika õpetus järelikult peab õpilast
veendumisele viima, et ilmas on olemas ka igavene tõde. See on üks
eetiline väärtus, mis väljub matemaatika olemusest. Teiseks eetiliseks
väärtuseks mis ka on seotud matemaatika olemusega, tuleb lugeda
mõeldumise kasvatamist. Ühelt poolt tutvuneb õpilane vaimukangelastega,
kes on lahendanud sadade aastate jooksul lahendamata jäänud raskel
matemaatilisi probleeme, teiselt poolt aga tunneb oma enese jõuetust
isegi võrdlemisi kergete probleemide lahendamise juures; tagajärg on
see, et ta ei hakka ennast ülehindama, nagu me seda sagedasti näeme
noorte inimeste juures.

b. Matemaatika õpetuse ülesandeks peab olema ka eesteetiline kasvatus.
Matemaatika õpetuses on ainet selleks küllalt: ilujoonistused, algebra-
liselt väljendatud matemaatiliste põhiseaduste akuraadne ja etstarbe-
kohane kirjutusviis, lühidused, täpsed ja selged tõendused, graafiline
kujutamine jne.

6. Matemaatika õpetuse ülesanded teiste ainete suhtes.

Matemaatika õpetusel on palju ühiselt punkte ja ühisel ülesandeid
teiste õppeainetega; loomulikult võib ka-ja peab tema ka oma poolt
kaasaatama teiste õppeainete omandamisele. Enakoole õppimisele aitab
matemaatika õpetus sellega kaasa, et ta õpetab õpilasi loogiliselt
mõtlemise ja omi mõtteid väljendama täpselt ja selges keeles; loodus-
teadustele kergendab ta tööd sellega, et ta aitab õppida loodus-
nähtusi; matemaatika, käsitöö ja joonistus on väga tihedalt teine-
teisega seotud; kultuurajaloos ja matemaatikas leidub väga palju
ühiseid punkte ja sama tüüpi ütlaid ka teiste õppeainete ja matema-
tika kohta.

Kõik tähendatud matemaatika õpetuse ülesanded ei ole üksivad mitte
ainult keskkooli, vaid ka algkooli kohta, peale deduktiivse mõtlemis-
viisi arendamist, mida liiga vara oleks ettevõtta isegi algkooli
vanemates klassides. Algkooli matemaatika õppekava projekt formuleerib
need ülesanded algkooli kohta lühidalt järgmiselt:

Matemaatika õpetamise ülesandeks ühiselt kiratada ja arendada
õpilase vaimlisi jõude ja võimeid, eriti:

a. juhendada õpilast tead ümbritseva tõelikkuse õigele hindamisele
ja selle mõistmisele õpilaste vanadusele ja arengisastmole vastavais
piirides;

b. Varustada õpilast niisuguste tegelikus elus tarvilike tead-
miste ja oskustega, mida ta vajab oma edaspidises töös ja tegevuses,
riippunata sellest, niisugune on tema tulevane eriline kutse.

2). Oma osa sellest ülesandest toostab matemaatika õpetamine seega,
a. et ta harjutab reaalsete objektide arvu, nende kuju, nende
ruumilisi omadusi ja arvulisi vahetordi toimima.

- b. et ta juhatahva-lisilma hooltsalt vaatlema ja temas valitsevat korda kuju, moodu ja arvu abil kirjeldama;
 - c. et ta arakasutades kõiki võimalusi, mida pakub aine ala, tema ohtus ja erilise loom harid järjekindla mõtlemise oskust ja kasvatat arenenud ruumikujutlusvõimeid;
 - d. et ta kavakindla harjutamises teel õpetab kiiresti ja vigadeta arvutama, suurusi hindama ja neid otseselt ja kaudselt mõõtma ning ruumilisi korrapäraseid objekte lihtsasti kujutama joonisel.
- 3) Uue teiste õppeainetega on matemaatikas veel tähta tähtis kasvatusline ülesanne: harjutada kavakindla töötamise oskust, harida segamatu tähelepanu võimet, kasvatada püsivust ja hoolakust töös ning eriti arendada täpsust ja korra tunde.

Arvumõiste

Kõige peält tekib küsimus, kas õpetajal on tarvis arvu olemuse üle selgusole jõuda. Üldiselt antakse selle küsimuse peale lo oltav vastus. Tuvakse näituseks niisugune vastutus: "juba mitu tuhat aastat on inimsugu arvutanud, ilma et oleks hakanud pead murdma, selle üle, missuguses vahetuses on arv ruumi ja ajaga." Meil selle küsimuse juures ei tule mitte arvestada inimesega vaid arvutus-õpetajaga; viimane aga peab siiski selgusole jõudma arvu olemuse üle, sest vastavalt sellele, kuidas tema käsitleb arvu olemust, kujuneb ka tema juures ka arvutusõpetus.

Kui meile katsumaine defineerida arvu, siis meile näeksime, et seda on võimata anda. Kõik defineerimised, mida on annud mõttetargad arvu kohta, ei taha arvu olemust. Toome mõned näited.

- a. Pythagorase ja Platoni järele on arv asjade olemas;
- b. Aristoteles'e järele arv asjade omadus, nagu vorm või värv;
- c. arv on inimese poolt loodud märgid selleks, et korraldada meie mõistuse tegevust. (Voss, Holzholtz).

d. Et ühesuguste asjade hulga üle otsusele jõuda, võetakse üks neist asjadest üksuseks ja vaadatakse, mitu korda tema asjades ette tuleb. Väljendat, mis seda näitab, nimetatakse arvuks.

Sellest loetlusest on küllalt ükski neist defineerimistest ei taha arvu olemust ja ükski neist ei kõlba selleks, et ainuikad temale rajada uskoole arvutusõpetust.

Uusma loogika õpetuse järele jagatakse kõik mõisted kolme kategooriasse: 1) asjandused; 2) omaduse-mõisted ja 3) suhte-mõisted. Arv kuulub suhte-mõistete hulka. Arvud oma olemuse poolest on psüühiline kujutis, tema on olemas ainult mõtteilmas ja siit alles kantakse ta välisilma asjadesse või protsessidesse. Kui ma vaatlen 3-mõ üksikut puud, siis kõige pealt esineb mu taumuses: üks puu ja veel üks puu. Kui ma aga ütlen: "3 puud", siis loon ma uude nende üksikute vahel suhte sellega, et ma püstitan küsimuse "kui palju" ja vastan selle küsimuse peale. See suhe väljendub sõnadega: "ja veel" ja nimetatakse teistsiti liitmiseks (1+1+1).

Et arvu on võimata defineerida, siis ei jää muud üle, kui pönjallumalt murida arvumõiste tekkimist.

Arvumõiste-tekkinine.

1. Palju tajutakse esialgu kui "suuri".

Kui meile tä helepänone last ealnestel arendamistest, siis me näeme, et esimesel ajal on lapsel kõik täiesti "üks": tema ei tee vahet ei välisilma, ega loomade vahel. Vähemhaaval areneb laps, hakkab vahet tegema oma enese ja välisilma vahel. Kui võtta nüüd poolteist, -kaheastat last ja küsime endid, missugune mulje jäeb lapses järele, kui näeb tema 1-t, siis 2-t, edasi 3 ine. inimest. Laps ei näe kolmes inimeses mitte "palju" ja ühes -"vähe", vaid vastavalt "suur" ja "väike".

"Suur" ja "väike" on esineme mulje lapsel "palju" ja "vähe" asemel.

Metoodiline järeldus. Kui lastele tahetakse esimesel ajal näitlikustada arve konkreetsete asjade abil, siis suuremale arvule peab vastama ka suurem ruum asjade all. Iga arvkuju järelkult näitlikustamisse abinõuks ei kõlba.

2. Kujutlusest "suur" tekib (eritub) kujutus "palju". See sünnib siis, kui laps on oma arenemises niikaugele jõudnud, et tema võib üksikult tajuda igat asja. Kujutluse "palju" tekkimiseks peab aga veel täidetud saama kaks tingimust: a) iga asi peab teine teisest ruumis lahutatud olema ja b) asjad peavad võimalikult ühesugused olema. Mitte ükski asjad ruumis ei põhjusta kujutluse "palju" tekkimist, vaid seda võivad anda ka teine teisest lahutatult ette-tuleva d sündmused asjad. (Teadlikust võrdlemisest ei või siin juttugi olla.)

Kokkuvõtte: Kujutus "palju" põhineb ühe ja sama meelelise aistingu kordumisel ja tekkimise lähteid on kaks: ruum ja aeg. Ühesugused ruumivahemikkudega lahutatud asjad ruumis ja ühesugused ajavahemikkudega lahutatud sündmused aias moodustavad selle pinna, kus kujutlusest "suur" tekib kujutus "palju."

3. Esimeste arvukujutelmade tekkimine. Kui kujutus "palju" on juba lapses tekkinud, siis tähtsaks temas varsti ka aimdus, et selles "palju" on olemas ka astmed: juba nr näha 1, juba-2, juba 3 asja jne. Meie seisame arvude sünni ees. Et esimesed arvukujutelmad tekiks on tarvis kaks asja: a) ühelt poolt algab laps lahutatud asja ruumis tajuma simultaanselt ja b) teiselt poolt aga peab tema siiski igat asja rühmas selgelt ka üksikult tajuma (analüüs). Kui need tingimused on aset leidnud lapse teadvuses, siis on ka esimesed arvukujutelmad tekkinud. Selle juures kergendada nende kujutelmade omandamist võivad veel kaks asjaolu, nimelt: a) kui asjad ise välisilmas millegi poolest moodustavad ühe terviku (jõõrmed, jalad jne.) b) kui kujutelmadele saab antud vastavad nimetused: (neid nimetusi kuulavad lapsed täiskasvanute käest.)

Metoodilised järeldused: a. Arvu tekkimise protsesse ei sünni mitte spontaanselt vaid meeleliste aistingute põhjal; järelikult õpetuse juures peab tarvitusel olema asjad, et neid laps võiks katsuda ja näha.

b. Üksikud asjad rühmas peavad ruumiliselt lahutatud olema. Tõllikast ei kõlba.

c. Asjad peavad ühesuguseid olema.

d) Asjade korraldus peab riisugune olema, et nad mahuksid vaate- ja kompamis piirkonda. Iga pilane peab neid selgelt nägema, vahe ei tohi selle juures suurem olla kui tarvis, ka värv asjadel peab olema ühesugune. Soovitatav on valida riisuguseid asju, mis terviku moodustavad.

e) Huvi asjade vastu peab esmalt rahuldutama.

f) Lastele kõlbavad ainult kallihinnalised, nende seisukohast asjad.

Sama mida meie rääkisime arvukujutelmade tekkimise kohta asjadest ruumis, sama on maksev ka arvukujutelmade tekkimise kohta sündmustest ajas. Vahe seisab selles, et ajas arvukujutelmad ei teki mitte sündmustest endast, vaid nende kujutlustest. Asi seisab järgmises: sündmused ajas sünnivad üks ühe teise järele, kuna asjad ruumis võisid ühekorraga nähtud saada; järelikult arvukujutelm sündmustest ajas võib tekkida ainult siis, kui sündmuste kujutlused on teadvuses olemas ühel ajal, kuigi sündmused ajas ise sünnivad üks ühe teise järele.

4. "Palju" kujutlemisvõime piir. Meie kujutlemisvõime piir ei ulata üle nelja, igauks teab, et 1, 2 või 3 asja on võimalik tajuda momentaalselt (ühel hetkel) ja simultaanselt (ühel ajal). Põhjus osalt seisab selles, et 1 ja 2 asja alati annavad välisilmas ühesugused ja lihtsad alameetrilised pildid (punkt ja sirgjoon), 3 asja-kaks (sirgjoon ja kolnurk) pilti. 4 asja juba raskem moment ja nimalt; tajuda, sest nelja pildid on juba keerulisemad ja muutlikud. Ka eksperimentaalsel teel on näidatud, et asju üle nelja simultaanselt tajuda ei saa. Arvukujutlused tekivad ise järgmises järjekorras: esmalt tekib arv 2, siis vastandina temale arv 1; selle neile vahele järgnevad arvud 3 ja 4, kusjuures arv 4 ka varem tekkida kui arv 3. (Järjekorra põhjused leia ise.)

- 5
5. Arvumõiste tekkimine. Senini on lastel ainult arvude kujutlused: kaks nukku, kaks saia, kolm õuna jne., aga sugugi mitte arvude 2, 3 jne. mõisted. Arvumõisted säädakse abstraktsiooni protsessi abil; lapses see viimane protsess sünnib vähehaaval, kus appi tuleb ka kool.
 6. Arvurea tekkimine. Esimeste 4 arvukujutolma tekkimise juures, nagu me nägime, pearolli mängis simultaansus ja temale järgnev analüüs. Esimesed arvud järelikult ei tekkinud ühe kaupa juurelisamisega ehk $1+1+1+$ jne. nä ol, ja sellepärast esialgu laps ei märka seda suhet, mis on olemas arvude vahel. Seda vahekorda arvude vahel märkab aga laps ka varsti, sest temal tuleb ikka ja ikka kokku puutuda nähtustega, kus asjade hulk ühe kaupa suureneb või väheneb. On laps arusaanud, et igat arvu võib eelmisest saada ühe juure lisamisega, siis sellega on pandud ka alus arvureale: 1 ; $1+1=2$; $2+1=3$; $3+1=4$ jne. Arvurea loomisega psüühilisele momendile arvukujutluses on seltsinud ka matemaatilise moment (loendamine). Arvurea tähtsus tuleb esile alles arvude juures, mis arvust 4 suuremad on: asjade hulka, milles rohkem, kui 4 asja on, ei või simultaanselt tajuda, ja teda tuleb kindlaks määrata liendamise abil. Suurema tähtsuse omab loendamine (arvurida) tahete juures.
 - Metoodiline järeldus. Liitmise ja lahutamise sisseviimise juures on soovitatav neid tehteid näitlikustada nõnda, et see näitlikkus õpilasel kujuneks pildiks, kus asjade juuretulekuga või nende kaugenemisega vaateväli vastavalt järjest kasvaks või kahaneks. Liitmise tehet võib ka näitlikustada sündmuste järjestikkusega. (Miks mitte lahutamist?)
 7. Arvusüsteem. Loendamine aga suuremate arvude loomiseks ei kölba (miks?), sellepärast tuleb hiljem õpilasel abiksvõtta rühmitust või süsteemi.

Vaatlus ja näitlikkuse abinõud.

Mitte ainult iga teaduse, vaid kõigi teaduste absoluutseks aluseks on vaatlus; järelikult ka arvutus peab põnjapanovaks tööks kasutama vaatlust ja näitlikkust. Kuid vaatlus arvutuses erineb tunduvalt loodusloolisest vaatlusest: "arvuvaatlus" ei ole asjade igakülgne vaatlemine ja uurimine, nagu loodusloos, vaid "arvuvaatluse" eesmärgiks on õpilasele anda ülevaadet hulgast ja tehete juures hulga muutusest. Konkreetsed asjad ja nähtavad sündmused on ainult selleks, et õpilasi teatud suunas mõttegevusele viia ja mõtte tegevuse arenemist soodustada.

Tarve näitlikkuse järele on loomulikult kõige suurem alama 1. õppeastmel. Aga mitte üksi esimeses klassis ei tule näitlikkuse abinõusi (rahad, tikud, sõrmed jne) tarvitusele võtta, vaid ka vanemates klassides igal juhul, kus seda tarvis on: kella numbri-laua tuleb selgitada ajaarvamist, metall- ja paberraha abil nende hinna seisu, võla sedelite, vekslite, tulumaksulehtede, sõiduplaani, hinnakursi abil mitmesuguseid ülesandeid rahandus- ja majandus-õpetusest. Õpilaste silmade ees peavad alati olema mitmesugused mõõdud, ja õpilased peavad ise mõõtma, kaaluma. Eriti tarvilik on näitlikus ja vaatlus geomeetrias.

Näitlikustamisel on ka oma piir. Näiteks ei või meeltele kättesaadavaks teha suuri arve, samuti ka tehteid suurte arvudega.

Kõige väärilise näitlikkusabinõu on olu ise; kunstlikudel abinõudel on madalam väärtus, sest nemad on tõelikkude asjade sümbolid.

Ei pea liiale minema näitlikkustamises: ei pea kasutama palju isesuguseid näitlikkus abinõusi, sest see toob enesega kaasa hajameelsust (miks?); ei ole soovitatav õpilast alati, kui tema milleski vaatleb, jälle näitlikkusabinõude juure tagasi viia (miks?)

Hääd õppevahendid arvutuse tarvis peavad arvestama: 1) arvu olemusega ja arvutuskäiguga; 2) lapse loomuga (psühholoogiaga) ja 3) kogemustega ja praktikaga kooli ekus. Seda silmaspidades hääd arvutusabinõud järelikult peavad olema: 1) kullalt suured, aga selle juures kergelt liikuvad; 2) lihtsad kuju, värvi ja aine poolest; 3) ülevaatlikud värvi ja korralduse poolest; 4) ühetaolised et õpilaste tähelepanu ei saaks kõrvale juhitud mitte oluliste nähtustega, seda tuleb arvestada veel arvusüsteemiga, õpilaste mitmesuguste meeltega, analüütilise ja sünteesilise arvukäsitusega, asjade reavilisi korraldusega. Ka tuleb vanda alla mõel, et deks abinõu

Nä itlikkuse abinõud, mis oma arvu poolest ulatub kuni 500-ni, jagunevad: 1) loomulikkudesse (sõrmed, pulgad, kastanid jne. - ei ole otstarbekohased: erned, oad ja 2) kunstlikkudesse. Viimased omakorda jagunevad: graafilistesse (kriipsud, arvukujud) ja kehalistesse (arvutusaparaadid); klassi - ja käsiaparaatidesse; arvutusmasinatest kuupidega, sammastega, keradega, nõopidega jne. Kõige tähtsamad neist on:

1) Sõrmed. Sõrmede kasuks räägivad järgmised asjaolud: a) nad on alati käepärast; b) saab soodustatud isetegevus; c) õpetaja võib kergelt kontrollida, kas õpilased õieti arvutavad; d) nendega on alati tegevuses kaks meelt: nägemis ja kompamis-meel; e) lapsel, on loomulik sund ise neid kasutada (miks?) f) nad kujutavad rooma numbraid ja aitavad kaasa arvukäsitusele ja esimesele arvutusele. Pahed: a) nad ei ole ühesugused; b) neid ei või suuremate arvude juures tarvitada; c) harjunud tarvitama arvutuse juures sõrmi, ei taha õpilane neist kuidagi viisi lahti saada. Kõige nende pahede peale vaatamata on sõrmed paremad abinõud. Ei ole ka karta neid tarvitusele võtta, kui laps kindel on arvutuses esimese 10-ne piires, siis ütleb ta ise sõrmedest lahti.

2) Pulgad. Pulgad (tikud) tarvitatakse mitmesuguses pikkuses ja värvis. Tarvitatakse niihästi arvukäsituse kui ka arvutuse juures. Arvusüsteemi selgitamiseks seotakse neid kokku 5-e kaupa esimeses kümnes ja 10-ne kaupa 100-ja piires. Arvumõiste selgitamiseks lastakse nende abil mitmesuguseid asju kujutada.

3) Rahad. Rahad on väga hääd abinõud arvutuse juures; eriti kõlbavad nad kauplusmängu tarvis. Häda korral võib rahade asemel tarvitada paberist või papist rahamärke.

4) Vene arvelaud. Ta kõlbaba niihästi arvutuseks, kui ka arvumõiste ja arvusüsteemi selgitamiseks. Soovitav on, et kerade kumbgi pool oleks isesuguse värviga kaetud; selle juures aga augud traatide tarvis peavad ovaalsed olema, et tugipunkt seisaks kõrgemal rakuspunktist. Peale klassi arvelauda peavad lastel olema ka oma käsi arvelaud, mida nemad ise võivad teha, kasutades kerade tarvis savi, helmeid jne.

5) Tilli arvutuskast. Tema koostub kuubikestest ja tahksammastest ruudulise alusega; sambad ise jaotatakse üksusteks (kuubikesteks) kahe vahelduva värviga.

6) Arvukujud. Nemat ei kõlba mitte üksi näitlikustamiseks, vaid ka arvutamiseks. Arvukujusi on väga mitmekesiseid. Neist kõige kohasemad on kujud, kus punktid või ringid on korraldatud kaksikreasse (miks?) Ühed tarvitavad kaksikridu rõhtsuunas, teised eelistavad aga neid kasutada loodissuunas. (Kissugused paremused on siiski kaksikreal loodissuunas?). Kohased ei ole niisugused arvukujud, kus ei ole arvestatud nõudega, et ringide alla võetud ruum suureneks võrdliselt arvu suurenemisega, näit. Kaseliz'i sead.:



Koondamine asialadesse ja üldõpetus.

1. Asjade tähendus arvutuses. Arvud ja arvutus ei oleks tekkinud, kui seda ei oleks nõudnud elu. Asjad ja sündmused on sundinud meie esiivanemaid ja sunnivad ka praegu meid nii hästi arve kui ka tehteid äraõppima. Oma mottete sunnijõu abil ilma välisilma mõjuta uusi matemaatilisi tõdesi leida, - eeldab küpset mõtlemist ja on arvutusajaloos ettetulnud väheste väljapaistvamate matemaatikute juures (Gauss, Pa Pascal.) Seda vähem võib laste käest nõuda, et nemad matemaatilisi tõdesi leiaksid puht-vaimlise tegevuse abil. Lastes tuleb esmalt huvi äratada arvude ja arvutuse vastu, väljaminnes asjadest ja sündmustest.

2. Asialad arvutusõpetuses. a) Asialad peavad alati moodustama lähtepunkti arvutusõpetuses. Kõik peasammud arvutusehituses peavad sündima asjade vahekorra sunnil. Asiprobleemidest tuleb leida arvutusprobleemid. Selle läbi ei saa lapsele selgeks mitte ainult, kuidas tuleb arvutada, vaid ka, miks see arvutussamm on

3) 3-saste-ühekuline(tervikuline)kirjutusviis.Siin ei looda märk mitte ainult igale süsteemühikule, vaid ka nende mitmekordsetele.Vanas Kreekas oli märgid:

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi, \psi, \omega, \bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{\delta}, \bar{\epsilon}, \bar{\zeta}, \bar{\eta}, \bar{\theta}, \bar{\iota}, \bar{\kappa}, \bar{\lambda}, \bar{\mu}, \bar{\nu}, \bar{\xi}, \bar{\omicron}, \bar{\pi}, \bar{\rho}, \bar{\sigma}, \bar{\tau}, \bar{\upsilon}, \bar{\phi}, \bar{\chi}, \bar{\psi}, \bar{\omega}$
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900.

ja arv 875 kirjutati $\overline{\omega\theta\epsilon}$.

Arvude niisugune kirjutus sugugi ei kõlbanud arvutuseks, aga temaga on püstitatud ideed märkide loomiseks põhiarvudele.

4) 4-s koeffitsientkirja-süsteem. Kümnelised, sajalised jne. lahutatakse põhiarvesse ja süsteemühikusse. Niisugune kirjutusviis võimaldab kergesti arvutada. Koeffitsientkirjaastmel on kaks alaastet:

a) Hiinalaste kirjutusviis: kirjutatakse niihästi koeffitsiendid, kui ka süsteemühikud. (Tema puudused?)

b) Positsioonkiri: kirjutatakse ainult põhiarvud, süsteemühikud aga antakse kohaga. Siin on tarvis ainult 10 märki: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, mis on loodud hindulaste poolt. Positsioon aritmeetika eeldab kolme asja: 1) arvusüsteemi seadusepäraste põhilausete põhjalikku tundmist; 2) kohaväärtuse leidmist ja 3) lihtsa te märkide loomist. Kirjutusviis ise on leitud arvutatavasti 1-1 aastasadadel p.Kr.s. Ühe hindude bramiini poolt; ideed kohaväärtused aga on antud juba sumerlastest mitu tuhat aastat enne Kr.s.

Metoodilised järeldused. Esimestel arvutustundidel ei tule tarvitusele võtta numbreid, sest nad eeldavad selgeid arvumõisteid. Esimesel arvukirjutamisel on kahesamad tarvitada rooma-numbreid, sest neid võib käsitada, kui sõrmevilte. Numbrid tulevad sisse viia alles siis, kui arvumõisted on juba tekkinud õpilasel.

Õige arusaamine arvu 10 arvukirjutamisest jääb lapse eest peidetud seni, kuni tema ei ole tundma õppinud kahekohaliste arvude süsteempärasid arvukirjutust. Laps näeb vajadust nulli järele alles siis, kui ühelised puuduvad.

Arvusüsteem.

Esimeste arvusüsteemide tekkimist tuleb otsida kauges minevikus. Neist mitmeist arvusüsteemidest, mis inimsool on tarvitusel olnud, on kultuurrahvad valinud enesele süsteemi, mille aluseks on arv 10; sellepärast huvitabki meid kümnendsüsteemi tekkimine.

Asjade simultaanse tajumise ülemääraks on arv 4. Simultaanse tajumise ja temale järgneva analüüsi põhjal saavad loodud esimesed 4 arvu (kujutlused). Elu aga varsti avas inimsoo mõtteilmale asjaolu, et iga arvu võib saada ka eelmisest 1-he juurelisamisega: $2=1+1, 3=2+1, 4=3+1, 5=4+1$ jne. Inimene hakkas loendama, see täh. lõi arvurea. Loendamiseks tarvitas inimsugu sõrmi. Kaua rahuldus inimsugu esimese viie arvuga, ja et käel on 5 sõrme, siis kaua aegse sõrmede loendamisel arvu 5 all hakati mõistma tervet kätt, see täh. et arvus 5 sai süsteemühik. Hiljem kui elu nõudis suuremaid arve, tuli abiks võtta ka teist kätt. Esimene viis täideti nüüd uue viiega.

Arvukujutlused ja -sõnad võisid olla, nagu seda tõendavad uurimused arvumõiste üle praeguse aja mitte kultuurinimeste juures:

üks üle (mõeldakse üle: 5-e)

kaks üle

kolm üle

neli üle

kaks kätt

üks üle (mõeldakse üle 5-e)

kaks üle

kaks ära (mõeldakse kahest käest)

üks ära.

kaks kätt.

Nagu sellest näha, said arvude juures 6-st kuni 10-ni kujuteldud ainult üks, kaks, kolm, neli jne. kusjuures side 5-e ja 10-ga juure mõeldi. Teiste rohkem arenenud rahva juures said simultaanselt kujuteldud aga mõlemad rühmad; vastavalt sellele arvusõnad olid: viisiks, viiskaks, viiskolm, viisneli, kümme (kaks kätt)

Nii võis viie-süsteemis edasi loendada kuni 25-ni. Siin aga tuli peatus, sest 24-st edasi loendamiseks oleks pidanud uue süsteemühiku 5² loodama, kuna aga inimsugu selleks oli sellajal veel liiga vähe arenenud. Väljapääsu tee leiti aga sellega, et loodi suurem kui viis süsteemühik 10, mida siiski võrdlemisi kerge oli teha, sest 10 sõrme kujutasid kaht kätt. Nüüd võis loendamine

9

edasi minna kuni 100-ni. Kümnenüstest oli esialgu läbistatud ka viiesüstestega ja arvud 10-st peale väljendati arvatavasti järgmiselt: kümmeüks, kümmeüks, kümmeüks, kümmeüks, kümmeüks, kümmeüks ja üks, kümmeüks ja kaks jne. Aja jookkul aga hakati ka a rve 6,7,8,9 tervikuna kujutlema; sellele aitas kaasa kaks asjaolu: 1) silmade ees suuremalt osalt alati oli 6,7,8,9 asja kui tervik, aga mitte nagu kää juures $5+1, 5+2, 5+3, 5+4$; 2) unustati arvude 6,7,8,9 nimetustes ära side, mis oli olemas 5-e (või 10) ja arvude 1,2,3,4, vahel, see täh. et nimetused muutusid lihtsalt arvude 6,7,8,9 nimetusteks. Sellega aga ka oli tekkinud puht kümnenüstest. Sel ajal, kui see sündis, oli inimsugu juba niivõrd arenend, et temale uute ühiskute $10^2, 10^3, \dots$ loomine ei tekitanud enam raskusi. Hindulased on kümnenüstest juure jäänudki. Inimsoo arenemisega aga tõi elu enesega ka kaasa ikka s suuremad ja suuremad arvud. Siin juba kümnenüstest ei kõlba: kolmekohalisi arve kümnenüstestis on veel kerge käsitada, neljakohalisi aga juba teatud raskusega. Oli tarvis takti luua paljude liikmete vahel arvus; selleks ühendati kolm kohta uueks s suuremaks süsteemühikuks, ja nõnda tekkis tuhandesüstest. Viimasel ajal aga hiigla arvud on nõudnud isegi miljoni s süsteemi loomist.

Õppeüksuste metoodiline läbitöötamine ja tööprintsip arvutus õpetuses.

A. Arusaamine, harjutus, rakendus. (kiirarvutus, taktarvutus).

- 1) Arvutusõpetus peab arvutuse igal astmel taotlema kolme asja: selget arusaamist, vilumust, iseseisvust ja kindlust rakenduses. Sellega on ka antud peastmed iga arvutusaime käsitlese kohta.
- 2) Arusaamine. Iga uue arvutusjuhu juures tuleb lapsi viia kõige pealt selle juhev selgele arusaamisele. Lapsed peavad selleks ise seda teed leidma, mis neid eesmärgile viib. Küsimuse, vastuse ja ülesannete korral leiab õpilane ise, mis on uue arvutuse tuumaks, ja vastavalt sellele määrab ise kindlaks üksikute summade järjekorda ning tähendab ära need varem läbivõetud harjutused, mis aitavad selgitada uut juhu ja leida tema lahendamist. Näitlikkuse abinõusi tuleb kõige suuremal määral siin appi võtta.

3. H a r j u t u s. Ei ole sellest küllalt, et lapsed on arvutusjuhus arusaanud: arusaamine peab muutma võimiseks arvutusjuhtu ilma veata lahendada. Selleks on tarvis harjutust. Õpilased peavad nüüd iseseisvalt ja isetegevalt suuliselt ja kirjalikult jätkama seda tööd, millest nad on arusaanud, niikaua, kuni igaüks neist valdab seda juhtu täiesti. Töö seisab ülesannete lahendamises; ülesanded ise on samalaadilised, nagu see ülesanne, millega anti sissevaadet arvutusjuhtu. Õpetaja peab hoiduma sellest, et tema ei segaks õpilaste isetegevat tööd oma üleliigsete seletuste ja küsimustega: õpetajal, kes ise liiga palju seletab ja metodiseerib, tuleb arvustada sellega, et tema õpilased millalgi ei saa iseseisvalt ülesandeid lahendada, - ja see on juba paha. Ka õpilastelt tuleb nõuda, et nad arvutus sünniks kõige lühema vormi järele, nagu see sünnib järgmistes näidetes: 1) $47+28=67+8=75$; 2) $7.64=420+28=448$. Lüheda vormiga näitab õpilane, et ta on omandanud lahendamise käiku, arvude lahutust jne. Peale selle arvutamine lüheda vormi järele ja sellega ka arvutuse kindlust. Vastused ja seletused, mis antakse õpilaste poolt, peavad olema lühedad ja täpsed.

4. R a k e n d u s. Arvutusõpetuse eesmärgiks aga ei ole mitte arvutuse osavus, vaid kaugelt tähtsam vaimline tegevus, nimelt

arvutuse rakendus elule; harjutuses saavutatud arvutuse osavus on ainult rakenduse abinõuks. Rakenduse oskust saavutatakse asiarvutusega ja rakendusülesannete lahendamisega. Rakendusülesandeid tuua ei tarvitse mitte ainult õpetaja, vaid ka õpilased.

10. 10
- 5) Kiirarvutus. Kiirarvutus on arvutajale sama tähtis nagu klaverikunstnikule sõrmede väledus. Kiirarvutus sünnib peast. Kiirarvutuse harjutusel on suur väärtus: tema äratav õppimishimu, viib õpilasi täielisele mõtete kogumisele, tõstab haripunkti vaimlise tegevuse intensiivsuse ja annab õpetajale võimaluse tundmase õppeida üksikuid õpilasi. Õpetaja ei pea aga nõrkadele ja arglikkudele liiga tegema, või neid hoopis kõrvale jätma ja tšöö tegema ainult andekamatega; sellepärast on lubatud kiirarvutust tarvitada võistlusarvutusena ainult siis, kui on tarvis teada, missugune õpilane võib kõige rutem vastust anda. Kiirarvutusele tuleb tunnist puhendada märksa vähemat aja osa (5-15).
- 6) Taktarvutus. Arvutusele aitab kaasa ka taktarvutus. Taktarvutus nõuab kõige suurmat võimuliste jõudude pingutust.

B. Formaalsed astmed.

Punkti A all tähendatud õppetegevuse 3 põhivormi: arusaamine, harjutus ja rakendus on juba ammu arvutuses tarvitusele võetud. Herbart'i kooli lähed jaotuses veel kaugemale; tema peaaegu õppeüksuse sihi määramist, jagab õppeüksuse 5 "formaalastmesse":

I. Analüüs. Korraldatakse läbivõetud aine, kus juures see aine korraldatakse nii, et uus aine jätkaks loomulikult vana.

II. Süntees. Vastava näitega elust tuuakse uus arvutusjuhust ja leitakse tema lahendusviis.

III. Asotsiatsioon. Lahendatakse terve rida eelmisega ühtelaadi ülesandeid, et äratada ühetaolist nende lahendustes.

IV. Süsteem. Tehakse kokkuvõtte eelmisest ja tuuakse välja lahenduse üldreegel.

V. Meetod. (rakendus) Arvutusoskus saab sel astmel rakendatud ülesannetele elust ja teadusest.

Nende formaalastmete rakendus arvutusõpetusele tõi enesega ka kaasa ka järgmised pahed:

a) Õpetus formaalastmete järele sünnis sest saadik küsivarendava õppeviisi järele ja loengute näol, kuna aga uuema aja arvutusmeetodika ei tunnista ei üht ega teist. Eriti kahjulikuks loeb arvutusmeetodika küsimus-koostisõppeviisi: 1) ta sulub laste suu, vabastab neid tšöö peaosast ja takistab neis iseseisvuse arenemist (miks?); 2) kuigi küsimus esitatakse klassile, jätab ta siiski tšöö suurema osa õpilasi (miks?); 3) tema sünnib õpilasi tungima õpetaja mõttekäiku ja vastama seda, mis õpetaja tahab, annab põhjust etteitlemisele ja halvab õpilase enese kriitilist mõtlemist (miks?) 4) tema kannab eneses teatud määral antud iseloomu selle poolest, et harilikult elus küsib teise käest mõne asja üle ainult see, kes seda asja ise ei tea.

b) Tähtsamaks põhjendiks, miks formaalastmete skeem sai ka arvutusse ülekantud, oli arvamus, et matemaatiliste mõistete ja abstraktsioonide arenemine sünnib samade seaduste järele, mis asimõistedki. See aga ei ole õige: 1) asimõistete (koer, õun) omandamine sünnib kergelt, kiirelt, varatselt ja sagedasti ainult ühe ainukese asja lähema tutvunemise abil, kuna aga kõige lihtsamad matemaatilised mõisted ja abstraktsioonid omandatakse palju hiljemalt ja suure raskusega; 2) Asimõisteid võib tõesti lugeda ära õppituiks peale seda, kui nad on omandatud 3-1 ja formuleeritud 4-1 astmel. Matemaatiliste mõistetega aga on hoopis teine asi: matemaatilised mõisted ei ole sugugi seotud asja sisulise küljega, nad on asja iselaadi käsitus ja nimelt -kvantitatiivne käsitus. Ühe asja kvantitatiivne käsitus ei või aga nii lihtsalt omandatud saada, kui mõiste asjast enesest, vaid selleks on tarvis kauaaegset harjutamist. 3) Formaalsuste ülekandmisega arvutusõpetusse jäeti sõnal "rakendus" alal ka endine mõiste, kuna aga arvutuses "rakenduse" all tuleb mõista hoopis teist asja. 5-s formaalaste "rakenduse" all mõistab konkretiseerimist: konkretiseerida tuleb seda, mis on leitud abstraktsiooni teel- 3-1 ja 4-1 astmel. See abstraktsete mõistete proovimine üksikute asjade ja juhtude abil on väga otstarbekohane ja tarvilik loodusteadustest (miks?) aga mitte arvutuses. 4-1 astmel väljatoodud reegli konkretiseerimine kas nimega arvudega ülesannete või riistetatud ülesannete näol ei ole arvutusõpetuse

seisukohast mitte rakendus, vaid harjutus (sama harjutus, mis oli 3-1 astmel. Rakenduse all tuleb mõista oskust olemasolevaid teadmisi kasutada eluliste probleemide lahendamiseks; arvutusjuhus ise, mida tuleb kasutada selle juures, ei ole rakendajal teada, nagu harjutuse juures, vaid seda tuleb veel rakendajal leida oma teadmiste tagavabast.

Need pahed olidki põhjuseks, miks praegusaja arvutusõpetus on formaalastmed kõrvale heitnud.

C. Tööprintsiip arvutusõpetuses.

Nüüdisaja arvutusmetoodikad on võetud arvutusõpetuse kohta järgmine seisukoht: mitte õpetaja ei pea ainet pakuma ja arendama õpilast oma seletuste abil, vaid õpilane ise oma isetegevuse abil peab ennast arendama ja kasvatama oma vaimlisi võimeid. Õpetaja ülesandeks on ainult õpilasi virgutada isetegevale tööle ja kui töö on alanud, siis õigel ajal abits olla. Selles seisabki tööprintsiip. Sellest tööprintsiibist väljajäetud ei tunnista nüüdisaja arvutusmetoodika üldse mingisugust õppeüksuse metoodilist läbitöötamist: õpetamine on kunst, kunsti loovale tööle aga ettekirjutusi ei või olla; mitte siis- skeem ja šabloon, mis surmavad laste huvi ja teevad kahvatuiks arvutustunnid, vaid -vaba looming, mis äratab lapse tähelepanu ja karastab töötahet. Siiski noorel on tarvilik esialgul õpetuse aluseks võtta punkti A all toodud läbitöötamistüüpi.

Mingisuguse arvutusõpetuse juures peavad lapsed ise peaaegu kõik töö tegema: ise ülesandeid tooma, ja lahendama, uute arvutusjuhtude lahendamist leidma, koguma andmeid, parandama vigu jne. Vahetevahel on ka väga kasulik lasta õpilasi rühmades töötada (miks?) Õpetajal on lubatud küsida siis, kui küsimusega on seotud kontrollleerimine või kui küsimus on harjutus-, mõistatus- või objektiivselt tõeline küsimus (mida mõtled selle all?) Küsimust tuleb arendada kutsumisega õpilasi tööle.

Hoiatada aga tuleb õpetajaid järgmistest võimalikest väärtustest eest: 1) tööprintsiibi all tuleb mõista õpilaste töötavat, aktiivset ja loovat õppimist, aga mitte paljast käsitööd. Õppimist tuleb siduda käsitegevusega ainult siis, kui see tegevus tõesti kaasa aitab aine arusaamisele ja edendab õpilase vaimlist arenemist. 2) Kõige lõbusam arvutustund ei pea aga muutuma mänguks, vaid ta peab ikkagi olema tõeline koolitöö. 3) Töötahet ei pea mitte ainult välja hoovala elavatest piltidest või lõbusatest esitustest, vaid rõõmsa meeleolu läteks arvutustundidel peamiselt olgu ikkagi õpetaja isik ise. 4) Põhiseadused, mis on metoodiliselt õigeks tunnustatud, peab alati arvesse võetama, olgu õpetusviis misugune tahes. 5) Kõik abinõud uue arvutuse juures on ainult selleks, et arvutuse psüühilist aktiivset tegevust teha ja sissejuhtida, kuna aga edaspidine arvutus peab põhjenema ainult mõtletegevusel. 6) Üldõpetuse juures on tarvilik igapäev võtta arvutuse alla ainult 10, 15, 30 min. (miks?)

Arvurida 1-st kuni 10-ni ja mitmesugused käsitusviisid tema läbitöötamisel.

Arvutusaine ei saa läbitöötatud algusest peale kohe piiramatu arvureas (miks?) vaid töö algab esmalt arvureas 1-st kuni 10-ni ja siis järkjärgult laiendatakse seda arvurida 1-st kuni 100-ni, 1-st kuni 1000-ni ja viimaks 1-st kuni miljonini.

Kümneraeraldamiseks eristatakse järgmised põhjused: 1) arvud 1-st kuni 10-ni on põhjarvud ja igalühel neist on oma nimi ja oma märk; 2) siia pannakse alus liitmis- ja lahutamise tabelile; 3) siin arvud ei või lahutatud saada kümnete rühmadesse, ja sellepärast ka lühendatud arvutusviise kasutada ei saa. Töö esimeses kümnes osutab kõige tähtsamaks arvutusõpetuses, sest siin pannakse alusasemad, mis kannavad kogu matemaatika hoonet.

Arvutusaines tuleb arvestada kolme tähtsama asjaga :1) arvude peale võib vaadata kui isendite(indiviidide) peale, mis koosnevad üksikutest ühikutest; 2) loomuliku arvureaga, ja 3) kümnesüsteemiga. Selle järel, millele neist kolmest on antud ülekaal, on tekkinud ka kolm eri arvutusviisi: a) arvud üks teise järel õpitakse ära vaatluse teel; seda viisi nimetatakse monograafiliseks meetodiks, ehk ka Grube meetodiks, sest tema oli see, kes 1842 a. pani aluse sellele meetodile. See meetod on tuntud veel:1) arvukuju-meetodi nime all, sest sageli arvude äraõppimiseks kasutatakse arvkuju; 2) vaatlusmeetodi nime all, sest selle meetodi aluseks on vaatlus, ja 3) analüütilise meetodi nime all, sest siin analüüsi abil leitakse sidemed arvude vahel. b) Rea ehk loendamismetood, kui arvutuse aluseks on tehtud arvurida. c) süsteemmeetod, kui arvutuse aluseks on tehtud süsteem, isegi esimeses kümnies.

Monograafiline meetod.

Juba Aristoteles, hiljem Locke ja Bacon õpetasid, et midagi teist ei või olla inimese hinges, kui ainult see, mis sinna on sattunud meelte abil. Kõik teadus on tekkinud asjade, üksikolevuste vaatlusest. See vaade tehti loodusteaduste aluseks: asja vaadeldakse igakülgselt, saadud taimused muutuvad kujutlusteks, kujutlused - mõisteteks; kui materjali on rohkesti kogunud, siis orienteerumise tarvis korraldatakse ta süsteem. Grube tegi seda vaadet aluseks ka arvutusõpetusele 100-ja piiris. Tema meetodi järel ei minda mitte tehest teha juurde, vaid arvust arvu juure. Iga arv 1-st kuni 100-ni järelitult käsitletakse üksikolevusega, ja õpitakse ära igakülgselt vaatluse teel: iga arvu lahutatakse osadeks (analüüs), tervikut ja osi võrreldes leitakse arvu sidemed eelmiste arvudega; sellest vaatlusest peavad esilduma kõik 4 tehet - õigemini kõigi 4-ja teha seadused. Süsteem tuuakse sisse alles pärast arvude äraõppimist 100-ja piiris. Näiteks 4-ja äraõppimine sünnib järgmiselt:

1) arvu 4-ja mõõtmine ja võrdlemine arvudega, 1, 2, 3 ja 4-ja tehte saaduste leidmine; 2) kiirarvutus; 3) taktarvutus; 4) rakendus. (vaata klassis toodud näited.)

Meetodi hääd küljed on: põhjalikud vaatlused ja sellega ka saadud selged arvukujutelmad, katkestamatu edasi sammumine, töö ilma mehaanilisuseta, mõttejõu pingutus, huviäratamine (miks?) kõlbline kasvatus (miks?) sagedane kordamine.

Meetodi puudused. 1) Grube arvamus, et arve (asja) võib vaadelda simultaanselt kuni 100-ni, on ekslik, mis põhjeneb arvule olemuse vale käsitusel. Et see nii ei ole, tuli varsti nähtavale ja praegusel ajal tarvitatakse Grube meetodi 10-ne, 20-ne piiris. Meie teame eksperimentaal-psühholoogia põhjal, et konkreetseid asju võib simultaanselt tajuda ainult arvu nelja piiris. See asjaolu kergendab väga esialgset arvutusõpetust. Selge, et esialgne arvutus muutuks veel kergemaks, kui simultaanne vaatlusõige suureneks kuni 10-ni, või 20-ni. Selle tõttu mõned pedagoogid katsusid kunstlikult suurendada seda vaatlusvoimet arvukujude abil. Kuigi arvukujudel on oma suur väärtus arvutuse juures, siiski tuleb enesele selgeks teha, et siin simultaansusele seltsib veel midagi muud... Oletame, et meie ees on arvukuju 000 ja küsime: kuidas tekib meis selle arvu kujutelm? - Niihästi ülemise kui ka alumise rea punkte tajume me eraldi simultaanselt, aga sellega ei ole veel saadud arvukujutelm 5. Siin peab abiks tulema veel mõtteprotsess, nimelt järeldus, et $3+2=5$. Nõnda siis arvukujud 5-st kaugemale ei tajuta mitte vahetumalt, vaid vaheliselt mõtteakti abil,

ja sellega peaks ka selgitatud olema, et on tegemist eksiarvamus-
sega, kui mõeldakse, et 4-st suuremaid arve võib ka vahetumalt
tajuda. Sellele eksiarvamusel on põhjust annud veel teine nähtus,
nimelt et arvkuju abil arvutuses saavutati hiilgavaid tagajärgi.
Et aga siin oli näivusoga tegemist, seda esialgul ei nähtud. Arv-
kujude pooldajad panevad kõige suuremat rõhku selle peale, et
õppimise juures saaks alati tarvitatud stereotüüp-arvkujud; see
on selleks, et laps võiks arvkuju kindlalt äraõppida ja järel-
kult igal juhul teda enesele selgelt kujutella. Kui aga alati
arvkuju tarvitada ühel ja samal näol, siis tekib kartus, et laps
õpib ära ainult geomeetrilise kuju ja sõnaga, mis peab tähendama
arvu, ei sidesta mitte arvu sisu, vaid arvukuju geomeetrilist
vormi. Arvkuju järälikult muutus mnemotehniliseks abinõuks ja
väle arvutus ei sünni mitte arvudega, vaid arvusümboolidega.

2. Grube on arvuanalüütik, kes lahutab arve algosadesse, et
nendest tuletada arvutusjuhte; arvutusel aga on sünteetiline
loom. See tuleb sellest, et Grube mõistab valesti arvusünni ole-
must. Arvutekkimine, nagu me varemalt nägime sünnib lapses lühi-
dalt järämiselt. Peale seda, kui laps on hakanud vahet tegema
iseenese ja välisilma vahel, tekib temal tume aimdus asjade järä-
sest (sukzessioon); see tähendab, et laps hakkab vahet tegema ka
välisilma asjade vahel. Hiljem, kui lapse silm ei tõtta minna ühe
asja juurest teise juure, vaid jääb kauemat aega peatama kahe,
kolme jne. asja juures, siis hakkab laps kaht, kolme jne asja
käsitama ka simultaanselt. Arvukujutelma tekkimiseks peab aga veel
juure tulema moment, kus laps näeb simultaanselt käsitatud asjade
rühmas selgelt ka igat üksikut asja (analüüs). On see moment kätte-
jõudnud, on ka kättejõudnud arvukujutelma sünniaeg. Nõnda siis
arvukujutelma tekkimine sünnib järämise skeemi järäle: a) tume
aimdus järäust (sukzessioon); b) simultaansus ja c) analüüs.
Me näeme esimesed arvud tekivad analüütilisel teel ja et psüühi-
line moment, see on simultaansus ja analüüs, on selle tekkimise
põhialuseks. See tee aga on maksev esimese nelja arvu kohta, suu-
remate arvude käsituseks peab aga juure tulema veel matemaatiline
moment, see tähendab, et esiplaanile peab ilmuma teadvus-
lik järäus (sukzessioon). See teaduslik järäus-matemaatiline
moment-tuleb nähtavale juba esimese 4-ja arvu käsittelusel: asjade
järäne juuretulemine või eraldamine võib lapsi otsusele (see on
mõttetöö) et arvu võib saada eelmisest ühe ühiku juurelisamisega;
selle leidusega aga on arvutekkimine juba rajatud matemaatilisele
momendile ja alus pandud arvureale. Tuleb aga ära tähendada, et
kuigi meie asju rohkem kui 4 simultaanselt käsitada ei saa, siiski
ka suuremate arvude juures simultaansus meie mõttes ei lähe kaduma;
arvu 20 meie ikkagi mõttes käsitame kui hulka 20-s t üksikus t,
aga mitte kui $1)+1$. See asjaolu, et me neli arvu tõesti tajume
simultaanselt ja et meie ka pärastpoole suuremaid arve mõttes
võime käsitada simultaanselt, on Grube't ja tema järäijaid viinud
eksiarvamusel niihästi arvusünni kui ka arvutuse suhtes. Nemad
on arvukujutelmade tekkimise ja arvutuse aluseks-arvupiirkonnas
1-st kuni 100-ni, hiljem 1-st kuni 20-ni teinud simultaansuse,
vaatluse ja analüüsi. Arvud aga üle 4-ja on tekkinud sünteetiliselt
ja arvutus ise-vähemalt liitmise ja korrutamise juures-kannab
sünteetilist loomu. Oigus, et analüüsiga tuleb alata, aga lõppude
lõpuks peab domikeerivat osa mängima ikkagi süntees niihästi
arvumõistete kui ka arvutuse juures. Analüütikute juures domineeri-
vat osa mängib analüüs ja jäetakse täiesti kõrvale matemaatiline
moment. Kui nüüd pärastpoole tuleb lapsel ikkagi sünteetilise
arvutusviisi juure üle minna, siis teeb see temale väga palju
raskusi: on ju teada, et kui laps teab lahutust $6-5+1=4+2$, siis
kaugeltki ei tea tema, kui palju on $5+1$ ja $4+2$; selleks on uut
harjutust tarvis.

3) Grube mõistab valesti tehtede olemust, nende raskest ja ajaloolisest arenemisest. Operatsioonide mõisted on siiski teised, kui arvumõisted; sellega on ka öeldud, et operatsioonimõisted ei teki koos arvumõistetega.

4) Grube annab ühe ja sama mõiste sõnale "süsteem" niihästi loodusloos kui ka arvutuses; sellest tulebki, et tema esialgul jätab tähelepanemata süsteemi ja ei tee vahet põhi- ja liitarvude vahel. Kui kahekohalised arvud tulevad hiljem ikkagi süsteem-arvudeks, siis teeb see esialgul lapsele palju raskusi.

Metoodiliselt. Teoreetilisi harjutusi, mis ei ole seotud arvutusega, tuleb kõrvalt heita. Eriti lahutusharjutusi tuleb ettevõtta: 1) esialgse arvutuse juures (analüüs); 2) arvude täiendamiseks kuni süsteemühikuni; 3) süsteemiarvude lahutamiseks osadesse, millest nad koosnevad; 4) arvude teguriteks lahutamiseks.

Loendamismetood.

Grube vastase, kes ei tunnistanud, et arvukujutelme võib omandada ainult meeldiste tajumuste abil, löid uue põhilause, mis vastandina vaateprintsipile kandis eneses puht vaimlist loomu. See uus põhialus oli loendamispriintsiip.

Loendamismetoodikute järele arv ei ole psühholoogiliste, vaid ühe leiduse-loendamise-saadus. Isegi arvude 2,3,4 mõis ted on tekkinud järjestikku (suksessiivselt) loendamise abil; ajaline järjestikkus loendamispriintsiipi juures lühendus siin nii, et 2,3,4- ja asja tekkimine teadvuses näis silmapilkselt, üheaajaline (simultaanne) olevat; sellepärast on 2,3,4, asja kindlaks määramiseks küllalt ainult üht hetke, kuna aga suurema asjade hulga määramiseks peab loendamist ettevõtma. Arv järelikult on puht mõisteline asi ja on olemas ainult meie mõtteilmas. Et aga lapsed ei või puht mõis teliselt käsitada arvu, siis tuleb neile asjade vaatluse abil selgitada kvantitatiivset suhet. Ka tehete mõisteid tuleb selgitada vaatluse abil. Asjad ei ole järelikult muud kui arvude esitajad.

Tunnetus, et loendamise abil võib otsustada ühe hulga üle, ärkab 5-6-aastaselt laps juba teadvusele suhte üle, mis on olemas üheltpoolt arvusõnade etteütlemise ja teiselt poolt edasisammumise vahel asjade mõõda; enne seda oleks asjata vaev lapsega loendamist ettevõtta. Loendamise algupärane aste on silmaga umbkaudne hindamine (kas rohkem, või vähem) sellele järgneb loendamine sõrmedega ja viimaks-loendamine sõnade abil.

Kui on tarvis kindlaks määrata asjade hulka, siis peab selleks esmalt olemasoleva teistest asja dest järjestatud muutumatu rida (arvunimed). Kui niisugune rida on olemas, siis on võimalik võrrelda asjade hulka sellega, et asja üksikhaaval seotakse vastavusse järgimõõda esimese rea liikmetega ja vastatakse, missuguse liikmeni esimeses reas ulatub asjade rida. See korraldatud mõõtmine ongi loendamine. Loendamine annab üht määratud nime igale mõeldavale hulgale, ja alles selle läbi võib mõtlemine äratunda kõige väiksemat vahet arvude vahel. Arvusõnad tuleb lastele anda ja tema peab neid teatud kindlas järjekorras meele kindlustama; peale seda alles võib laps loendada, sest arvusõnad on teadvusejõu oluline tugi.

See tõsiasi, et asja ühes reas ilma värvita või ruumilise rütmiga on lapsel raske loendada, on annud monograafistidele põhjuse luua arvukuju. Monograafistid kasutavad kujusi oma arvumise järele simultaanse tajumise mõttes, kuna aga oluliselt asi seisab selles, et rühmituses on lapsel kergem loendada asju. Järelikult arvukujude tarvitamine on õiglustatud, aga peatavitama alati üksi üksi - ja samu kujusid, nagu seda teevad monograafistid. Rühmitamise abil saavutatakse kiiret ja kindlat loendamist ja järelikult ka kiiret ja kindlat arvutust.

Esimene samm arvutusõpetuses on siis arvusõnade kuni 10-ni meele kindlustamine ja loendamine alles pärast seda, võetakse ette arvude 1, 2, 3, jne. liitmine ja lahutamine (Vaata klassis toodud näited).

M e t o o d i h ä ä d k ü l l e d. Loendamine võib lugu-
pidamises (miks?) Liitmine on lühendatud edasilöödamine, maha-
arvamine aga-tagasi-loendamine. Ei arvutata mitte teoreetiliselt,
vaid tõelikult. Edendatakse peast-arvutus. Esimese järgu tehted on
esimesel kohal; korrutamine ja jagamine saab sisseviidud alles
teises kümnes.

P u u d u s e d. 1) Fanaatiliste loendajate juures jäetakse
hooleksse vaatlust isegi esimese nelja arvu juures (miks?)
Mõeldavad loendajad on sellest süüst vabad.

2) Loendamine eeldab juba arvu mõistmist; muidu ei ole ta
mitte "teaduslik loendamine" vaid mõttetult määratud sõnareala järele-
ütetus, keht ilma sisuta. Loendajad aga algavad loendamisega, kui
lastel veel arvumõistmist ei ole olemas. Esialgu on tarvis hoolt
kanda arvude selge mõistete eest ja alles pärast seda võib neid
korraldada reasse.

2) Fanaatilised loendajad nõuavad laste käest niisugust loo-
gilist tšõd, mida laps ei või anda, näit. et leida $3+4$ on tarvis
ettevõtta järgmist tšõd: $3+1=4$; $4+1=5$; $1+1=2$; $3+2=5$; $5+1=6$; $1+1=2$; $3+3=6$; $6+1=7$; $1+1+1=3$; $3+4=7$. Mõeldukate loendajate juures seda
viisi ei tehta, vaid arvutus sünnib lihtsa loendamise abil; näit.
kui on tarvis leida $5+2$, siis loendatakse 5, 6, 7 ja seeläbi $5+2$
on 7. See viis on kohane, kui liitujate arv on väike. Suuremate lii-
tujate juures tuleb loendajal peast liiga palju vahelülisid läbi-
joosta, näit. kui on tarvis leida $5+8$, või $3+5$. Suur hulk vahelarvusi
ra-s kendab s-eltgusele jõudmises saaduse üle ja katkenda b sidu-
sust ülesande ja vastuse vahe. Sellepärast võib loendamisarvutus
aset leida 1, 2, 3 ja 4 juures, suuremate arvude juures tuleb aga
abiks võtta kommutatiivset seadust.

4) On võimata loendamismetoodi tarvitada suurte arvude juures:
a) seda ei võimalda aeg, et loendada 1000000 on tarvis 8 tunnilise
tööpäeva juures 5 nädalat; b) võib kergesti eksida. Sellepärast
moodustatakse tegelikult elus suuremate hulkade loendamiseks rühmad
10-e kaupa, see tähendab, et loendamine sünnib süsteemipäraselt.
Ka arvukäsitus sünnib süsteemi päraselt, näit. 35 ei ole käsitletada
mitte kui 31 ühikut, vaid kui 3 kümnelist ja 5 ühikut.

M e t o o d i l i s t. arvutuse ajal leiab loendamine mitme-
kesist rakendust: loendamistööd loendamisoskuse kindlaks mää-
ramiseks, asjade loendamine, edasi-loendamine kuni 10-ni ja tagasi-
loendamine 10-st kuni 1-ni, paaris ja paaritu-arvude loendamine,
loendamisharjutused kuni 100-ni (peale seda kui arvud on omandatud
süsteemipäraselt) suuremate arvude loendamine 100, 1000 jne. kaupa,
loendamine kümnendmurrudega. Sageli võetakse loendamine ka abiks
kui on tarvis õpilasi viia õige saaduse juure.

Süsteem-metood.

Selle meetodi aluse panijaks on Dr. W i l k, koolidirektor
Gothas. Tema arvamise järele juba vanaajaline järjekindlus arvutuses
nõuab süsteem-metoodi. Suuremate arvude kohta ei kõlba ei vaatlus-
ega loendamismetood. Isegi esimese kümne käsitus võib rajatud saada
süsteemile. Sõnast "süsteem" arvutuses tuleb aga õieti arusaada.
Sõnal "süsteem" arvutuses on kaugelt teine tähendus, kui sel sõnal
näit. loodusloos. Mõlematele "süsteemidele" on ühine ainult see, et
mõlematoga saavutatakse ülevaadet ja korraldust. Loodusloos üksik-
olevused on rippumatu süsteemist: need olid olemas juba enne
süsteemi loomist ja alles hiljem priinteeriumise mõttes on nad
järjestatud süsteemi. Arvutuses aga "süsteem" on orgaaniliselt seotud
arvühitusega: arv ja süsteem on ühel ja ajal tekkinud; kui
äraheita süsteemi, siis variseb kokku terve hoone.

Süsteemi olemusest järgneb: 1) kõik üksikud järgud tuleb käsitleda ühtviisi; järelikult algusest peale tuleb põhialuseks teha süsteemi. 2) Igalpool peab esiplaanil olema arvude seadusepärane ehitus: arvude kujundamine (ülesehitamine, lahutamine osadeks, lugemine, kirjutamine) on ainult siis lihtne, kui seadusepärast ehitusest on arusaadud; sama peab ütleva ka arvutuse, arvutusjuhuste ja -seaduste kohta.

Peaasjalikult aga rajab Dr. Wilk süsteem-metoodi oma vahele arvutekkimise kohta (Vaata tema teos: "Das Werden der Zahlen im Menschen und in der Menschheit auf Grund von Psychologie und Geschichte, 1922") Loomulik arvutekkimine sünnib tema järele järgmiselt: esimese 4-ja arvukujutelmad tekivad simultaanselt nagu monograafistidel; kõik teised arvud aga tekivad loendamise abil. Nagu me näeme, et 5-st peale on Dr. Wilk'il arvutekkimise peale sama vaade, mis loendajatelgi, lahku läheb selles juures aga loendajate arvamus. Dr. Wilk'i omast küsimuse kohta: kumb on algupärane arvude ehitus: kas süsteem, või arvurida. Kuna loendajate järele arvud tekkisid esmalt arvureana ja alles hiljem said järjestatud süsteemi, on Dr. Wilk'i järele just ümberpöördukt. Loendajad on valearvamisele tulnud just sellepärast, et nad käsitlevad oma "süsteem" nagu loodusteadlased.

Esimese kümne käsitlet Dr. Wilk'i juures sünnib järgmiselt: 1 rühm: arvud 1-st kuni 4-ni. Esiplaanil on siin vaatlus. Arvud tekivad esmalt täiesti rippumatult teine teisest, ilma et üks arv teist eeldab järjekorras 2, 1, 4; 3. Siin on lubatud analüütiline käsitletviis. Lõpuks korraldatakse arvud reasse (ajalooliselt on sõrmed siin palju kaasa aidanud).

2. rühm: arv 5. Temast antakse esmalt mõiste 4 (4 sõrme ja põial) näol ja siis tehakse ta esimeseks liitühikuks 5, kus juures käe-kuju abiks võetakse. Sellele järgneb arvude korraldamine reasse 1-st kuni 5-ni.

3. rühm: 6-st kuni 10-ni. Võttes appi kätt ja sõrmi käsitletatakse neid arve esmalt kui 5+1, 5+2 jne. kus juures sugugi ei ole tähtis järjekord (miks?) Sellele järgneb teine samm arvude käsitletuses: korraldamine reasse ja liitarvude ümberkujutamine liitarvudesse, nagu seda nõuab kümnendsüsteem. Selle teise sammu sooritamisele aitavad kaasa lihtsad arvusõnad ja paljune asirühmade loendamine. Lõplikult omandatakse nüüd terve arvurida 1-st kuni 10-ni liitmise ja lahutamise tehete abil.

Metoodi arvutus. See metood on vaba neist pahedest, mis on eelneisel kahel metoodil, aga ta kasutab kõik seda hääd, mis neil on olemas. Kõrgetevaks jääb ainult 5 sisseviimine liitühikuna.

U l d i s e d m ä r k u s e d.

1) Iga metoodi juures, kui aga õpetus hääd on, võib saavutada hääd tagajärgi. Edaspidi vaatame läbi õppekäik süsteem-metoodi järele.

2) Esimese arvutusõpetuse juures mängib päitlikkus kõige suuremat rolli; sellepärast tuleb esimese arvutusõpetuse aluseks teha vaatlust. Lähtepunktiks olgu alati asiala, kust lapsed peavad välja tooma arvutusprobleeme. Asiülesanded ise olgu võetud laste kogemusvallast: mäng, kool, kauplus jne. Järjekord olgu: asiülesanded, ülesanded nimega arvudega, ülesanded abstraktsete arvudega. Üldse tuleb abstraktsete arvudega võimalikult vähem arvutada. Kui on tarvis konkretiseerida arvumõistet või arvutusjuhtu, siis peavad seda tegema lapsed ise oma näitlikkuse- ja töötõsinõude-tõelikkude asjade sümboolide-abil, abinõudeks tarvitatagu sõrmi, rahasi, tikke, pulke, kuubikuid, kastanid, tammetorusid, arvukujusid jne. Tööabinõus i tuleb lapsel niikaua tarvitusele võtta, kuni ta ei oska ilma nendeta ülesannet peast lahendada. Üleminek abstraktsiooni juure peab loomulikult sündima, aga mitte vägivaldselt ja liiga vara.

Suurt rolli esimese arvutusõpetuse juures mängib loendamine. Loendamisharjutused võivad olla vaheldusrikad ja huvitavad, aga ka õige ja kasutud. Mida peab loendama? - Kõik, mis lastele huvi pakub: asju kooliruumis, kodu ja mänguplatsil, tikke jne. Kui kaugemale võib loendada? - Esmalt kuni 10-ni; aga kui laps saab vib kaugemale minna, siis ärge keelaku. Kuidas tuleb loendada? - Saksa pedagoogil Kühnel'il on 32 loendamisviisi. Meie neist märgime ära tähtsamad: a) üleloendamine ja äraloendamine. Esimese juures on olemas asjade kogu ja tuleb leida tema arvu, viimase juures aga arv ja tema abil tuleb leida vastav hulk asjadest; see viimane harjutus on esimesest märksa raskem. b) Asirühme raskuse järgi loendamise suhtes on neli: 1) tõelised asjad, II. asjade sümbolid (kastanid, kerad jne.) III. asjade pildid (pallid, õunad jne. mida lapsed joonistavad) ja IV. graafilised sümbolid (ristikesed, jooned jne. mis kujutavad hobuseid, sõdureid jne.). c) Loendamine ise võib toimida nelja raskusastme järgi: I loendamine asja peale näitamisega ja tema ümberpaigutamisega; II. loendamine ainult asja puudutamisega; III. loendamine asja peale näitamisega (ilma puudutamiseta) ja IV. loendamine ainult silma varal ilma näitamiseta. (Võib sündida ka kinniste silmadega). d. Vaheldust toob sisse ka rütmiline loendamine. Loendamine kahe-, kolme- jne. liikmelises rütmis käte plaksutamisega või teiste käte ja jalgade liigutustega ei ole veikestele mitte ainult huvitavad, vaid nad valmistavad ka teed ette liitmisele ja lahutamisele. (Paaris- ja paaritu arvude loendamine.) 4) Suulise töö kaasas käib ka vaikne ja kirjalik toiming. Nende vaiksete toimingute hulka kuuluvad ka tikkude panemine ja joonistamis-harjutus: tikud pannakse nõnda, et saaks asja kuju (labidas, laud, tool) joonistatakse arvutusjutte j.m. Numbrite liiga varajasest tarvitusele võtmisest tuleb väga hoiduda: liiga varajane numbrite sisseviimine muutuks lastele piinaks.

A. Arvumõistete arendamine.

E e l m ä r k u s. Arvurida 1-st kuni 10-ni saab läbitõttatud kahes astmes. Esimesel astmel omandatakse arvumõisted ja arvurida, teisel astmel aga liitmis- ja lahutamisharjutused.

Esimese astme siht: 1) selgete arvumõistete omandamine; 2) arvurea valdamine (ühe juure- ja äraarvamine); 3) tutvunemine liitmisega, lahutamise, võrdlemise olemusega; 4) kõigi nende arvutusjuhuste raskus elule. Ei saa veel rõhku pandud selle peale, et lapsed valdaksid arvude 2, 3, 4 ja 5 liitmist ja lahutamist. Numbritega ei saa veel arvutatud, vaid kõik arvutus sünnib suuliselt. Ka matemaatiline vorm jääb lastele veel tundmatuks.

A r v u d 1-st k u n i 4-ni.

Arvumõisted 1-st kuni 4-ni.

Vaatluse juures juhitakse esmalt tähelepanu terve rühma peale (siin on 4 pulka), siis iga asja peale rühmas üksikult ("üks pulk, veel üks pulk, veel üks pulk, veel üks pulk), mis lõpuks jälle tervikuna käsitletakse ("kokku 4 pulka). Asirühmad peavad ülevaatlikud olema, sellepärast ei tohi asjad rühmas teine teisest liiga lähedal või liiga kaugel olla. Ise töö sünnib järgmiselt.

1. A r v u d 2 ja 1. Lähtepunktiks on pilt seinal, raamatus, parem veel, kui õpetaja räägib lastele ühe meeldiva jutu ja joonistab teda tahvlile värviliste kriitidega. Pilti vaadeldakse. Lapsed näevad seal juba üht, juba kaht asja. (Üldõpetuse juures arvutusaine väljub üldteemist.)

Nüüd panevad lapsed 2 ja 1 oma sõrmedega, pulkadega, rahadega jne. kusjuures töövahendid kasutatakse asjade sümbolidena. (Inimese keha ise ka pakub siin palju ainet: kaks silma, kaks sõrme, üks nina jne.)

Sellele järgnevad joonistus harjutused: 2 sõrme (11), 1 s õrm (1), 2 õuna, 1 õun, 2 palli, piitsa jne. Uhesõnaga kõik, mis meeldib lastele, saab joonistatud ja loetud.

2. Arvud 3 ja 4. Võetakse sa muti läbi, nagu 1 ja 2. Lõpuks võetakse ette harjutused kõigi nelja arvuga 2, 1, 4, 3: loetakse e samme, plaksutakse käsa, pannakse pulke ritta jne.

3. Sest saadik said 2, 3, 4 asja ritta seatud, kuna nüüd aga tarvis lapsi selle vä lise pildi-reakujumuljest vabastada. Selleks lastakse 2, 3, 4 asja panna nõnda, et nende asendit moodustaksid isekeskis mitmesuguseid geom. kujusid. Ka pulke ei panda, nagu varem, ritta, vaid lastakse neid kokku seada nõnda, et nad kujutaksid mitmesuguseid asju. Näiteks kolmest pulgast võib saada lauda, tooli, klaasi jne.

4. 1, 2, 3, 4 arvumoment määratakse asjade abil, mis on olemas koolis (4 akent, 3 tooli jne.) kodus (4 inimest: isa, ema, Juku ja Leeni; 2 leiba jne.) Puuduvaid asju esitatakse pulkadega, sõrmedega jne. ja joonistatakse.

5. Arvumoment määratakse ilma asjade nimetamata (abstraktsioon) "s ee on 4, 2, 3, 1", ehk lühemalt: "1, 3, 2, 4."

6. Kirjalik töö 8. Tema peab ka juba algusest peale s uulise töö kaasas käima ja teda loomutruult kajastama. Joonistatakse kriipse (sõrmede pildid), punkte, õune, palle, ka tasse, vankreid jne.

Arvuriida 1-st kuni 4-ni.

a) 1 liitmine (juurearvamine) ja loendamine ülespoole (edasi-loendamine).

1. Liitmise selgitamine igapäevase elu nähtuste abil. Õpilased ise toovad näiteid elust: Juku korjab õunu, ema paneb toobri vett jne. Kui tahetakse liitmise protsessi näitlikustada joonise abil, siis joonistagu õpetaja tahvlile meest, kes tassib telliskiva seljas; teine mees paneb temale veel mõne kivi juure, ja nüüd läheb mees rohkem küürus, kui enne. Lapsi tuleb tutvustada ka mitmesuguste väljendustega, mida tarvitatakse liitmise juures, nagu: juure panema, suurendama, juure lisama jne.

2. Arvu 1 liitmine (juurepanemine). Esmalt selgitatakse näidetega, miks ja millal vaja on liitmist. Pärast seda töötatakse läbi üläsanded: $1+1=2$; $2+1=3$; $3+1=4$. Lä bi töötamine sünnib sõrmede, pulkade, rahade... abil ja järjekorras: asiala, üläsanded nimega, üläsanded abstraktsete arvudega. Kirjalik töö seisab arvutusjutu joonistamises.

3. Loendamine 3-1 viisil. a) Loendamine lausetega: $1+1$ on 2; $2+1$ on 3, $3+1$ on 4; b) loendamine sõnadega: 1, 2, 3, 4. Näitlikustamiseks tehakse sambad kuubikutest: jne. ehk rühmitatakse asju; c) abstraktne loendamine: 1 järele tuleb 2, 2 järele -3, 3 järele -4. Siin sünnib loendamine ilma näitlikustamiseta.

4. Järgarvud. Vastava jutu abil näidatakse, et ka neid arve on tarvis äraõppida. Pärast seda lastakse ka harjutada neis arvudes.

b) 1-ne lahutamine ja loendamine allapoole (tagasiloendamine)

1. Vastavate näidete abil tegelikust elust seletatakse lahutamist, näiteks: kui koogist tükk äralõigata, siis kook saab vähemaks. Laps i tuleb tutvustada ka mitmesuguste väljendustega, mida tarvitatakse lahutamise asemel, nagu: maha võtma, äravõtma, vähendama jne. Kui tahetakse ka lahutamise protsessi näitlikustada joonistamise teel, siis võib selleks tarvitada, nagu liitmise juures, meest kividega seljas; nüüd aga ei tule mitte kiva juure lisada, vaid ära võtta.

2. 1 lahutamine. Esmalt selgitatakse näidete varal, miks seda tehet on tarvis. Siis töötakse läbi samuti, nagu liitmise juures punktis 2, üläsanded: $4-1=3$; $3-1=2$, $2-1=1$.

3. Tagasiloendamine. Sünnib 3-1 viisil, nagu a) all punktis 3.

c) Võrdlemine (täiendamine, vaheleidmine). Esmalt antakse võrdlemise mõiste, ja siis töötakse lä bi üläsanded: mitme võrra on 2 suurem kui 1? 3 suurem kui 2? 4 suurem kui 3? 3 väiks em kui 4? võrdle arve 4 arvu 3-ga! Kui palju tuleb 4-st ära võtta, et 3 järele jääks? jne.

Arvutamine arvudega 1-st kuni 4-ni.

Siin töötakse läbi ülesanded: $1+2=3$, $2+2=4$, $1+3=4$; $3-2=1$, $4-2=2$; $4-3=1$. Töötamisviis ja tööabinõud on endised. Liitmise ja lahutamise juures võib kasutada ka loendamist, näit. kui on tarvis leida $1+3$, siis võib seda teha järgmiselt: $1+1$ on 2; $2+1$ on 3 ja $3+1$ on 4.

Arvud 1-st kuni 5-ni.

1. Arvumõiste 5. Arvu 5 mõiste $4+1$ näha saadakse, kui 4 asjale juure lisatakse veel 1 asi: 4 sõrme ja 1 sõrm, 4 krooni ja 1 kroon jne. Edasi sünnib töö, nagu varemalt 1, 2, 3, 4 arvumõistete juures. Lõpuks tehakse $4+1$ liitühikuks 5, kus juures appi võetakse käsi, pundar 5-st pulgast, või 5 krooniline raha 5 üheksiku krooni asemel. Ka kirjalikult ei joonista enam 5 kriipsu (lllll), vaid märk V (käekuju). Edaspidises töös käe sõrmi ei loeta, vaid ta on ilma loendamata teda kui 5. (Kui arvulauda kasutada, siis 5 ühevärvilist kera koos moodustavad liitühiku 5.)

2. Arvurida 1-st kuni 5-ni. Reasse järjestamine sünnib, nagu varem arvude 1, 2, 3, 4 juures. Vastavaid arvutusjutte leidub selleks alati: koolielu (kaustitud, pliiatsid jne), koolitee, mängud, perekonnaelu (ajad, söömalaua juures jne), kauplus jne. Os tu-müüginõu tarvis tuleb lastele abil nende asjade hinnakiri kokkuseada, mis 1, 2, 3, 4, 5 senti maksavad, ja rahad tõesti tarvitusele võtta. Kirjaliku harjutuse juures tuleb ainult uus märk V lisaks võtta.

3. Arvutus 1-st kuni 5-ni. Nendele ülesannetele, mis said läbi võetud nelja piiris, tulevad veel juure uued: $3+2$, $5-2$, $2+3$, $5-3$, $1+4$, $5-4$. Juure võetakse veel mõiste "mitte midagi" (null) ja töötatakse läbi ülesanded: $5-5=0$, $4-4=0$, $3-3=0$, $2-2=0$, $1-1=0$. Läbitöötamine sünnib nagu varemalt arvu nelja piiris.

Arvud 1-st kuni 10-ni.

Arvumõisted 6-st kuni 10-ni.

Arvumõistete arendamine sünnib siin samuti, nagu eelmiste arvude juures, ainult selle vahel, et arvud 6, 7, 8, 9 ja 10 peale vaadatakse vastavalt kui $5+1$, $5+2$, $5+3$, $5+4$ ja $5+5$. Eriti hästi on siin tarvitada kätt: 6 on käsi ja üks sõrm, 7 on käsi ja 2 sõrme jne. Kirjalikus töös tuleb 6, 7, 10 kriipsu asemel tarvitada märke VI, VII, ...VV.

Arvurida 1-st kuni 10-ni.

Järjestamine reasse sünnib samuti, nagu varemalt viie piiris. Lõpuks võetakse kordamist ette kümne piiris, kuni nad ei valda rida täiesti. (Välja minna asialadest).

Arvutus kümne piiris.

Üldised märkused. Liitmine ja lahutamine ei ole midagi muud, kui üles- või allapoole sammumine loomulikuks arvureas (laiendatud loendamine) sellepärast tuleb sagedamini ette võtta loendamis t. Et lahutamine on liitmise vastupidine tehe, siis igale liitmisjuhule peale tema omandamist järgneb vastava juhu lahutamine. ($4+3=7$ ja $7-3=4$). Ülesanded, kus liituja või lahkuja on 5-st suurem ($9-6$), jäetakse välja. Et hõlbustada liitmist, siis tuleb loendamisele anda niisugune vorm, kus esinist vähem ette võib tulla: Kui on tarvis leida $6+3$, siis lahendamine sündigu-järgmiselt: $6+1$ on 7, $6+2$ on 8, $6+3$ on 9; vahel-arvutused sündigu-tasasema häälega, viimane aga, mis saadusele viib, rõhutatagu kõvasti. Kõige kergemad liitmisjuhud on need, kus mõlemad arvud on ühesugused: $2+3$, $3+3$, $4+4$, $5+5$; neid juhte kasutatakse teiste

lähedas seoses olevate ülesannete lahendamiseks; missugused on näiteks: $3+4$ ($3+4$ on 1 võrra suurem kui $3+3$), $5+4$ ($5+4$ on 1 võrra vähem kui $5+5$) jne.

Liitmine ja lahutamine. Siin võivad olla järgmised ülesanded:

- | | | | |
|-----------|---------------------|-----------------------|--------------------------|
| 1) Arv 2. | Varemalt läbiõetud: | $1+2, 2+2, 3+2;$ | uued: $4+2, 5+2, 6+2,$ |
| | " | $5-2, 4-2, 3-2, 2-2;$ | $7+2, 8+2.$ |
| | | | " $10-2, 9-2, 8-2,$ |
| | | | $7-2, 6-2.$ |
| 2) Arv 3. | " | $1+3, 2+3;$ | " $3+3, 4+3, 5+3, 6+3,$ |
| | " | $5-3, 4-3, 3-3;$ | $7+3.$ |
| | | | " $10-3, 9-3, 8-3,$ |
| | | | $7-3, 6-3.$ |
| 3) Arv 4. | " | $1+4;$ | " $2+4, 3+4, 4+4, 5+4,$ |
| | " | $5-4, 4-4;$ | " $10-4, 9-4, 8-4, 7-4,$ |
| | | | $6-4.$ |
| 4) Arv 5. | " | --- | " $5+5; 10-5.$ |

Lä biitõõtamisviis on teada. Aramärkida tuleb ainult järgmist.

a) lahutamine võib selgitatud saada kahel teel, nimelt loendamise printsiibi, või loogilisprintsiibi abil. Kui näit. on tarvis leida $9-3$, siis võib see sündida, kas loendamise abil: $9-1$ on 8, $9-2$ on 7, $9-3$ on 6, või väljamine ülesandest $6+3=9$ (kasutada võib arvkuju). katsuda leida vastupidise $9-3$ lahendust mõtte teel. b) Eritu tuleb rõhku panna loendamise peale kahe kaupa: paarisarvud 2, 4, 6, 8, 10 ja paaritu arvud 1, 3, 5, 7, 9, majanumbrid tänavatel, toolide numbrid kontsertsaalis, lapsed asetatud paarikaupa.

B. Liitmine ja lahutamine. iga arvuga 10-ne piiris.

Eelmärkus: Sõnn tuleb omandada kõik liitmis- ja lahutamisejuhud kümne piiris, kusjuures abiks tuleb võtta kommutatiivset seadust ($2+5=5+2$). Et arvuvahekorrad tulevad põhjalikult äraõppida, siis tuleb aeglaselt edasiminna. Arvutusest sõrmedega, pulkadega, rahadega jne. peab laps vähehaaval vabanema ja esimesele kohale peab tulema mõttearvutus. Selle astme eesmärk on saavutatud, kui: 1) kõik liitmis- ja lahutamisevahekorrad 10-ne piiris on kindlalt omandatud; 2) kõik lapsed oskavad suuliselt ja kirjalikult lahendada igat ülesannet 10-ne piiris teadvuslikult ja oma mõttetegevuse abil; 3) lapsed on arvutuse juures lahtiütleanud oma tööabinõudest.

Numbrid ja matemaatiline vorm. Numbrid on arvumõis tete sümbolid, sellepärast on neid võimalik alles nüüd tarvitusele võtta. Vahet tuleb teha numbrite lugemise (kõsituse) ja kirjutamise (esituse) vahel. Trükitud numbreid õpivad lapsed mängides-sagedasti ilma õpetaja abita ära; abinõudeks võivad olla: raha, meetrimõõt, kell, seinakalendrist ärrarebitavad lehed (mängitakse numbrimängu korraldades numbrite järele lauulaekast võetud kalendri lehti jne. Numbrite kirjutamine peab sündima, nagu tähtede kirjutaminegi; õpetaja ettekirjutuse järele tahvlile. Et numbrite kirjutamist pigemini meeles pidada, siis võib nende kuju võrrelda tehtud asjadega: 8 - kringliga, 7 - vikatiga jne. Peale numbrite sisseviimist tuleb tarvitusele võtta ka märgid: +, -, ja =. (võrdsus märgi juures ei räägita veel mitte "võrdub", vaid "on", või saame ") ja mõne ülesande abil näeme ($3+2=5, 8-2=6$) selgitatakse matemaatilise vormi olemus. Ülesanded tulevad esmalt kujutada papi pea l, kasutades selleks kas või seinakalendri numbreid, lugeda ja siis kirjutada tahvlile ja katustikusse. Esimese kirjaliku arvutuse juures tuleb ülesanne lahendada täiesti konkreetselt ilma matemaatilise vormita. "Mina oli 5 õuna, siis tuli võersi tädi Anna ja toi mulle kingiks 4 õuna, nüüd on mul 9 õuna." Vähehaaval lühendatakse see vorm kuni lüheda matemaatilise vormini. "5 õuna ja 4 õuna on 9 õuna, $5+4=9$."

Arvutus.

Suhted arvu 1-ga: $1+1, 2+1, 3+1, \dots, 9+1$ News t uued on:
 $1+2, 1+3, \dots, 1+9$ $1+5, 1+6, 1+7, 1+8, 1+9.$
 $10+1, 9-1, 8-1, 3-1, 2-1, 1-1,$
 $10-9, 9-8, 8-7, 3-2, 10-9, 9-8, 8-7, 7-6, 6-5,$

Suhted arvuga 2: $1+2, 2+2, 3+2, 4+2,$ $8+2;$
 $2+3, 2+4, 2+8; 2+5, 2+6, 2+7, 2+8;$
 $10-2, 9-2, 8-2, 7-2, \dots, 5-2, 4-2, 3-2, 2-2;$
 $10-8, 9-7, 8-6, 7-5, \dots, 5-3; 10-8, 9-7, 8-6, 7-5;$
Suhted arvuga 3: $1+3, 2+3, 3+3, 4+3, 5+3, \dots, 7+3;$
 $3+4, 3+5, \dots, 3+7; 3+5, 3+6, 3+7;$
 $10-3, 9-3, 8-3, \dots, 5-3, 4-3, 3-3;$
 $10-7, 9-6, 8-5, 10-7, 9-6, 8-5;$
Suhted arvuga 4: $1+4, 2+4, \dots, 5+4, 6+4;$
 $4+5, 4+6; 4+5, 4+6;$
 $10-4, 9-4, \dots, 5-4, 4-4;$
 $10-6, 9-5, 10-6, 9-5.$

Suhted arvu 5-ga: $5+5=10$ ja $10-5=5$ on juba varemalt tuntud. Vanad ülesanded korratakse, uute lahendus tuletatakse vanadest ja siis õpitakse kõik ülesanded põhjalikult kätte. Lõpuks tehakse kontroll. Uute liitmisülesannete lahendusel tuleb abiks võtta kommutatiivset seadust. (Juku ja Liisi mängivad tääringit. Juku viskab 6 ja 3, Liisi aga -3 ja 6. Kellel enam?) Jä rjekord ülesannete lahendamisel võib olla kaheksagune: 1) õpitakse kätte esmalt liitmissuhted-näiteks arvu 3-, siis lahutamissuhted ja viimaks täiendatakse tööd arvude võrdlemisega (võrrelge arvud 8 ja 3; kirjal. $8-3=x$), täiendamisega $3+x=8$) ja lahutamisega liidetavateks ($8=3+x$); lõpuks võetakse kõik harjutused läbisegi ette. 2) Iga paari arvuga võetakse kõik harjutused ette: liitmine, lahutamine, võrdlemine, täiendamine ja lahutamine kaheks liidetavaks; lõpuks liigitakse ülesanded tehete järele.

Edaspidised harjutused on: 1) Arvutusjuhud, millest lapsed ise ülesandeid välja toovad. 2) asiülesanded ilma küsimusteta (õue pea 1 oli 2 vana ja 6 noort parti) ja sagedasti ilma andmeteta (Miks?) 3) ülesandeid kujundada (ka antud arvude juures ja neid lahendada. 4) peast-arvutus (kiir ja taktarvutus). 5) ülesanded algebralise loomuga. (Ma kirjuta n tahvli teisele poolele arvu: Kui temast ära võtta 4, saame 3. Kes ütleb arvu?) 6) Vahetevahel ka naljaülesanded (Puu otsas istus 7 varest; isa laskis 2 naha; palju jäi puu otsa?) 7) Väga mitmekesised harjutused abstraktsete arvudega: a) harjutused, kus üks arv jääb alati endiseks ($4+x=8; 5+x=8$ jne, $8-3=x, 8-5=x$ jne. $5+2=X; 8+2=X$ jne; $8=3+X, 8=5+X$ jne.) b) Täiendamine kuni 10-ni ($6+X=10$) ja arvu 10-ne lahutamine kaheks liidetavaks ($10=6+X$); see harjutus on eriti tähtis (miks?).

Arvutusvõtted: mitmesugused mängud: ostu-müügi mäng, pallimäng, lotomäng, dominimäng, tääringi mäng jne.; 2) arvutabelite kokkuseadmine ja nende kasutamine väga mitmekesiste ülesannete jaoks; 3) arvukujude valmistamine papi peale ja nende kasutamine arvutuseks; 4) raha vahetamine (eriti häa arvude täiendamises kuni 10-ni, või 10-ne lahutamises kaheks arvuks); 5) ülesanded valeandmetega, või valesti lahendatud ülesanded (Jukul oli 9 õuna, ta sõi 3 ära, järele jäi 5).

Märkus: Märki X ülesannetes tarvitusele võtta ei ole soovitatav, tähe X koht tuleb arvutuses tühjaks jätta.

Arvurida 1-st kuni 100-ni, tema metoodiline läbitöötamine ja sellega seotud mitmesugused käsitusviisid.

Arvurea ülesehitamine metoodikutele sünnib mitmel viisil: 1) kümnete kaupa: 1-20, 1-30, ... 1-100-ni; 2) kümnete kaupa 1-st kuni 40-ni,

ja siis korraga 1-st kuni 100-ni; 3) 1-20-ni ja 1-100-ni; 4) 1-s t kuni 100-ni. Nüüdse aja metoodika ei tunnista rea ülesehitamist kuni 20 100-ni kümnete kaupa, vaid eelistab ülesehitada rida kuni 100-ni ilma jaotuseta. Mõned vähesed metoodikud ainult on jäänud punkti 3 all toodud käsitlemise juure. Siin tekib aga küsimus, kas oleme õiglustatud eriti käsitlema punkti 3 all toodud arvurida 1-st kuni 20-ni, või mitte?

Põhjused, mis selle poolt räägivad, on: 1) laps pea b vähehaaval ära harjuma suuremate arvudega: arvurea laiendamine otsekohe 10-st kuni 100-ni tooks enesega kaasa liig palju uut ja sellega ka lapse ülekoormamist. 2) Arvureas 20-ne piiris on tegemist ühelt poolt põhiarvude liitmisega ja lahutamisega (see on loomulik 1-se kümne käsitlemise jätk), teiselt poolt aga ka juba kümne üleminekuga; seega valmistatakse ette järgmiste kümnete käsitlemisele. 3) Kogemused on näidanud, et sel viisil edukalt võib töötada.

Põhjused, mis selle vastu räägivad, on: 1) Katkestatakse positsioonsüsteem, sest viimases ei ole rida 1-st kuni 20-ni. 2) Põhinõue: kergemalt raskemale on tagurpidi rakendatud: ülesanded kümne-üleminekuga on kaugemalt raskemad, kui liitmine ja lahutamine puht kümnetega. 3) Rea 1-st kuni 20-ni peale ära viidatud aeg kaugeltki ei anna neid tagajärgi, mida loodetakse saavutada: ülejäänud kümnete läbitõõtamine ei lühendu pea aegu sugugi selle läbi, et rida 1-20-ni on läbitõõstatud. 4) Kogemused näitavad, et arvurea laiendamine 10-st kuni 100-ni sugugi ei kohuta last, vaid ümberpöörduvalt tõstab lapse tuju (miks?) 5) Arvuteaduse ajalugu näitab, et esmalt sa id loodud puht kümneid, ja alles hiljem täideti vahed nende vahel teiste arvudega (kaksteistkümmend, neli kolmatkümmend.)

Kõike seda kokkuvõttes võime öelda, et rida 1-st kuni 20-ni ei ole kuidagi viisi õiglustatud.

Arvurea 1-100 -ni läbitõõtamisel kasutatakse ka, nagu 10-ne piiris, kolm käsitusviisi: monograafilist loendamist- ja süsteemmetoodi.

Monograafiline meetod arvude juures üle 10, nagu me varemalt nägime, sugugi ei kõlba.

Loendamismetoodikud ehitavad esmalt üles arvurea 1-100 ühehaaval ($10+1, 11+1, 12+1, \dots, 99+1$), kusjuures rõhutatakse iga puht-kümme. Kui rida on ülesehitatud ja lastest äraõpitud, siis peavad viimased loendamismetoodikute arvamise järele -ise süsteemi omandusi leidma. Siin aga on raske aksiarvamisega tegemist, sest süsteemi omanduste leidmine ei ole sugugi nii kerge. Sellepärast esmalt peab arve käsitlema süsteemipäraselt ja alles pärast seda, kui lapsed on süsteemi omandusi tundma õppinud, korraldama arvud reasse.

Süsteemmetood on kõige kohasem arvurea 1-100 käsitusviis. Tema töötab esmalt puht-kümnetega ja selle järele alles kõige arvudega kuni 100-ni. Arvurida saab ka siin ülesehitatud alles pärast seda, kui laps on arvud süsteemipäraselt omandanud.

A. Arvurea 1-100 ülesehitamine.

I. K ü m n e l i s e d. Kümneliste mõistete arendamine sünnib kroonide ja sentide (1 kroon=100 senti), meetri, detsimeetri ja sentimeetri, pulkade (10 pulka seotakse ühte puntra), arvkujuude, arvlaua jne. abil. Kõige kohasem on lapsi viia liitühiku 10 mõiste juure kroonide ja sentide abil (asiala) rahavahetamine, ost-müük: lastakse panna 1, 2 jne. senti; kui on 10 senti, siis vahetatakse ta 10-sendiliseks rahaks. On õpilased kümneliste mõisted omandanud-tuleb õpetada neid kümnelisi lugema ja kirjutama, mis raskusi ei sünnita, sest siin aitab kaasa sellele kümneliste äratähendamine rahadel ja moodupuul. (Kümneliste kirjutamist käsitleleme järgmises punktis veel teisiti). Edaspidine töö sünnib samuti, nagu esimeses kümnese: 1) kümneliste korraldamine reasse ja nende loendamine 3-e viisil; 2) 20, 30, 40 ja 50 liitmine ja lahutamine; 3) kõige kümneliste liitmine kommut. seaduse kasutamisega, lahutamine, võrdlemine, täiendamine ja lahutamine liidetavateks. Harjutuste ja kordamise juures kasutatakse sagadasti arvtabeliä.

II. Liit arvud .a) Süsteem arvude mõistete arendamine.

1) Esmalt ehitatakse üles teine kümme. Tõlvahenditeks võivad olla: 10-ne sendilised ja sendid, meetrimõõt, puntrad 10-st pulgast ja pulgad, arvelaud, arvkujud, tillikast. Läbitõstada tuleb:

10+1, 10+2, 10+3, 10+10;	11-1, 12-2, 13-3, 20-10 ;
1+10, 2+10, 3+10, 10+10;	11-10, 12-10, 13-10, 20-10 ;
10+X=11, 10+X=12, 10+X=20;	11-X=10, 12-X=10, 20-X=10;
1+X=11, 2+X=12 10+X=20;	11-X=1, 12-X=2 20-X=10;
11=10+1, 12=10+2 20=10+10.	

Läbitõstamine. Asiala (õpilase hoiukassa) .-Pannakse rahade abil 10+1, 10+2 jne. ja saadud arvudele antakse nimed: üksteist-kümmend, kaksteistkümmend jne. Kus juures seletatakse, et üksteist-kümmend tähendab üksteist kümnest, kaksteistkümmend- kask teist kümnest jne. Sama tehakse ka pulkadega, arvelaul, meetrimõõduga jne. Tõõ proovimise juures võib lasta ka pikkusi esmalt umbkaudselt hinnata silma varal ja pärast järele mõõta mõõdupuuga.

2) Samuti, nagu teine kümme, tõõtakse läbi kõik teised kümned, kuigi muidugi mitte nii üksi asjalikult. 3) Kui lapsed on juba omandanud arvude süsteemipärast kõõsitust, tuleb neid õpetada ka arve kirjutama. Selleks lähene välja arvude esitamisest rahade ja pulkade abil: pa hemal pool kümmelised, paremal ühelised, -võtame abiks kaks ruutu ja kirjutame nende sisse arvud; näit. arvud 36 ja 40 kirjutame järgmiselt: 3 6 ja 4 . Natukene hiljem hakkame kirjutama ilma ruutudeta, ja siis selgubki, miks kümmeliste kirjutamise juures tuleb 0 abiks võtta.

b) Arvurea 1-100 ülesehitamine. 1) Korraldame arvureasse teise kümne:

10+1, 11+1, 12+1, 19+1 ja 20-1, 19-1, 18-1 11-1, ja võtame 1-20 loendamist ette 3-1 viisil. (Siin ei tule unustada ka järgarve.)

2) Korraldame arvureasse samuti ka teised kümned.

3) Võtame ette üldised loendamisharjutused. Loendatakse kõik, mis lastele huvi pakub: saame, majanumbreid, toolide numbreid kontsertsaalis, tuletikke karbis, raamatu lehekülgi, pulke redelis, mida mõõda lapsed ülesse ja alla ronivad (redel-joonistada!) trepiastmeid vaatetornis jne. Loendamine sündigu ka mõnikord rütmis.

4) Kordamiseks võtame ette mitmesugused harjutused (Ülesehitamine, lahutamine kümmelisteks ja ühelisteks, 1 juurelisamine ja mahaarvamine, lugemine jne) ja selleks kasutame arvtabelit ja mitmesuguseid mängu (võidujooks, loto, täõringi mäng jne.)

B. Arvutus 1-100 arvureas.

Põhiarvude liitmine ja lahutamine.

Aine. Liitmine ja lahutamine : 1) ilma kümmeliste-üleminekuta: a) 30+4, 46+6. b) 43+5; 87-4; 2) täiendamiseiga kuni kümmelisteneni ja kümmeliste lahutamisega: 46+4 ja 60-7; 3) kümmeliste -üleminekuga : 57+8 ja 54-7. Ulesannete läbitõõtamisel on soovitatav üldõõ liitmisjuhu siduda vastava lahutamisjuhuga. Ainult punkti 3) all toodud ulesannete juures tuleb ette kaksikjärjestus: a) liitmine arvudega, mis lõppevad arvudega 9, 8, 7 jne. ka selles järjekorras - ja lahutamine arvudest, mis lõppevad arvudega 1, 2, 3 jne. b) liitmine 9-ga lõppeva arvuga ja lahutamine 1-ga lõp. arvuga, liitmine 8-ga lõp. arvuga ja lahutamine 2-ga lõp. arvuga jne. (Miks siin on olemas kaksikjärjestus ?) Õpetaja valigu neist kahest seda, mis temale näib parem olemas.

Läbitõõtamine. Tõõvahendid on: pulgad , rahad.

1). Liitmine ja lahutamine ilma kümmeliste-üleminekuta. Ulesanded punkti a) all, mis on juba õõ süsteemharjutuste juures läbivõõtud, tuleb korrata. Punkti b) all ulesannete läbitõõtamine õõnnib järgmiselt.

U l e s a n n e 43 + 5. 1) Belharjutused: $36 = 30 + 6$ (mitme võbra on 36 suurem 30-st? Vastus: 6 võbra), $25 = 20 + 5$ jne. 2) $3 + 5 = ?$, $13 + 5 = ?$, $43 + 5 = ?$ 3) Hiljem ümberpöörduvalt: $43 + 5 = 48$, sest $3 + 5 = 8$.

U l e s a n n e 87 - 4. Minnakse välja tehest põhjarvudega $7 - 4 = 3$, ja siis edasi: $17 - 4 = ?$, $27 - 4 = ?$, $87 - 4 = ?$. Läbitõõtamise juures märkavad lapsed varsti, et nende juhtude juures on tegemist ainult põhjarvudega. Seda tegevust tuleb jätkata niikaua, kuni lapsed võivad arvutada ilma tõiabinõudeta. Abiks võetagu arvtabel.

2) Liitmine täiendamisega kuni kümnelisteni ja lahutamine kümnelistest lahutamiseega.

46 + 4. Lahenduse skeem: $46 + 4 = (40 + 6) + 4 = 40 + (6 + 4) = 40 + 10 = 50$.

Lahenduse läbitõõtamine. Tõõ sünnib esmalt pulkade (rahade) abil: "4 pundart ja 6 pulka, juure 4 pulka; - 6 pulka (6a-10-pulka) ja 4 pulka on 10 pulka (seotakse ühte puntra) ehk 1 pundar; 4 pundart ja 1 pundar on 5 pundart ehk 50 pulka. Hiljem sünnib lahendus ilma tõiabinõudeta; kui laps siiski jääb peatana, siis tuleb väljamina ülesandest 10-ne piiris; näit. $74 + 6$ lahenduse juure tulla käib järgmiselt: $4 + 6 = ?$, $14 + 6 = ?$, $24 + 6 = ?$, $74 + 6 = 80$.

60 - 7. L a h e n d u s e s k e e m : $60 - 7 = (60 + 10) - 7 = 60 + (10 - 7) = 60 + 3 = 63$. Rahadega sünnib lahendus järgmiselt: võetakse 6 kümneseendilist, üks kümneseendiline vahetatakse sendilisteks ja võetakse ära 7 senti; jääb järele 5 kümneseendilist ja 3 senti. Pulkade tarvitamisel tuleb üks pundar lahti siduda.

Mõlemad ülesanded on väga tähtsad, sest nad valmistavad ette ülesannete lahendamist kümnelistest üleminekuga.

3) Liitmine ja lahutamine kümnelistest üleminekuga.

a) $57 + 8$. Lahenduse skeem: $57 + 8 = 57 + (3 + 5) = (57 + 3) + 5 = 60 + 5 = 65$.

Läbitõõtamine. 1) ettevalmistamine: a) iga põhjarvu täiendamine kuni 10-ni. ($4 + X = 10$) ja 10-ne lahutamine kaheks arvuks. ($10 = 7 + X$); b) harjutused kolmeliikmestite ülesannetega: $9 + 1 + 3$, $19 + 1 + 4$, $8 + 2 + 5$, $38 + 2 + 7$, $7 + 3 + 8$ jne. 2) $57 + 8$ lahendus: a) esmalt täiel kujul: $57 + 8$, $57 + 3 = 60$, $60 + 5 = 65$; b) hiljem: $57 + 8$ on $60 + 5$ on 65 ja c) lõplikult: $57 + 8 = 65$. 3) lahendus peale kauaajalist harjutust võib sündida ka järgmise skeemi järele: $57 + 8 = 50 + 7 + 8 = 50 + 15 = 65$.

Et täieliku vilumust saavutada lahendamises, tuleb sagedamini aritmeetilisi ridu väljaarvata ($13 + 4$, $17 + 4$, $21 + 4$...) Eriti põhjalikult tuleb kätte õppida ükskord-ühe read. Ridade harjutuses võib ära märkida 3 raskusastet: I aste. Õpilased räägivad: $7 + 7$ on 14 , $14 + 7$ on 21 , $21 + 7$ on 28 jne. II aste. Õpilased räägivad: $7 + 7$ on 14 , $+ 7$ on 21 , $+ 7$ on 28 jne. III aste. Nimetatakse lihtsalt saadusi 7 , 14 , 21 , 28 jne.

b). 54 - 7. L a h e n d u s e s k e e m : $54 - 7 = 54 - (4 + 3) = 54 - 4 = 50 - 3 = 47$.

Läbitõõtamine. 1) Belharjutused: $11 - 1 - 4$, $21 - 1 - 6$, $12 - 2 - 3$, $32 - 2 - 7$ jne.

2) ülesande 54 - 7 lahendus: a) esmalt $54 - 4$ on 50 , $50 - 3$ on 47 ; $54 - 7 = 47$;

b) hiljem: $54 - 4$ on 50 , $- 3$ on 47 ; c) lõplikult otsekohe: $54 - 7 = 47$.

4) Kirjalikuks tööks võib sagedamini ridu anda. Näited.

$8 + 3 = 11$	$2 + 2 = 4$	$1 + 2 = 3$	$3 + 3 = 6$	$1 + 3 = 4$	$2 + 3 = 5$	$9 + 9 = 18$
$18 + 3 = 21$	$4 + 2 = 6$	$3 + 2 = 5$	$6 + 3 = 9$	$4 + 3 = 7$	$5 + 3 = 8$	$18 + 9 = 27$
$28 + 3 = 31$	jne.	jne.	jne.	jne.	jne.	jne.
jne.	kuni 50	kuni 73.	kuni 60.	kuni 61.	kuni 68.	kuni 90.

5) Asiarvutus. Asiarvutuse hulka tuleb võtta ka alad, kus on tegemist rahadega ja tuntud mõõtudega (liiter, nael, kilogramm, gramm, meeter, aja-mõõdud, süld.) Mõõte tuleb näidata, kui nad nendega tuttavad ei ole. Tuleb tutvustada ka lapsi pikkuste mõõtmisega ja lasta mõõta silmaga, joonlauaga, mõõtpaelaga, meetrimõõduga ja loomulikude mõõdudega: grammidega, jalgadega, küünruga, vaksaga.

Eriti huvitavad on lastele mängud: võidu jook, loto, tääringimäng jne.

Korrutamine (korrutustabel) mõõtmine ja jagamine.

A. Üldised märkused. 1) Korrutustabel on teise järgu tehete aluseks ja teda tuleb kindlalt kätte õppida.

ütelda sõnaga "ja" ja "kord". siis esimene on alati võimalik, kuna aga sõnaga "kord" on võimalik ainult siis, kui rühmad on ühesuurused. Peale seda näidatakse kirjutamisliis, kusjuures korrutamismärgiks tarvitame punkti (miks?) $4 \cdot 3 = 12$. Mis see tähendab? $4 \cdot 4 = 16$ jne.

2) T a b e l i l ä b i t õ õ t a m i n e. Näide rea ga 3.1, 3.2. 3.10.

L i i t m i s r e a l ä b i t õ õ t a m i n e: Kuupidega ehk 3-me sündiliste rahadega seame kokku liitmisread: $3+3=6$, $3+3+3=9$ jne. Harjutus kestab niikaua, kuni iga õpilane valdab ridu. Ainult harjutuseks leidub palju: võnlenine koonnikreas, rististikheine lehed, kolm-jalaga lauad, pingid, anumad jne. õunad a 3 marka jne.

K o r d r e a l ä b i t õ õ t a m i n e. Pange pulkadega 3+3. Palju see on?... Ütelge sõnaga "kord" $3 \cdot 2 = 6$. Pange $3+3+3$ jne. kuni 10.3. Ainiks on konkreetsed ülesanded kolmlause pea lo.

P r o o v i m i n e. Kordread tehakse ümber liitmisriidadeks ja ümberpöörduvalt; võrreldakse mõlemaid ridu teine teisega, kasutades kriitilise mõtlemise viirgutamiseks valesti tehtud ülesandeid ($5 \cdot 6 = 11$, $7+8=56$ jne).

H a r j u t u s: a) rea järjekorras - õpetaja ise kirjutab esmalt tahvlile -; b) mitte rea järjekorras; öeldakse ainult korrutaja, näit. 7.-õpilane: "3.7 on 21.e) õpilased ise annavad vastas-tiku teine teisele ülesandeid. Siin tuleb kasutada ka igasuguseid juhte meele-tuletamise hõlbustamiseks, nagu: $3 \cdot 2 = ?$ $2 \cdot 2 = 4$, $3 \cdot 2 = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 4 + 2$, $3 \cdot 3 = ?$ $2 \cdot 3 = 6$; $3 \cdot 3 = 6 + 3 = 9$. $10 \cdot 3 = ?$ $10 \cdot 3 = 3 \cdot 10 = 30$, ehk $3 \cdot 10 = 20 + 10 = 30$ jne.

K i r j a l i k t o o m i n e. Lapsed peavad kirjutama rää-kides peavad kätte õppina, mida nad on kirjutanud. Tuleb read lasta kirjutada ülevaalt allapoole, alt ülespoole, viimaks väljapoole järjekorda. Kirjalik töö ei pea sündima mitte üksi koolis, vaid ka kodus.

Kuidas läbi võtta üks-kord-üks tabel arvkuude abil, on näidatud võru õp.seminari aastaraamatus, II anne, 1925: Teel töökoolele.

3) Mõõtmise ehk mahutamise mõiste selgitamine. Mõõtakse välja mõõtmisest tegelikus elus ja konkreetsetest näidetest: meeter mahub 10a pikkusse 4 korda; korvi mahub 20 paari mune; lasti mahub 10 tosinat pliiatsid, krihvleid; 6-et koubist võib ära võtta 2-he kuubi kaupa 3 korda jne.

A r v u m õ õ t a m i n e. Mõõda 3 arvu 2-ga... Mitu korda võib ära võtta 2?... Mitu korda tuleb võtta 2, et saada 8?... Mitu korda mahub 2 arvu 8 sisse?... Mõõda 16 arvu 2-ga! 2 võib 16-st ära võtta 8 korda, ehk 2 mahub 16 sisse 8 korda, sest $16 = 2 \cdot 8$ jne.

K i r j a l i k v o r m: 8 kr.: 2 kr.: 4; 18: 2 = 9 jne.

4) Mõõtmise 3-ga. a) Arvurea arvude lohtamine kahetuks teguriks, milledest korrutatavaks on alati 3. Kui palju on $3 \cdot 2 = 6$ on mitu korda 3? "6 on 2 korda 3". Kui palju on $3 \cdot 4 = 12$ on mitu korda 3? jne. Edasi ütlevad õpilased lihtsalt: 1) järjekorras: 6 on 2 korda 3, 9 on 3 korda 3 jne. II) väljapoole järjekorda: õpet.: "15" õpil.: "5 korda 3". Õpet.: "27", õpil.: "9 korda 3" jne.

b) Mõõtmise (mahutamise). 1-ne samm. Pange 6 tikku (pulka kera arvelaual... Kolmelisi kui palju? "6 tikku on 2 kolmelist ehk 2 korda 3". Mitu korda võib 6 tikust ära võtta 3 t.? Lapsed võtavad 3 kaupa ära ja räägivad selle juures: "Ükskord, kaks korda". Sama tehakse 9, 12, 15 jne. tikuga.

2-ne samm. 6 kuupi: 3 punast ja 3 rohelist. Õpilased: "6 kuupi on 2 korda 3 kuupi; 3 kuupi võib 6-st k. ära võtta 2 korda." Õpet.: "3 kuupi mahub 3 k. sisse 2 korda". Lapsi lastakse korrata õpetaja ütelist mitu korda. Sama tehakse ka 9, 12, 15 jne. kuubiga.

3-samm. Terve rea kordamine näitlikult, aga asju nimetamata: 3 mahub 3-se 1 kord, - 6-se 2 korda jne.

P r o o v i m i n e. Mahutamise ülesanded tehakse mõõtmise ülesanneteks ja ümberpöörduvalt. Võrreldakse mõlemad ülesanded ja kriitilise mõtlemise e äratamiseks tuuakse valesti lahendatud ülesandeid. ($2 \cdot 3 = 4$; $18:3=8$ jne).

c). Harjutus ilma näitlikustamiseta, rea väljapoole rea järjekorras, suuliselt ja kirjalikult. Kirjalik vorm: $6:3=2$, sest $3 \cdot 2=6$; $9:3=3$, sest $3 \cdot 3=9$ jne.

Nõnda tuleb lühitõttada ka kõik teised read. Töö väljub asialdest. Harjutusks kasutada arvtabeleid. (Vaata "Teel töökoolele.")

C. K o r d r i d a d e l a g a m i n e. 1) Kommutatiivse seaduse selgitamine. $2.3 = 3.2$. Näited: 1) 3 õuna a 2 senti on sama palju kui 2 õuna a 3 senti; 2) arvukuju võib vaadata kui 2.3. või kui 3.2. jne.

2) Jagamise mõiste selgitamine. Minnakse välja jagamisest harilikus elus: leiva, õunte, kompvekite jne. jagamisest. Selle peale kutsutakse ette 3 õpilast ja antakse jagada õiglaselt 15 kompvekki (pulka). Esmalt, võib olla, tehakse seda valesti, aga mõne aja pärast leitakse tee õigeks jagamiseks: esmalt igaüks 1 kompvek, siis jälle 1 kompvek jne. kuni kõik on jaotatud. Saadus: kolm osa, igas osas 5. ($5+5+5=15$). Tuvakse veel teisi näiteid ja siis antakse jagamise kirjalik vorm: 12: 3=4. Tuvakse veel juhud, kus jagamine lõpeb jäägiga: $17:3=5$, jääk 2.

3) J a g a m i s r i d a d e l ä b i t õ ö t a m i n e. Näide arvu 3-ga. a) Esmalt korratakse jagamist 2 ja siis seatakse kokku kordida 1.3, 2.3...9.3, 10.3, kasutades kommutatiivset jagamist-2-ja siis-seatakse-keeru-seadust (miks?) - Selle küsimuse vastusoks võrreldu õpetaja tehta 5436 punda. 6 ja 7535 p.:5 raskust arvtabeli ja kordtabeli abil.)

b). Jagamisree leidmine tööabinõudega. Lapsed jagavad 3, 6, 9, 30 pulka (senti) tannetõrusi jne). nagu punktis 2, ja räägivad vas tavalit kui 6 pulka jagada 3 lapse vahel, siis saab igaüks 2 pulka, enk -kol-

mas osa 6-st on 2, ehk veel lühemalt - jagatud 3-ga on 2 ($6:3=2$)

c) K i r j a l i k t õ ö Sama võetagu läbi ilma näitlikustami-seta (mõttetõõ). Kirjutatakse näit. $18:3=6$ ja samal ajal räägitakse: 18 jagatud 3-ga on 6. Järgmise saadust põhjendatakse kordtabeli abil: 18 õuna :3=6, sest 6 õuna .3 =18 õuna. Tõõ seisku asitlesannete lahenda-mises.

4) Jagamine jäägiga. Järjekord: jagamine 2-ga, 3-ga.....10-ga (miks niisuguses järjekorras?)

Näited kirjalikult: $\begin{array}{r} 3:2 \\ 2:2=1 \\ 3:2=1, j.1 \end{array}$ $\begin{array}{r} 20:3 \\ 18:3=6 \\ 20:3=6, j.2 \end{array}$ $\begin{array}{r} 35:4 \\ 32:4=8 \\ 35:4=8, j.3 \end{array}$ Peatamise juu-res lasta korra ta vastav kord-rida!

5) Murrunõisted. Siin võib tarvitusele võtta ka tegelikus elus ettetulevad lihtsamad murrud $\frac{1}{4}, \frac{1}{8}$. Kuidas seda teha, räägime mur-dude käsitlemise juures.

Kahekohaliste arvude liitmine ja lahutamine.

A. A r v u t a m i n e d. 3) a) 76+24. b) 70-43. Esmalt läbi töö-1) a. 62+30, 30+26, b) 87-40. 4) a) 54+27. b) 56-28; 86-79. tada liitmisjuht ja siis lahuta-misjuht. 2) a) 75+24. b) 58-42; 84-54.

B. L ä b i t õ ö t a m i n e. Ettevalmistuseks tuleb korrata tehtud punkt-künnetega ja põhjarvudega.

Ulesanded p.1) all ei tee lastele sugugi raskusi: lapsed taipavad pea, et siin tuleb tegemist ainult künnelistega. a) 62+30; 60+30=90; 62+30=92. b) 87-40; 80-40=40; 87-40=47.

Ulesanded p.2 ja 3 all tuleb lasta lahendada nõnda, et esimene arv jääks lahutamata: 75+24; 75+20=75; 75+24=99. 34-54; 84-50=34; 84-54=30.

Mitte - aga viisil: 76+24=, 70+20=90, 6+4=10; 76+24=100. (miks?) Funkti 3) all eriti tähtsad ulesanded on need, kus arvud täiendavad teine teist kuni 100-ni (miks?)

Punkti 4) all ulesanded lahendada järgmiselt: 54+27; 54+20=74; 74+7=81. Farast -liitmist: 54, 74, 81.

Kirjalikult: $\begin{array}{r} 56-28 \\ 56-28=36 \\ 36-8=28 \\ 36-28=8 \end{array}$ $\begin{array}{r} 58+25 \\ 58+20=78 \\ 78+5=83 \\ 58+25=83 \end{array}$ Kui lapsed kasutavad hõlbusta-vaid lahendamiseviise, siis seda mitte keelata.

Näited: 1) $76-29$; $76-30+1=45$. 2) $48+39$; $48+40-1=87$. jne.

Korrutamise, mõõtmise ja jagamise laiendamine.

- 1) Puht-kümnete korrutamine ja jagamine. a) $20.2, 30, 2...50.2$; $20.3, 30.3$; 20.4 ja 20.5 . b) lahutamine teguriteks, kui üks tegur on antud: $80=X.20$; $100=X.40$ jne. c) $60:2$; $40:2$; $60:3$; $90:3$ jne.
- 2) 12 ja 15 korrutamine põhiarvudega (miks 12 ja 15 eriti?) $12.2, 12.3, 12.8$; 15.2 kuni 15.6 .
- 3) Kahekohaliste arvude korrutamine

14.5	$96:4$
$\underline{10.5=50}$	$\underline{80:4=20}$
$4.5=20$	$16:4=4$
$\underline{14.5=70}$	$\underline{96:4=24}$

Kõigi nende juhtude lahendamine raskusi ei tee.

A r v u r i d a 1- 1000.

A. Puht- sajad.

- 1) Arvurea ülesehitus, liitmine ja lahutamine sünnib samuti, nagu puht-kümnete juures. Tõõabinõudeks on: kroonid, sendid, meeter, senti-meeter, hektoliiter, liiter, arvelaud, tikud jne. Ka kilomeeter=100 m. tuleb lastele selgeks teha. Mõõdud ja rahad peavad alati lastele kättesaadavad olema, mõõdud igatahes - aga alati ka laste silmade ees olema.
- 2) Korrutamine, mõõtmine ja jagamine. Juhud: a) $100.2, 200.3, 300.200$ jne. puhtsade korrut. põhiarvudega või ümberpöörduvalt; b) $400:2$; $800:400$ jne. puhtsade jagamine põhiarvudega (jagatis-puhtsajad) või sajalistega (jagatis-põhiarv.)

Korrutamise ülesannete lahendamine sünnib esmalt liitmis-ülesannete abil: $200+200+200=600$; $200.3=600$; ülesande 3.200 lahendamiseks kasutatakse kommut. seadust. Ülesanne $800:400$ mahutamise peale võib esialgul lahendatud saada lahutamise (võrdsed lahkujad) abil ($800:400=2$, sest $800-400=400$ ja $400-400=0$, kuna aga ülesande $800:4$ (mahutamine) lahendamine tuleb rajada mõttetööle, abiks võttes korrutamisrida. Jagamise juures tuleb ka läbivaadata kaks juhu: $800:4$ ja $800:400$, esimene on kerge näitlakkustada, kuna aga teine nõuab mõttetööd.

Ülesannetes: $300+800:4$, $800-2.300$, $3.400:2$ jne. kuhu on koondatud mitmed tehted, ei ole tarvis sulgusi tarvit. sele võtta. (miks?)

Juure tuleb veel üks mõõt senter = 100 klg.

B. S a j a l i s e d j a k ü m n e l i s e d.

- 1) Ülesehitus. Sajaliste rea täiendamine kümnelistega sünnib samuti, nagu 100-ja piiris kümneliste rea täiendamine põhiarvudega. Vahe on ainult selles, et siin on kümnelised, seal aga-põhiarvud. Ots-tarbekohane on siin alata ka ettevalmistamisega kümnendmurdudele lühendatud kirjutamisvõttega. ($4 \text{ kr. } 54 \text{ senti} = 4,54 \text{ kr.}$, $7 \text{ m } 36 \text{ sm} = 7,36$; $5 \text{ hl. } 8 \text{ l} = 5,08 \text{ hl}$ jne.) Selle üle räägime murdude käsitlese juures.
 - 2) Kümneliste liitmine ja lahutamine: a) $400+30, 940-40$; b) $250+40, 280-50$; c) $440+60, 600-80$; d) $530+90, 760-80$.
 - a. Harjutused on juba ülesehitamise juures läbivõetud.
 - b) Lahenduse juure viivad kaks teed. Minnakse välja 1) kas tehest ühelistega 100-ja piiris: $25+4=29$, $250+40=290$, või 2) tehest kümnelistega 100-ja piiris: $50+40=90$; $250+40=290$; $650+40=690$,
 - c) Ülesannete lahendamine raskusi ei tekita: 1) $40+60=100$ (kui on sendid, siis vahetatakse 100 senti üheks krooniks ümber), $440+60=500$; 2) $100-80=20$; $600-80=520$.
 - d) Ülesanded lahendatakse skeemi järgi: $530+90=530+70+20=600+20=620$
- Kui varemalt ei ole veel tarvitusele võetud kilogramm, kilomeeter ja millimeeter, siis käsitleda on nüüd aeg neid ka käsitleda; pealegi on nad väga kohased eelmiste juhtude konkretiseerimiseks.
- 3) Kümneliste ükskordüks, mõõtmine ja jagamine. I Korrutamine. Korrutamistabeli läbitõõtamine sünnib samas järjekorras ja samuti, nagu põhiarvude juures. Näit. rea $60.1, 60.2...60.10$ ja temaga seotud mõõtmine sünnib järgmiselt. a) Rea $60, 120, ...600$ väljatoomine; b) ükskordühe 6-ga kordamine; c) tuuakse välja rida $60.1, 60.2...60.10$, a'guseks võttes liitmisrida $60, 60+60=120$ jne.

- d) ridade 61,62 jne. ja 60.1,60.2 jne. kõrvuti võrdlemine. e) rakendus;
 f) harjutused, kuhu on koondatud ka liitmine ja lahutamine: $60.8=40$;
 $60.4=70$ jne. h) arvureast 60.1,60.2,...60.10 tuletatakse kordrida
 1.60,2.60,...10.60 kommut. seaduse abil; ka moodustatakse rida 10.6
 20.6....100.6 ja viimasest tuletatakse rida: 6.10,6.20...6.100.

- II. Kõrvaldamine. a) Ettevalmistamine: 1) mitu korda võib 60 (senti)
 lahutada 120-st, 180-st jne. (sõndast) ja
 2) lahutamine $120=60.2$; $180=60.3$; ... $600=60.10$.
 teguriteks: $120=6.20$; $180=6.30$; ... $600=6.100$.
 b) Reade ülesehitamine: $60:6=10$ korda; $120:6=20$ korda; ...
 $600:6=100$ korda; $60:60=1$ kord. $120:60=2$ korda; ... $600:60=10$ korda.
 see raskusi ei tekita.

- III. Jagamine. a) Ettevalmistus: $10.6=60$; $20.6=120$... $100.6=600$.
 b) Jagamine: 1) 60 (senti): $6=10$ (senti) $120:6=20$, ... $600:6=100$;
 2) 60 (senti): $60=1$ (senti), $120:60=2$, ... $600:60=10$. See viimane rida
 on raskem väljatuua, sest jagaja on siin suur; selgitamiseks võib
 kõrvuti võrrelda: $6:6$ ja $60:60$, $12:6$ ja $120:60$ jne.

- IV. Üldine harjutus, kuhu on koondatud kõik tehted.

4) Sajaliste ja kümneliste liitmine ja lahutamine: a) $400+380$,
 $540-300$; b) $620+240$, $830-230$, $680-430$; c) $430+270$, $800-360$; d) $560+$
 470 ja $530-270$. Kui lapsed on põhalikult kätte õppinud puhtkümnete
 ja puhtsajade liitmist ja lahutamist, siis nende ülesannete lahenda-
 mine ei tee mingit raskust: lapsed harjutavad pea enne juure panema
 sajalisel ja pärast kümnelisel. Uuest mõtudest võib juure võtta
 ka tonn = 100 kg. Arvutuse juures on soovitatav kasutada hõlbustavaid
 arvutusjuhte; näit. $190+180=200+200-30$, $480+370=480+20+350$, $720-280=$
 $720-300+20$ jne.

Siin võib ka tarvitusele võtta : $1/3, 1/6, 1/12$.

G. Sajalisel, kümnelisel, ühelisel.

- 1) Üleshitamine. Oma tööabinõude abil lisatakse sajalistele ja kümne-
 listele juure ühelised ja nõnda kujutatakse kolmekohalised arvud:
 $300+58$, $200+9$, $400+56$ jne. Li tule mitte ainult üleshitada arve,
 vaid viimaseid ka lahutada osadeks süsteemipäraselt: $630=600+30$,
 $576=500+70+6$, $427=4$ saj. 2 kümn. ja 7 ühelist jne. Sagedamini tuleb
 ka lasta loendada. Eriti tähtsad harjutused on: missugune arv järg-
 neb 9,99,399,489-le jne.? Missugune arv eelneb 100,980,1000,710 jne?
 Missugune arv on 299 ja 301, 879 ja 891 vahel jne. Loenda arvud 690-st
 kuni 706-ni, 409-st kuni 392-ni jne. Arvude kirjutamine raskusi ei
 tekita. Et arvude kirjutamist ja lugemist huvitavaks teha, võib lapsi
 lasta mängida arvumänge. Selleks loikab iga laps omale 10 pappitükki
 ja iga peale kirjutab isesuguse numbri (1,2..0) Mäng seisab selles,
 et lastakse pappitükkide abil kokku seada ja väljendada arve: pange
 65,- tema ette 3! Lugege! jne. Õpilased võivad siin iseseisvalt töö-
 tada.
- 2) Liitmine. a) Üheliste liitmine: $300+9$, $570+4$, $452+6$, $658+6$,
 6 , $798+5$; b) kümneliste ja üheliste liitmine:
 $300+79$, $450+37$, $736+20$, $482+13$, $756+24$, $540+78$, $756+70$, $489+54$;
 c) harjutused kolmekohaliste arvudega: $487+500$, $600+348$, $700+189$;
 $450+209$, $408+560$, $543+324$, $438+249$; $560+375$, $478+260$, $387+298$.
 a). Kõige raskemad harjutused on, kus ette tuleb sajaliste üleminek:
 $798+5$. Lähtekohaks ülesannete lahendamiseks tehtagu 1-ne sada: $658+6$;
 $8+6$, $58+6$, $668+6$. On soovitatav eriti harjutada ridu: $504+8=512$, seks
 tehtagu 1-ne sada: $658+6$; $8+6$, $58+6$, $658+6$. On soovitatav eriti harjutada
 ridu: $504+8=512$ +8 on 520 +8 on 528 jne. kuni 600-ni.
 b) Hõlpsam tee lahenduse juure sel juhul, kui sajade ülemineku ei
 ole, on ülesannete kaudu 100 piires: 1) $450+37$; $50+37=87$; $450+37=487$.
 Kui aga sajade üleminek on, siis sünnib lahendus järgmiselt: 1) $756+70$;
 $750+70=820$, $756+70=826$ (vaata B, 2); 2) $489+54$; $489+50=539$; $489+54=$
 543 . Et tööd kergendada, siis on tarvis alguses põhjalikult läbi töö-
 tada kahekohaliste arvude liitmist: $56+47$; $78+29$ jne. (seda põhja-
 likult teha ei olnud võimalik 100-ja piires - (miks?) Kui lapsed on
 leidnud lahenduse hõlpsama tee, siis tuleb seda ainult tarvitada:
 $476+97=476+100-3$; $476+87=476+24+63$ jne.
 c) Peast arvutuseks kõlbavad vähesed ülesanded, sest lapsed ei
 jaksa meeles pidada kolmekohalisi arve, ja sellepärast tuleb arvud
 kirjutada tahvlile, või kasutada arvutusraamatut.

3) L a h u t a m i n e. a) Üheliste lahutamine: 500-7, 470-8, 478-5, 474-6, 604-7. b) kahekohaliste arvude lahutamine: 600-76, 670-46, 872-40, 958-46, 576-48, 560-78, 579-80, 634-48. c) kolmekohaliste arvude lahutamine: 786-500, 500-308, 490-204, 560-408, 756-342, 534-316, 860-578, 624-258.

a). Enne kui hakata lahendama ülesannet sajalise üleminekuga (604-7), tuleb korrata iga põhiarvu lahutamist 100-st. Ulesande (604-7) lahendamine pärast seda sünnib järgmiselt: $604-7; 604-4=600; 600-3=597$, tähtis on teha harjutusi ridade peale sajaliste piires: $769-8=761$, 8 on 753 jne. (miks tähtis?)

b) Juhtudel, kus sajaliste üleminekut ei ole, tuleb väljainna ülesannetest 100 piires; $372-40.72-40=32, 372-40=332, 76-48=28, 576-48=528$ jne. Sajaliste üleminekuga ülesannete lahendus taandatakse alguses ülesannetele kümnelistega: $560-78.560-70=490, 490-8=482, 579-80.570-80=490, +9$ on 499. $624-48.624-40=584, -8$ on 576 jne. Hõlbustavaid juhte tuleb võimalikult kasutada: $817-79=817-80+1; 817-79=817-17-62$ jne. Eriti harjutada täiendamist kuni järgmise sajani ja võrrelda arve: $356+X=400; 748+X=800$; Võrdle 400-ga arve 386, 436, 229, 478 jne. c) Vahesed ülesanded kõlbavad peast arvutuseks.

Juure võib võtta nüüd ka murdudest $1/5, 1/10, 1/100$.

4. K o r r u t a m i n e. a) Kahekohaliste arvude korrutamine põhiarvudega: 28.4, 75.8 b) kahekohaliste arvude korrutamine kümnelistega: 29.30, 34.20. c) kolmekohaliste arvude korrutamine põhiarvudega: 204.3, 160.6, 163.5.

a) Nende ülesannetega piiratud arvul tutvunesime juba saja piires; siin aga ülesannete valikus piiritelu ei ole.

Ülesannete lahenduse leiavad õpilased ise, sest nemad on juba tuttavad kümneliste ükskord-ühega.

$\begin{array}{r} 84.6 \\ -80.6=480 \\ 4.6=24 \\ \hline 84.6=504 \end{array}$ ehk $84.6=80.6+4.6=480+24=504$. Hiljemalt sünnib see lühendatud kujul: $84.6=480+24=504$, või veel lühemalt: $84.6 \ 480.24; 504$. Eriti on soovitatav harjutada 12, 15, 24, 25 korrutamist. (miks?).

b) Väikeses üks-kord-ühes tutvunesid juba lapsed põhiarvude korrutamisega 10-ga. Neid leidmisi tuleb nüüd esmalt täiendada kahekohaliste arvude korrutamisega 10-ga. Lapsed taipavad varsti, et korrutamisel 10-ga ühekohalistest saame kümnelised, kümnelistest aga sajalised ja et kirjas tuleb see nähtavale nulli ilmumisega ühelist kohale. On lapsed omandanud korrutamist 10-ga, siis võetakse käsile ka korrutamine 20, 30, -- 90-ga. Lahendusviise on kaks: näit. 38.20 võib lahendada: 1) $38.2=76; 76.10=760$, või 2) $38.10=380, 380.2=760$. Lapsed leiavad varsti, et esimene viis on siiski parem.

c). Lahendamine sünnib järgmiselt: 1) $267.3=600+180+21=780+21=801$. 2) $208.2=400+16=416$ jne. Lapsed armastavad eriti arve kahendada, seda tuleb neile ka sagedamini lubada.

Korrutamise juures kasutatagu ka kõlbustavaid juhte (nad leiaks ise laste poolt): $29.7=30.7-7=203$ jne.

5) M õ õ t m i n e j a j a g a m i n e. a) Kümneliste ükskord-ühes piires olevate arvude jagamine põhiarvudega: 252:3, 254:3 b) Suuremate arvude jagamine põhiarvudega: 678:3, 653:2. c) Jagamine arvudega 12, 15, 24, 25: d) jagamine 10-ga ja puhtkümnestega: 520:10, 620:20, 630:30.

a) Nende ülesannete lahendamine nõuab kindlust jagatava arvu lahutamises kaheks liidetavaks, millest üks kuulub kümnelist ükskord-ühesse. Sellepärast on väga tähtis enne jagamist harjutada õpilasi lahutamises liidetavateks. Näiteks olgu jagamine 7-ga. Esmalt loendame 70, 140, ... 700 ja lahutame liidetavateks arvud nende vahel: $90=70+20, 154=140+14, 435=420+35$ jne. alles selle järel läheme jagamise juure üle.

$\begin{array}{r} 514:7 \\ -514=490+14 \\ 490:7=70 \\ 14:7=2 \\ \hline 514:7=72 \end{array}$ $\begin{array}{r} 289:3 \\ -289=270+19 \\ 270:3=90 \\ 19:3=6 \text{ jääk } 1 \\ \hline 289:3=96 \text{ jääk } 1 \end{array}$ $\begin{array}{r} 769:9 \\ -720:9=80 \\ 49:9=5 \text{ jääk } 5 \\ \hline 769:9=85 \text{ jääk } 5 \end{array}$ Sagedamini on soovitatav lasta proovida korrumise abil.

b) Arvud tulevad esmalt lahutada vastavateks osadeks ja siis alles jagada. $678:3$. " $678=600+60+18; 600:3=200, 60:3=20, 18:3=6$ ja $678:3=226$. Peaasi seisab lahutamise oskuses. Enne jagamist võib lasta jagatist ligikaudselt kindlaks määrata, pärast jagamist - aga proovida.

c) Ulesannete lahendamine ei tee raskusi, sest ükskordüks 12, 15, 24 ja 25 on varem läbi võetud.
 d) Aluseks tuleb teha jagamist 10-ga. Jagamine 10-ga järel tuleb põhjalikult kätte harjutada. (10 õuna maksab 40 senti; üks õun...) Siin tulevad lapsed varsti otsusele: et jagada puhtkümneld 10-ga, on tarvis ainult 0 lõpus ära visata; kui aga arvus on olemas veel ühelised, siis annavad nemad veel jäägi ($70:10=7$; $75:10=7$ jääk 5 jne. Peale seda ettevalmistust jagamine kümnelistega võib nüüd sündida järgmiselt: $560:70=8$; $560:10=56$; $56:7=8$, ehk $560:7=80$; $80:10=8$ (mis on praktilisem?) Jagamine kümnelistega läbi võtta ilma jäägita.

A r v u t u s piiramata arvureas.

E e l m ä r k u s. Arvuvalla täiendamise juures peab õpilane: 1) käsitlema iga arvu süsteemipäraselt (süsteemi printsiip); 2) nägema, et arvud võivad tekkida 1-he juurelisamisega (loendamispriintsiip); 3) tunnetama, et 100-st peale loendame samuti nagu 1-st 1000-ni, ja et mitmekohaliste arvude kirjutamisel 4-st kohast peale hakkavad uuesti korduma ühelised, kümnelised ja sajalisel, kuigi klassi nimi on teine; 4) konkreetsete näidete varal saavutama ligikaudselt kujutlust suurtest hulkadest: sadatuhat, miljon, miljard jne. Tööd piiramatu arvureas (4 klassis) tuleb läbipõimida kümnendmurdude kursusega (kümnendmurdude teine kontsenter.) ja selle juures ka põhjalikult läbi võtta mõõdud, eriti meetrimõõdud. Peale raha-, aja, raskuse-, pikkuse mõõte tuleb siin ka läbivõtta veel pinna- ja ruumimõõdud: aar, hektaar, m² jne. liiter, hektoliiter, m³ jne. Pinda ja ruumi tuleb mõõta esmalt otseselt, ja alles pärast seda kaudselt. Otsese mõõtmise tarvis võivad olla lapsed valmistada ruutmõõdud papist, paberist, ja kantmõõdud savist, kartolist, kaalikast jne. Meie arvude kirjutamisviisiga paralleelselt võib õpilasi nüüd ka tutvustada rooma numbritega ja arvude kirjutamisega nende abil.

A r v u r i d a 1- 10000

- 1) Ulesehitamine: a) ehitatakse üles rida 1000, 2000, 3000... 10000, kasutades selleks meetrimõõte (klm... mm, tonn... klg... gr. jne. b) mis tahes kolmekohalisele arvule (365, 802, 280 jne) lisatakse juure tuhandelised (802, 3802 jne) ja ümberpöörduvalt neljakohaline arv lastakse lahutada süsteemiarvudesse ($5836=5$ tuh., 8 saj., 3 kümn. ja 6 üh.; ehk $4326=4000+300+20+6$); c) harjutatakse arvude lugemises ja kirjutamises, kasutades ka arvumängu. Eriti hoolt tuleb kanda nende arvude lugemise ja kirjutamise eest, mis kirjas vajavad nulle, nagu 8600, 4030, 8009 jne.
- 2) Loendada tuleb tuhandete, siis sajade, kümnete ja ühede kaupa. Selle juures peavad lapsed arvamussele jõudma, et iga tuhat, samuti loendatakse se, nagu esimene tuhat. Eriti tuleb rõhutada loendamist sajade ja tuhandete üleminekul: "Missugune arv järgneb 99, 199, 899, 999, 9999, 5099 jne? missugune - eelneb 2000, 4800, 3060, 5600 jne.
- 3) Katsutakse laste mõistusele kättesaadavaks teha konkreetsete näidete varal hulka "kümmetuhat": a) 1 olgu 1 sent, 10 on? 100 on? 1000 on? 10000 on? b) 1 olgu 1mm; 10000 on? (10m); c) 1 olgu 1kg. 10000 on? (10kg); d) 1 olgu 1klg; 10000 on? (10 tonni; 10 koormat) jne.
4. Tehakse kerged liitmis- ja lahutamisesanded selleks, et seda uut rida lastele lähemale viia: $6000+4000$, $1000+4$; $1000+1$, 10, 100, 1000 jne.

Arvurida 1-10000, arvurida 1-1000000 ja arvurida 1-1000000000.

Read võetakse samuti läbi nagu rida 1-10000. Eriti tuleb selle juures rõhku panna arvude kirjutamise ja lugemise ja suurte arvude selgitamise peale.

A r v u t u s p i i r a m a t u a r v u r e a s.

Piiramatu arvureas sünnib arvutus suuremalt osalt kirjaliku viisi järel, kuna peast arvutuseks ainult vähesed ülesanded külbavad,

1) L i i t m i n e. I. Peast arvutus nimega ja nimeta arvudega. a) Ulesanded puht-sajadega, -tuhandetega jne. Read: $8+7, 80+70, 800+700, 8000+7000, 80000+70000$; vahelduvalt: $800+700, 4+8, 7000+9000, 60+70, 80000+60000$. b) Uleminek 1-st tuhandest teise: $700+400, 580+800, 997+300, 998+9, 980+50, 946+89, 728+490$. c) Kerged harjutused 4-ja kohaliste arvudega: $7000+6000, 8700+7000, 4600+3700, 5680+3700$. d) Read: $920+9, +9, +\dots$ kuni 1010-ni. $3800+40, +40\dots$ kuni 4200-ni; $7000 + 900, +900+$ kuni 16000-ni. e) Kerged ülesanded murdede peale: $1\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}, 5\frac{2}{3}+1\frac{1}{3}, 2\frac{3}{4}+1\frac{1}{4}, 5\frac{1}{4}+3\frac{3}{4}, 4\frac{3}{10}+7\frac{7}{10}, 3\frac{1}{3}+1\frac{1}{3}, 3\frac{3}{4}+1\frac{1}{4}$. a) Arvud Read peale arvutuse oskuse annavad veel põhjalikumad sissevaadet süsteemi.

b). Need harjutused on eriti tähtsad. Lahutusskeem: 1) $700+400, 7+4=11, 700+400=1100$, või $700+300=1000, 1000+100=1100$; 2) $998+9, 998+2=1000; 1000+7=1007$; 3) $946+89=1000, +35=1035$. Üldse need ülesanded ei tee raskust, kui lapsed oskavad arve täiendada kuni 1000-ni. Soovitav on kasutada lahendusholbustusi, näit. $739+199; 730+200-1$.

c) Lahendusskeem: 1) $4600+8700; 4600+8000=12600, +700=13300$. 2) $5680+3700; 5680+3000=8680, +700=9380$ jne.

II. K i r j a l i k a r v u t u s. Esmalt tuleb lapsi viia tunnetusele, et kirjalik arvutusviis vajalik on; vajalikust võib näidata sellega, et antakse peast leida suurte arvude summa, näit. $8943+5768$. Pärast seda antakse kirjalikult liita arve; lapsed liidavad juba rõhtreas, juba püstreas ja varsti tullakse otsusele, et kergem on liita, kui arvud on kirjutatud püstreas üks ühe teise alla. Ka seda, kust liitma peale hakata kõrgemast või madalamast järgust leiavad lapsed peaaegu katsete varal ülesannete järjekord selle juures võib järgmine olla:

a) 6	b) 60	c) 32	d) 15	e) 43	f) 46	Kirjaliku liit-
+3	+ 30	21	+ 23	26	58	mise juures süs-
7	70	13	14	+ 74	+ 67	teemikuid ei tule
2	20	32	46	36	86	nimetada, vaid ainult
18.	180	98	98	179	257	jne. nult numbraid,

näit. e) juures rüügitakse järgmiselt: 3 ja 6 on 9, ja 4 on 13 ja 6 on 19; 19 on 1 kümneline ja 9 ühelist; 9 kirj. tame üheliste alla ja kümneline jääb meele; 4 ja 2 on 6, ja 7 on 13, ja 3 on 16, ja veel 1 meele - on 17. 17 kümnelist on 1 sajal ja 7 kümn.; 7 kirj. tame kümnelist alla ja 1 sajaliste kohale. Esialgul tuleb sageli lasti lasta aruanda kirjaliku liitmise üle. Oskussõnad: liidetav, summa, plus(+) tuleb tarvitusele võtta.

Nimega arvude liitmise, kui arvud on kirjutatud kümnendmurru näol, sünnib esmalt järgmiselt:

1) 36,24 kr.	= 3624 sn.	2) 36,476 klgr = 36476 gr.
9,37 "	= 937 "	9,506 " = 9506 "
45,68 "	= 4568 "	14,008 " = 14008 "
98,42 "	= 9842 "	67,000 " = 67000 "
189,71 kr.	18971 senti.	126,990 " = 126990 gr. ehk 126,990 klgr.

Hiljem mõne aja pärast liidetavate ümbertegemine muutub üleliigseks sest nimega arve kümnendmurru näol võib otsekohe liita.

2) L a h u t a m i n e. I. Peast arvutus nimega ja nimeta arvudega.

a) Ulesanded puht-sajadega, tuhandetega. Read: $15-7, 150-70, 1500-700, 15000-7000, 150000-70000$; vahelduvalt: $1400-800, 14-8, 140000-80000, 16000-7000, 100000-4000, -4000$, jne. kuni 60000-ni. b) Ulesanded 2-st tuhandest 1-sa: $2000-1600, 2000-1060, 2000-400, 2000-1065, 2000-1465, 1600-1000, 1465-700, 1600-850; 1006-8; 1085-90$. c) Kerged harjutused 4 koh. arvudega: $400-800, 7400-4800, 10000-6000, 10000-7800$. d) Read $3000-9, -9, -9$ kuni 2910-ni; $8000-70, -70$ jne kuni 7300-ni. $20000-6000, 20000-$ jne kuni 14000-ni jne. e) Arvutus lihtsate murdedega: $2\frac{2}{3}+1\frac{1}{3}; 3\frac{5}{6}+1\frac{1}{6}; 3\frac{1}{6}+3\frac{1}{6}, 6\frac{7}{10}-4\frac{4}{10}; 1-\frac{1}{2} (1\frac{1}{4}, 1\frac{1}{5}, 1\frac{1}{10})$; $5-\frac{1}{3}; 5-1\frac{1}{3}, 10-1\frac{1}{10}, 7-1\frac{1}{2}$. f) Ulesanded algebr. loomuga. Need harjutused oma lahendamisel viisi poolest lastele raskusi ei tee; näit. 1) $5400-800; 54-8=46$, jär. $5400-800=4600$, ehk $5400-800=5000-400-4600$. Eriti tuleb harjutada ülesandeid b) al. Lahendada holbustavaid juhte 1) $200-1600; 1600$ -st kuni 2000 on 400 ; 2) $1600-350; 850$ -st kuni 10000 ni $=150$, kuni 1600 veel 600 , kokku 750 jne.

II Kirjalik arvutus. Samuti nagu liitmise juures leiavad lapsed, et et kõige parem on lahutada, kui arved kirjutada üks-ühe-teise alla ja selle juures - Ühelised üheliste, kümnelised künneliste alla jne. Ka leiavad lapsed ise, kust parem hakata lahutama: alamt wõi kõrge-
mast järgust. Ulesanded oma raskuse poolest wõib järjestada järgmiselt:

a) - 897 b) .10 c) .10 d) .10 e) .1010 Neljas viimases Ulesandes tuleb lahutamise juures üks s'isteem'lik lahutada jagamise madalama j'rgu s'isteem'liku-

tesse, kuna Ulesanne a) all seda ei n'ua. Vaatame, kuidas lahendada Ulesanne c) : " Kahetsa neljast ei saa ära wõtta; wõtame 7-st ühe künnelise; 1 künn. on 10 üh. (punkt panna 7-me peale ja 4 peale kirjutada 10); 10 üh. ja 4 üh. on 14. 14-st ära 8 on 6 üh. (6 üh. kirjutame üheliste alla) 6-st 38 ra on 3 künn.; 9-st ära 5 on 4 saj." Kui 974 all wõis ta 9 kr., 7 künnesendilist ja 4 senti, samuti 538 all - 5 kr., 3 künnesend. ja 8 senti (ehk tegeli wõit wõtta wastawad rahad), siis künnelise ühelistesse lahutamise asemel wõib künnesandiline wahetada sentideks ja asi n'ib lapsele palju kergem. Alguses on soovitaw ühiku lahutamise juures madalama j'rgu ühikutesse numbri peale panna punkt ja 10, hiljem wõiwad aga nad ära jätta. Tähtis on lahendust sagedamini proowida (miks?) liitmise abil.

Nimega arwude lahutamine, kui arwad on kirjutatud künnendaurru n'ol, s'nnib esmalt:

46,35 kr. = 4635 senti Hiljem lihtsalt: 39,45 m.
28,46 " = 2846 " 26,76 " T'riti soovitaw on ka
17,89 kr. = 1789 senti 12,69 m. lastega liibi wõtta lah-

ehk 17,89 kr.

lahutamist austria-wõi t'lendus-meetodi j' rele. Kirjaliku lahenduse juures on aeg lapsi tutvustada nimelega: lahutataw, lahkuja, wahe, miinus (-).

3) Korrutamise. Üine Ulewaade I) Korrutamine p'hiarwudega : a) 600.4, 4000.9; b) 560.7; c) 9.6, 90.6, 900.6, 9000.6, 90000.6 jne; d) 263.8, 7860.8, 46379.8. II) Korrutamine s'isteem'likutega: 879.10, 46.27 kr. 100 jne. III) Korrutamine künneliste, sajalistega jne: 736.40; 26,37 kr. 600. IV) Korrutamine k'he- ja mit' ekoheliste arwudega, 563.24, 7326.345 jne. V) Arvutus lurdudega: 1/3 .2, 1/5.2, 1/4.3; 3/4.8, 1/4 kr. 8 jne.

I Korrutamise p'hiarwudega II Peastarvutus. a) 8000.4 = 32 saj. ehk 3 t'ü. ja 2 saj. selle punkti alla w'iwad Ulesanded k'lbawad k'ik' peast - arvutuseks. b) 940.8 = 7200 + 320 = 7520. Arvutus alati s'indigu l'ühidat teel. c) 4.8; 40.8; 400.8 jne on tarwis p'hijalikult k'itte õppida. d) Selles punktis peast lahendada on w'imali ainult kergemad Ulesanded: 113.3; 252.4 jne.

B. Kirjalik arvutus. Kõige pealt tuleb tutvustada nimelega: korrutatataw, korrutaja, korrutis, tegur. Korrutamisel peaks olgu punkt (miks punkt parem on kui rist?). On w'imali 3 kirjutamisewormi: korrutaja korrutatatawa 1) ees, 2) taga, 3) all. Ühe neist walida õpetaja ja j'ärgu tema juure. Wane-mates klassides tuleb siiski õpilasi w'lisest wormist ära harjutada. Kust korrutamist peale hakata - k'rgemast wõi madalamast järgust-, leiab õpilane ise wastawate Ulesannete lahendamise abil:

1) 312.3 2) 146.8 3) 306.7 4) 2049.7 jne. R'ähkida tuleb õpilasel n'it. 936 1168 2142 14343 Ulesande 2) juures järgmiselt: "6 korda 8 üh. = 48 üh. = 4 künn. + 8 üh.; 8 üh. kirjutame ja 4 künn. j'ätab meele. 8 korda 4 künn. = 32 künn., + 4 künn. = 36 künn. = 3 saj. + 6 künn.; 6 künn. kirjutame ja 3 saj. j'ätab meele jne." Hiljem laseme õpilast l'he-malt r'ähkida; " 6 korda 8 üh. = 48 üh. = 8 üh. 4 künn.; 8 korda 4 künn. = 32 künn., + 4 künn. = 36 künn., ehk 6 künn. ja 3 saj. jne." L'õplik l'ühidane r'ähkimiswiis on; " 8 korda 6 = 48 üh.; 8 korda 4 = 32 künn. + 4 = 36 künn.; 8 korda 1 jne.

Nimega arwude korrutamise, kui arwad on antud künnendaurru n'ol, s'nnib esmalt järgmiselt:

36,45 kr. 6 = 3645 senti Hiljem s'nnib see ilma 26,64 m. 6
218,70 senti arwude l'ibert'irjutamiseta: 159,84 m.
ehk 218,70 kr.

II. Korrutamine süsteemühikutega. Siin ei tarvitata iseesugust kirjalikku viisi, sest ülesanded kuuluvad peast-ülesannete hulka. Korrutamise 10-ga on õpilastel juba varem teada: et korrutada 10-ga, on tarvis ainult 0 juure lisada. Siin võib aga veel siwendamist ette võtta, nimelt lasta õpilasi harutada, kuidas muutuvad korrutamisel 10-ga korrutatava järgud. Olgu antud: $476.10 = 4760$. $476 = 4 \text{ s.} + 7 \text{ k.} + 6 \text{ sh.}$; $4760 = 4 \text{ t.} + 7 \text{ s.} + 6 \text{ kmn.}$ Järke võrreldes leiavad lapsed ise sideme järkude vahel. Ülesanne 579.100 tuleb taandada korrutamisele 10-ga: $579.100 = 579.10.10$; $579.10 = 5790$, $5790.10 = 57900$. Saadus: et korrutada 100, on tarvis ainult juure lisada 2 nulli. Samuti läheme edasi: $426.1000 = 426.100.10$ ehk $426.10.10.10$ jne.

Kui nimega arvud on kirjutatud kümendaurra niol, näit. 52,46 kr.10, siis korrutamise selgitus võib sündida kahel viisil: 1) võib kroonid teha esialt sentideks, korrutada 10-ga ja saadus teha jälle kroonideks ($52,46 \text{ kr.10} = 5246 \text{ senti. 10} = 52460 \text{ senti} = 524,60 \text{ kr.}$); 2) võib otsekõhe laste tähelepanu sellele asjaolule, et korrutamisel 10-ga iga järk tõuseb ühe võrra, see tähendab, et koma läheb paremale poole ühe võrra. See viimane tee on lihtsam jäteda tuleb eelistada. Samuti tuleb teha ka korrutamisel 100, 1000-ga jne. Näriwad tähelepanu ülesanded 24 sn.1000 = 24 sn.100.10; 5,37 kr.10000 = 5,37 kr.100.100; 4 senti. 100 = 4 kr.; 5 gr.1000 = 5 kr. jne.

III. Korrutamine puht-kümnemetega, sadadega, tuhandetega jne. Korrutamise arvudega 40, 500, 6000 jne. on lihtne, sest neid arve võib lahutada kaheks teguri ja nimelt: $40 = 4.10$, $500 = 5.100$, $6000 = 6.1000$ jne. Korrutamine nende arvudega järel taandatakse korrutamisele põhiarvuga ja süsteemühikutega. Peast-korrutamisel on praktilisem (üks) järjekord: korrutamine põhiarvuga, siis süsteemühikutega. 16 senti. $40 = 1,60 \text{ kr}$ $4 = 6,40 \text{ kr.}$, ehk 16 senti $40 = 64 \text{ senti}$ $10 = 6,40 \text{ kr.}$

Kirjalikult: 1) 469.50 2) 870.8000 3) $24,39 \text{ kr.} = 2439 \text{ sn.40}$;
 $\underline{23450}$ $\underline{6960000}$ $\underline{97560 \text{ sn.}}$

ehk $975,60 \text{ kr.}$

3e) $24,39 \text{ kr.} = 243,90 \text{ k.4}$ 4a) $36,48 \text{ m.} = 5000 = 364800.5000$;
 $\underline{975,60 \text{ kr.}}$ $\underline{18240000 \text{ sn.}}$

(lihtsam ja parem)

Ülesande 1) juures räägime: "Esialt 4b) $36,48 \text{ m.5000} = 3648 \text{ m.50}$ korrutame 5-ga. $9.5 = 45 = 5 \text{ sh.} + 4 \text{ kmn.}$ Saadus: 2345. Näid. korrutame veel 10-ga; (lihtsam ja parem) selleks lisame 0 juure. Saadus: 23450."

IV. Korrutamine mitmekohaliste arvudega. Peast arvutusel on kõlbunud vähesed ülesanded, ja nist suurem osa tuleb lahendada hõlbustava arvutuse abil. Näited: 1) $36.5 = 36.10:2 = 36:2.10$; $124.25 = 124.100:4 = 124.4.100$, sarnaselt korrutatakse ka arvudega 75, 125, 250, 500, 750. 2) $125.12 = 125.4.3$; analoogiliselt korrutaja lahutamisea teguriteks sünnib korrutamine arvudega 15, 16, 18, 24, 28, 32 jne. 3) $315.9 = 315.10 - 315$; analoogiliselt sünnib korrutamine arvudega 19, 21, 99, 999, 24, 26, 49, 51, 74, 76 jne.

Kriti tuleb harjutada: 10.10 ; 10.100 ; 100.100 ; 100.1000 ; 1000.1000 ; 10.10000 jne. (üks)

Kirjalik arvutus. Alatakse korrutamisest kahekohaliste arvudega.

1) 26.33 hiljem 26.33 2) 568.47 Ülesande 1) juures räägime: 78 nullita. 78 3975. Seil on tarvis korrutada 33-ga. $\underline{780}$ $\underline{78}$ $\underline{2272}$ $33 = 30 + 3$. Tuleb korrutada kahes osas: 26.3 ja 26.30.

$26.3 = 78$; $26.30 = 780$. Korrut: 858. Hiljem osakorrutises (kümnelis-tega) jätame 0 üheliste kohale kirjutamata. Ülesandes 2) tuleb õpilasel rääkida järjekordiselt: ülesande lahutan kahte ossa: 568.7 ja 568.40. Kui mõlemad osakorrutised on leitud, siis võib öelda: "Näid liid: 3975 ja 22720 . Kui summa on leitud, kirjutatakse, siis teeb õpilane otuse: 568.7 on 3975 ja 568.40 on 22720 , 568.47 on 26696 . Korrutamisel 40-ga ei tule mitte rääkida: 4 kmn. korda 3 sh., 4 kmn. korda 3 kmn. ja 4 kmn. korda 5 sn. vaid rääkida tuleb järjekordiselt: kui korrutada 4 kümnelisega (40) saame kümnelised; 4 korda 3 = 12; 2 korda 3 (40 korda 10), 3 korda 4; 4 korda 6 = 24, 3 = 27 jne. Juurest loolt tuleb kanda nende arvude korrutamise eest, mille kirjalikus lahenduses on nullid: 5680.27 ; 76000.36 ; 368.32 ; 618.78 ; 796.5009 jne.

Kui ninega arvud on kirjutatud kümnenarvu abil, siis korrutamine
sünnib järgiselt:

$$\begin{array}{r} 36,47 \text{ kr.} \cdot 34 = 3647 \text{ senti} \cdot 34 \quad \text{hiljem: } 36,47 \text{ kr.} \cdot 34 \\ \underline{14588} \quad \underline{14588} \\ 10941 \quad 10941 \\ \hline 123998 \text{ senti ehk } 1239,98 \text{ kr.} \quad 1239,98 \text{ kr.} \end{array}$$

Soovitatav on vanemates klassides korrutamist alata mitte ainult korruta-
ja alama järele, vaid ka kergema järele: $362.43 \cdot 34$ hiljem: 362.43

$$\begin{array}{r} 14480 \quad 1448 \\ \underline{1086} \quad \underline{1086} \\ \hline 15566 \quad 15566 \end{array}$$

Näisugusel viisil tuleb korrutada ligikaudse arvutuse juures.

4. Jagamine ja mõistmine. Aine ülevaade. I Jagamine põhiarvudega: a) 1800:
6, 64000:8; b) 4560:3; 4590:9; c) 42:7, 420:7, 4200:7 jne; d) 12395:5, 43561:9. II
43561:9. III ürdarvutus: a) 1 kr - 1/2 kr. (1/4 kr. 3/4 kr. 1/3 kr. 3/5 kr.
4/5 kr. 1/10 kr. 7/10 kr.); b) Kui palju on pool 2-st? 2/5-st? 3-st? 8/10-st
jne. Kui palju on kolmas osa 9-st? 9/10-st? 6/8-st jne.; kui palju on arvu-
de 2/3, 2/4, 2/5 kaheteistkümnene-kordne? c) 1 1/5.3 = 1.3 + 1/5.3 =
3 + 3/5 = 3 3/5; 1 1/5 (3 1/12, 3 3/100, 7 7/100) = 7; d) 5 5/10 : 5,
8 2/3 : 2, 6 3/4 : 3. III Jagamine siseteevõimustega 960:10, 496:100 jne.
IV. Jagamine puht-kümnetega, sadaadega jne. 5640:30, 78956:800. V. Jagamine
khe- ja mitmekohalise jagajaga.

1. Jagamine ja mõistmine põhiarvudega. Peastarvutus. a) 5600:3; 56 saj.:
8 = 7 s. ehk 700 : 81000 : 9; 81 t.: 9 = 9 t. ehk 9000 jne. b) 2580:6; 2580
2400:6 = 400, 180:6 = 30, 2580 : 6 = 430. 1/7 arvust 4830; 1/3 arvust 4200
3 600, 1/7 arvust 630 = 90, 1/7 arvust 4830 = 690 jne. c) Need ülesanded
(42:7, 420:7 jne) on väga tarvilikud jagamise süvendamiseks. d) Siin tu-
leb anda kerged ülesanded: 1212:4; 7014:7, 1592:8 = 1600:8 - 8:8 = 200-1 =
199 jne.

Ninega arvud jagamise juures on jagaja alati nineta arv, kuna aga mahu-
tamise juures on jagatav ja jagaja ühe-ja sama ninega arvud, jagatis
aga - nineta arv. Ühted peastarvutuseks: 1) pool 1,60 kr-st; 3,60 kr-st
1/3; 5,60 hl-st 1/7 jne. 2) 1,68 kr-st 1/2, 2,58 kr-st 1/3 jne. 3) 5 kr-st
1/2; 4 -st (5,7,8 -st) 1/3; 3,81 kr-st 1/3; 3 kr. 1/3 = 1 kr.; 81 sen-
dist 1/3 = 20 + 7 = 27 sn. jne. 4) 720 kr.: 8 kr. = 90 korda jne. Lapsed ise
leivad nende ülesannete lahenduse.

Kirjalik arvutus. Kolme pealt tuleb anda nimeid: jagatav, jagaja, jagatis.
Jagamise märke on kaks: :) Jagamise selgituseks tuleb vilja minna
peast arvutusest. Abijärg, mille jagamise juures tuleb jagama hakata. Kerge
mast järele, leiavad lapsed ise, kui neil anda lahendada ülesanded nagu:
74:2, 78:3, 196:7 jne. s.t. " " " " " "

1) 684 : 2 = 342 2) 973 : 2 = 489. 3) 409 : 4 = 102 4) 576 : 9 = 64 5) 792 : 6 = 132.

$$\begin{array}{r} 6s. \quad 8s. \quad 40 \quad 54s. \\ \underline{8} \quad \underline{17} \quad \underline{09} \quad \underline{36} \\ 8 \quad 16 \quad 8 \quad 36 \\ \hline 4 \text{ th.} \quad 18 \text{ " } \quad 1.1 \quad 36 \text{ " } \\ 4 \text{ " } \quad 18 \text{ " } \end{array}$$

Õpetajast õpilastele on näha, missuguses järjekorras ja kuidas tuleb
lahendada ülesandeid. Esialgu on tarvilik üks asjalikult kirju-
tada ja järele kirjutada, hiljemalt aga tuleb õppida lühemalt teha,
nagu 5-s ülesandes (1812 on kirjutatud jagatava peale)
vaatame, kuidas jagada suuremaid arve.

ts'ru.
25256:7 = 3608 Hiljem: 25256:7 Kirjalik lahendus. Esialgu vaatame, mitu
21t. = 3608 Koht on jagatises. Üsimene osajaga-
42 s. = 3608 ine 25 t : 7 annab 3t-6; järele
42 " jagatises on 4 kohta. 25 t.: 7 = 3t; 3t - 7 = 21 t., järele
5s. 40s.; toome "levalt alla veel 2 s; 42s.:7 = 6s.; 6s.7 = 42 s.;
36s. toome alla 5 s.; 5s.:7 = 0s.; 5s. = 50 " ; toome seie juure veel
56s. "levalt 7 " ; 56s.:7 = 8s.; 8s.7 = 56s. Hiljem, kui õpilased on õ-
rie vilunud jagamisega, peab jagamine süvendama, näha, kuidas lahendada
ühtel.

Ninega arvude jagamine. 6,68 kr.:7=768 senti :7=124 sn.=1,24kr. jne
aja p'är st. 668 spilane et 668 jagada ka arvude ümberarvutamise, n'iteks:

59,71 kr.:7=8,53kr. Rääkimiswiis: 59 kr.:7 on 8kr, j.3 kr.3 kr=30kümne-
 56 sen-st, ülewalt veel alla 7 kümnesen-st. It sentidega
 37 on nüüd teginist, siis 8 järele paneme koma. 37 kümne-
 35 send:7=5 kümnesend., j.2 kümnesend.= 20 senti; toon
 21 veel alla 1 sn; 21 s:7=3 senti. 59,71 kr.:7=8,53 kr.

21 Tehete selgitamiseks on wäga kasulik ka wõte, kus ülesanne
 saab pakutud walesti lahendatud kujul. Olgu näit. ülesanne: Ülestõusmise
 püh. oli tarwis 48 muna jagada 8 inimese wahel. Anni lahendas ülesanne
 järgmiselt: $48:6 = 17$ Nüüd proowis Anni ülesannet: 1) korrutamise abil.

$$\begin{array}{r} 6 \\ 42 \\ 42 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17,6 \\ 42 \\ 6 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{l} (6,7=42 \text{ ja } 1,6=6). \\ 2) \text{ liitmise abil: } 17+17+17 + 17 + 17+17=49 \\ (7+7+....+7=42; 1+1+...+1= 6), 42+6=48). \end{array}$$

II. Murdude käsitlesest räägime hiljem.

III. Jagamine süsteemühikutega. Siin isesugust kirjali u wiisi ei ole.
 Algul wõtame arwud, mis jagunewad: 4520:10; 5600:100 jne. Warsti näewad
 lapsed, et jagada 10, 100 jne. on tarwis jagatawas ainult 1, 2 jne nulli ta-
 gant ära wisata. Selgitada wõib seda jagamist järkude wõrdlemisega:
 $5600:100=5000:100=50$; $500:100=5$; $5600:100=56$. Järgmine samm on jagamine
 jäägiga: $3450:100=34$ j.50; $3925:10=392$ j.5. Nüüd arwude jagamine sün-
 nib järgmiselt: 1) esmalt 8 kr.:10=800 sn:10=80 sn.=0,80 kr. $8640:10=$
 $86400 \text{ cm}:10=8640 \text{ cm}=86,40 \text{ m}$. 2) Hiljem: $864 \text{ m}:10=86,40 \text{ m}$; $26,500 \text{ kg}:10,$
 $2,650 \text{ kg}$. Hääd materjali pakub plaanide ja kaardide walmistamine koduloos
 ja arwutus plaanide ja kaartide järele.

IV. Jagamine puht-kümnetega, sadadega jne. Jagamine wõib kahte wiisi sün-
 dida: 1) esmalt jagada süsteemühikutega, siis põhjarwuga; 2) esmalt jagada
 põhjarwuga, siis süsteemühikutega. Lapsed leiawad ise, mis praktilisem on
 (esimene wiis) Näited: 1) $360:20=36:2=18$. 2) $9,20 \text{ hl}:40=920 \text{ b}:40=92:4=23$.
 3) $3500:500=35:5=7$. 4) $3850 \text{ kr}:500=38,50 \text{ kr}:5=7,30 \text{ kr}$. 5) $56000:7000=56:7=$
 8 6) $625 \text{ km}:5000=625 \text{ m}:5=125 \text{ m}$. Kirjalikult: 1) $268400:400$ 2) $48625 \text{ kr}:50$
 $2684:4 = 671$ $4862,5 \text{ s}:5=972,50 \text{ k}$.

$$\begin{array}{r} 3) 45834 \text{ m}:300 \\ 458,34 \text{ m}:3=152,78 \text{ m} \end{array} \quad \begin{array}{r} 4) 5763 \text{ kg}:3000 \\ 5,763 \text{ kg}:3=1,921 \text{ kg} \end{array}$$

V. Jagamine üheme kohaliste arwudega. Teastarwutuseks kõlbawad wähesed
 ülesanded, mis suuremalt osalt lahendatakse hõlbustawa arwutuse abil:
 1) $260:5=(260:10) \cdot 2=26 \cdot 2=52$. 2) $6200:50=(6200:100) \cdot 2=62 \cdot 2=124$. 3) $850:25=81/2$
 $\cdot 4=34$. 4) $900:75=900:25:3=36:3=12$. 5) $540:12=540:6:2=45$. Samuti tuleb teha
 jagamisel arwudega: 15, 16, 18, 24, 36, 45, 48 jne.

Kirjalik arwutus. Nüüd on aeg algusest peale harjutada lühidases rääki-
 mises (arwu järkude nimetamine jääb wälja) wälja läheme jagamisest kahe-
 koh. arwudega ja wiimasest wõtame esialgu puht-kümned: 20, 30...90.

9478:20=473 Rääkimiswiis. Kõige pealt katsumä leida, mitu kohta on jaga-
 80 tises. 9:20 ei anna tuh-d; esimene osajagamine on 94s:20 ja
 147 annab saj-d. Jagatis tähendab on kolmekohaline. $94:20=4$; $20 \cdot 4=$
 140 80, j.14. Toome alla 7; $147:20=7$; $20 \cdot 7=140$, j.7. Toome alla 8;
 78 $78:20=3$; $20 \cdot 3=60$, j.18.

60 Kui lapsed on liisuguseid ülesandeid mõni aeg lahendanud, siis
 j.18 harjuwad nad neid jagama kui ühekohalise jagajaga. Ka teatud wilu-
 muse juures hakkawad õpilased ka 11, 12, 15, ja 25 peale waatama kui ühe-
 kohaliste jagajate peale.

Kui minna nüüd jagamisele teiste kahekoh. arwudega (36, 47 jne), siis tuleb
 õpilasel kõige pealt selgusele jõuda järgmiste punktide kohta: a) millest
 on näha, et osajagamisel on saaduses leitud õige arw; b) millest on näha, et
 osajagamisel wõetud arw on liiga suur või liiga väike; c) kuidas ligikaud-
 se hindamisega (proovimine) ennast kaitsta wigade eest. Need punktid tu-
 leb selgeks teha õpilastele wastawate ülesannete abil: $308:42$; 42 on 40
 lähedal. Kui jagada 40-ga, saame 7; $42 \cdot 7=294$, j.14. Samuti teeme jagaja 43
 juures. 44 -le jaguneb arw 308. Kui wõtta jagajaks 45, siis arw 7 on liiga
 palju, sest $45 \cdot 7=315$; arw 5 aga on liiga vähe, sest jääk ($45 \cdot 5=225$, $308-225=$
 83) on suurem kui jagaja.

Kui jagajal on üheliste järgus 9, 8 või 7, siis proovimiseks unardamist
 tuleb teha ülespoole: $218:38$; $218:40 (=22:4)=5$.

a) $684594:73=9378$. b) $64538:79=816$ a) Proovime: $684:70(68:7)$, siis $275:70$
 $\begin{array}{r} 657 \\ 275 \\ 219 \\ 569 \\ 511 \\ 584 \\ 584 \end{array}$ $\begin{array}{r} 632 \\ 133 \\ 79 \\ 548 \\ 474 \\ j.74 \end{array}$ (27:7) jne b) Siin proovime: $645:80$ wõi
 $64:8$, siis $13:8$ jne. Kolmekohalise jagaja-
na walime esmalt arwu, kus on 2 wäärtusega
numbrit; näit. 506, 700 jne. Kui jagajas kõik
3 on wäärtusega numbrid, siis liardamine
ripub ära arwu ümmeliste numbrist: 327
juures proovime 300-ga (3-ga), 382 juures

aga -400-ga wõi 4-ga. Jagajate nagu 248, 348 jne proovimine 2-ga (3-ga)
wiib sagedasti wale otsusele, sellepärast on siin parem proovida 25-ga
(35-ga).

Jagamist juhul, kui jagatawas ja jagajas on nullid lõpus, wõib lihtsustada:

a) $68400:570$ b) $59900:4800$ a) Jagame esmalt 10-ga, siis 57. b) Jagame
 $\begin{array}{r} 6840:57=12 \\ 114 \\ 0 \end{array}$ $\begin{array}{r} 599:48=12 \\ 119 \\ j.23 \end{array}$ esmalt 100-ga, siis 48-ga; siin eriti tuleb
laste tähelepanu juhtida järgi peale.
Eriti tuleb silmaspidada niisuguste arwude

jagamist, kus nullid on keskel; näit.: $600600:75$.

Arwutus nimega arwudega:

a) $1327,05m:9,86m=132705:986=135$ korda. b) $367,50m:15=36750m:15=2450m=24,$

$\begin{array}{r} 983 \\ 3440 \\ 2949 \\ 4915 \\ 4915 \end{array}$

Wiljem see ülesanne tehakse ilma arwude
ümberkirjutamiseta.

Arwutus nimega arwudega ja nende koht matemaatika õpetuses.
Arwutus nimega arwudega peab algama esimesest klassist peale ja peab
ka wanemates klassis olema esimesel kohal. Esimeses klassis õpilasel
üldse ei ole veel arwu mõistet; waid ainult kujutlused asjade hulgast,
ja kuigi esimeses klassis arwutuses tarwitatakse nimedeta arwe, siiski
alati seob neid laps mõttes asjadega. Praegusel ajal ei ole kuidagi ka
enam lubataw luua mitme nimega arwudest eri kursust, nagu see oli mõni
aeg tagasi. Mitme nimega arwud ja tehted nendega tuleb pöörida üldarwu-
tesse. Ka mitme nimega arwe, mis koosnewad rohkem kui 2-st liikmest, pea-
aegu ei tulegi harilikus elus tarwidusele wõtta. Wanematel aegadel loodi
kunstlikult ülesandeid, kus mitmenimega arwud tuliwad ette 5-e, 6-e ja
rohkem liikmetega. Ühel ajal nimega arwudega tuleb käsitleda ka wasta-
waid mõtte. Mõtudest wõiks käsitlemisele tulla esimesel õppeaastal kroon,
sent, liiter, kilogramm, nael, meeter, sentimeeter, küünar, päew; teisel aas-
tal: kilomeeter, pund, tuud, nädal, kuu, jalg, kolmandas seltsiks neile: kilo-
meeter, kui 1000 meetrit (gramm) kilogramm kui 1000 grammi, toll, s'uld,
minut, aasta, ruutmöödud, neljandal: millimeeter, kantmöödud, aar ja hektaar,
wakamaa, tiin mille gramm, sekund, tonn. Eriti põhjalikult tuleb käsitleda
meetrimöödustik, sest lähemas tulewikus wõetakse ta neil täiel määral
tarwitusele.

Murrud ja kümnendmurrud, nende koht arwutuses ja meetodiline
läbitõõtamine.

Harilikud murrud. Aine ülewade. 1) Murru mõiste. 2) Uuendamine: a) terveid
arwe murrudesse, b) murde terwetesse, ja c) murde murrudesse. 3) Murrude liit-
mine, lahutamine, korrutamine ja jagamine.

Selle õppeaine läbitõõtamine ei sünni enam teatud õppeaastal süsteema-
tilise erikursusena, nagu warematel aegadel. Mõüdsel ajal murrude käsit-
lus peab läbi pöörida terve arwutuskursuse. Murrude käsitlus ise peab
sündima wastawalt lapse arenemisastmele ja eluüüetele. Murrude läbitõõ-
tamine wõib ise sündida järjekorras: 1) 2-si õppeaastal murru-mõiste otte-
walmistamine: pool, weerand, kaheksandik. 2) 3-1 õppeaastal - tutvunemine
murrudega: $1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/3, 1/6, 1/12, 1/15$; nende murrude kirjutamine
ja suuruste wõrdlemine; osa leidmine terwest ja terve leidmine osa abil;
samanimeliste murrude liitmine ja lahutamine. 3) 4-1 õppeaastal: a) tulewad
juure $1/10, 1/100$; b) murrude lihendamine ja laiendamine, nende awaldamine
samanimelistes osades ja nende liitmine ja lahutamine; c) murrude korruta-
mine ja jagamine täisarwuga. 4) 5-1 õppeaastal: a) kõik tehted murrudega;
b) murrude wäljendamine kümnendmurrudes.

Murru mõiste selgitamine. 1) Murrumõistet tuleb anda esmalt jagamismõis-
na. Asjade (õunte, tikkude, pulgakeste, paberi, konvekkide jne) jaotamisel
tuleb lastel selgelt wahet teha jagatawate asjade ja jagajate wahel; Jga
jagaja peale tuleb ühepalju asju. Sagedasti on wõimalik jagada, sagedasti
jääb aga ka ülejääk.

Jagamisel näit. 12:4 - tuleb õpilasel meele kindlustada jagamisõuet kolmel viisil: "12 jagatud 4-ga" (kirjas - 12:4=3), ehk "4-s osa 12-st" (kirjas: neljas osa 12-st=3, ehk 4-s osa 12-st=3), ehk viimaks "üks neljandik 12-st" (kirjas esmalt: "üks neljandik 12-st=3, hiljem - "1/4 arvust 12=3") murrumõiste jagamismõistena rakendatakse nüüd: a) nimega arvudele: 1/2 kr - 1 kr=100 sn, 1/2 kr=50 sn, 1/2, 1/4, 3/4 tesinat. 2 1/2, 2 1/4, 3 1/2 r meetrit jne. b) Nimeta arvudele: 1/4 arvust 24 = 24:4=6. 3/8 arvust 48. 1/8 arvust 48=6; 3/8 arvust 48=24. 1/4 arvust 37 = 37:4=9 jääk 1. c) arvuridade moodustamiseks: 1/2 arvust 1468, 734, 367..., 1/3 arvust 1296, 432 144, 16 jne.

Kirjas murrumõistet väljendatakse järgmiselt: 25:5 ehk 25/5. Jagamismärgiks on siin tehtud kriips - märk, mis peab meele tuletama ka asjade lõiget, jagamist, jaotamist. Oluline on, et lapsed teaksid, kus on ära tähendatud jaotavate asjade hulk ja kus jagate hulk. Sugugi aga ei ole tähtis esialgul tutvustada lapsi nimetustega: lugeja, nimetaja, liigmurd jne.

2) Murru mõiste tokkimine täisühelise jagamisest võrdsetesse osadesse. a) Tegelikult jagatakse õune, murtakse tükkideks pülke, murtakse kokku paberipoogen jne. Oluline on, et jagamine tõesti läbi viiakse. Lapsed näevad selle juures: 1) et on olemas "suured" ja "väikesed" pooled, weerandid kolmandikud jne., - 2) et võrdsed on pooled, kolmandikud, neljandikud jne. ainult siis, kui nad on ühe ja sama täisühelise, või võrdsete täisüheliste osad, 3) et jagamist ei ole alati võimalik noaga, käaridega jne. nõuda hästi läbi viia, nagu see peaks sündima, kõige täpsemalt sünnib jaotus paberipoogna kokkumurdumisel või meetermöödu abil. b) Jagatakse arve. Jagamine sünnib mõttes ja on alati võimalik. Kõik osad - pooled, kolmandikud, neljandikud jne. - on siin alati võrdsed. Näitlikkustamiseks kasutatakse joonlõike, püstkülikuid, ringe jne. c) Käsitlus, -täiendus ja uuendamisharjutused. Jgas terwes on 2/2, 3/3, 4/4 jne. Palju puudub terwest, kui võtta 3/4, 1/4, 2/5 jne. Mitu poolt, kolmandiku jne on 3, 4, 5 ... terwes. Uuendada terweteks 2/3, 4/4, 8/4, 50/10 jne. Näitlikult selgitada, et 2 1/2 on 4/2 ja 1/2, et 4 1/3 on 12/3 ja veel 1/3 jne.

3) Murru mõistet võib tuletada ka mitme terwiku jagamisest. 3/4 = 3 osa ühest terwikust, kui viimane jagada 4-ja võrdsesse ossa, aga 3/4 = ka 4-le osale 3-st terwest. (3 kooki üks ühe teise peale panna ja jagada 4-ks võrdses osaks, 1/4 kolmest kookist = 3/4 ühest kookist).

4) Harjutused. a) 1/2 minu rahast on 15 kr., b) 2/3 minu rahast on 10 kr. c) Liisi oli omast rahast välja annud 3/4, üle jäi 80 sn. jne. Piisugused ülesanded on kerge selgitada joonlõikede abil, näit. 15 kr. 1/2 1/2 s.

kogusumma = 30 kr.

Murdarvutuse näitlikustamine. 1) Kõige tähtsamaks näitlikkus - ja tööabinõuks murdarvutuses on nõnda nimetatud "murdlehed". Nende lehtede valmistamiseks võib kasutada vanu kaustikuid, joonistuspoognaid jne. Paber murtakse ehk pannakse kokku ja murdmisjooned tõmmatakse tindiga üle. On soovitatav valmistada "murdlehed" järgmiste murdude tarvis: 1/2, 1/4, 1/8, 1/3, 1/6, 1/12, 1/5, 1/10, 1/20. 1/2 saame, kui lehe pooleks murrame, siis üleval on üks 1/2 ja all teine 1/2. (Murrud tulevad peale kirjutada) 1/4 saame, kui paberileht pooleks murda kaks korda: püst- ja röötsuumas jne. Nende murdude tarvis aga tuleb valmistada kolm seeriat lehte: 1) üks seeria väiksemaid, 2) teine seeria suuremaid, 3) kolmas seeria lehte suuremate arvude esitajatena. Suuremad ja väiksemad lehed annavad võimalust selgitada lastele, et 1/2, 1/4 jne. võivad ette tulla väga mitmesuguses suuruses, lehed suurte arvude esitajatena võimaldavad näitlikult lähendada ülesandeid, nagu: 1/2 arvust 50, 3/4 arvust 600, 25, arvust 5000, 3/8 arvust on 45, leida terwe arv, jne.

Nende murdlehtede abil võib väga mitmekesiseid harjutusi teha. Näiteid 1) Murdlehtedest 1/2, 1/4, 1/8 võime otskohe näha, et: a) 1 terwe = 2 poolt, 4 weerandit, 8 kahesandikku. b) 2 terwet = 4/2, 3 = 6/2, 4 = 8/2...., 2 = 3/4, 3 = 12/4...., 2 = 16/8, 3 = 27/8...., 2/2 = 1, 4/2 = 2, 6/2 = 3, 8/2 = 4...., 4/4 = 1, 8/4 = 2, 12/4 = 3...., 8/8 = 1, 16/8 = 2, 24/8 = 3.... c) 1 1/2 = 3/2, 2 1/2 = 5/2, 3 1/2 = 7/2.... 1 1/4 = 5/4, 1 3/4 = 7/4, 2 1/4 = 9/4...., 1 1/8, 1 3/4, 1 5/8, 2 3/8, 3 5/8, 3 7/8.... ümberpöörduvalt: 3/2 = 1 1/2, 5/2 = 2 1/2, 7/2 = 3 1/2...., 15/8 = 1 7/8, 15/4 = 3 3/4. d) 1/2 = 2/4 = 4/8, 2 2/4 = 2 1/2, 3 4/8 = 3 1/2.... e) Kui palju puudub 1-st terwest? (kinni kaetakse 1/2, 1/4, 3/4, 5/8 jne.) f) 1/2 + 1/4 = 3/4, 1/4 + 1/8 = 3/8 1/2 + 3/8 = 7/8...., 1 - 1/4 = 3/4, 1 1/2 - 1/4 = 1 1/4, 1 - 1/8 = 7/8.... (samamuguseid

harjutusi ja veel palju teisi võib ka kõigi teiste murdlehtede abil teha) 2) $1/2$ on $1/3$ -st suurem $1/6$ võrra (võrdlemiseks pannakse lehed teine teise peale), $1/3 + 1/6 = 1/2$, $1/3 \cdot 2 = 2/3$, $2/3 \cdot 2$, $2/3 \cdot 3$ jne. 1 $3/5 : 2$, $2 \cdot 2/5 : 2$, $3 \cdot 1/5 : 2$, $1/2 + 1/3$, $1/2 + 1/5$, $1/2 + 1/6$ 3) $3/4$ arvust 20 ehk $20 \cdot 3/4$, $3/4 \cdot 2/3$, $3/4$ minu arvust on 9.

2) Kui murdlehti ei ole käepärast, siis võib nende asemel lasta joonistada püstkülikuid, ruute ja jagada neid võrdseteks osadeks. Soovitatav on kasutada ka murru näitlikkustamiseks sirglõike ja eriti sõõre.

3) Kehaliste näitlikkusabinõudena võivad olla: a) töölikud asjad: õunad, sokolaad jne. (neid tuleb osadeks jagada), pael 1 cm. piki, meetermõõt, klaas liitermõõt jaotustega, kaalud. "Murdapparaadid", mis on konstrueeritud osadeks jaotatud pulkadest, püstkülikutaolistest pindadest või ringidest, lastele tööks ei kõlba, sest neid võib kasutada ainult õpetaja. Kehalisi näitlikkusabinõusi tuleb eriti tarvitada alamates klassides: 2-s ja 3-s.

4) Kümmandmurdude tarvis on näitlikkusabinõudeks: meetermõõt, liiter klaasist, palaviku-termomeeter. Meetermõõt on kõige parem teha neljakandiliseks, siis oleks ühel kandil meetri, teisel - deetsimeeter, 3-l sentimeeter ja 4-l - millimeeter.

Murdarvutuse kerged ja rasked juhud. Kerged juhud on: laiendamine, koondamine, samanimelisteks tegemine, samanimeliste murdude liitmine ja lahutamine, korrutamine, jagamine ja mõõtmine, kui korrutajaks ja jagajaks on terve arv. Raskemate juhtude hulka kuuluvad korrutamine, jagamine ja mõõtmine, kui korrutaja ja jagaja on murdud. Kahtlus raskuse suhtes võiks tekkida harjutuse kohta, kus tuleb isenimelisi murde muundada samanimelisteks. Et meie aga piirdume ainult harilikus elus ettetulevate murdudega, siis ka samanimelisteks tegemine kuulub kergete harjutuste hulka.

Murdude samanimelisteks tegemise aluseks tuleb teha laiendamist. Ei tohi aga siiski ühekülgselt pinduda niisuguse probleemi seadega, kus murrust antud laiendamisarvu abil nõutakse tuletada uus samaväärtusline murd, näit.: laiendada $2/3$ arvu 2, 3, 4, 5-ga jne, probleemi tuleb anda kujul: missugused väiksemad osad saame pooltest, kolmandikudest jne? - Mitu osa - igakord?... Miks pooltest ei või saada kolmandikke, viiendikke jne (kasutada murdlehti)? Missugused väiksemad, aga võrdsed osad pead sa otsima poole ja kolmandiku, kolmandiku ja neljandiku jne. tarvis? Missugustes ühesugustes väiksemates osades võib väljendada $1/2$, $1/3$ ja $1/4$ jne.

Et tegemist on kõige rohkem kolme murruga, siis süstemaatilisel viisil ei tarvitse käsitleda arvude ühise nimetajase leidmist, aga ka välja tuua ühise nimetaja alla viimise reeglit. Ühise nimetaja leidmiseks on kasulik laste kirjutada ridu, nagu näit. $1/2 = 2/4 = 3/6 = 4/8 = 5/10 = 6/12 = 7/14 = 8/16 = 9/18 = 10/20 = 11/22 = 12/24 = 1/5 = 2/10 = 3/15 = 4/20 = 5/25 = 6/30 = 7/35 = 8/40 = 9/45 = 10/50 = 11/55 = 12/60$ $1/4 = 2/8 = 3/12 = 4/16 = 5/20 = 6/24 = 7/28 = 8/32 = 9/36 = 10/40 = 11/44 = 12/48$ Enne kui murdude korrutamise ja jagamise juure minna, tuleb õpilastele selgeks teha, kuidas kahte viisi võib murdu kordselt suurendada või vähendada. On õpilased murdude kordsel vähendamise või suurendamise põhjalikult omandanud, siis murdude korrutamine ja jagamine terve arvuga ei tekita neile mingit raskust, näit. $5/6 \cdot 3 = \frac{5 \cdot 3}{6} = \frac{15}{6} = 2 \frac{1}{2}$, ehk $5/6 \cdot 3 =$

$\frac{5}{6} \cdot 3 = \frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$, $2/3 : 3 = \frac{2}{3 \cdot 3} = \frac{2}{9}$, $4/5 : 2 = \frac{4}{5 \cdot 2} = \frac{2}{5}$ jne. Murdude korrutamist terve arvuga on ka kerge selgitada liitmise abil, näit. $2/3 \cdot 4 = 2/3 + 2/3 + 2/3 + 2/3 = \frac{2+2+2+2}{3} = \frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$.

Murruga korrutamise aluseks tuleb teha osa leidmise. Kui õpilane on täiesti kätte õppinud osa leidmise, siis on tema ka ära õppinud korrutamise murruga. Keskuspunkt siin seisab aga selgitamises, miks osa leidmist nimetatakse ka korrutamiseks. Seie saadik - korrutamisel täisarvuga - korrutamise saaduseks oli suurem arv, kui korrutataw. Nüüd aga osa leidmises - korrutaja on lihtmurd - saadus on korrutatavast väiksem, pealegi on siin kahe tohtri jagamine nimetajaga (täisarvuga ja korrutamine lugejaga (täisarvuga). Nüüd kohane on selgitada seda küsimust osa ülosannete abil ristküliku pindala arvutuse peale, kus juures tuleb anda meid mureta nõnda, et korrutajaks oleks täisarv, arv 1, või murrarv. Ülosannete lahenduste kokkuvõtte järeldus: "kui külgede pikkus on antud täisarvudes, siis pindala leidmiseks on tarvis talus korrutada kõrgusega, kui kõrgus on lihtmurd, siis tuleb osa leida ristkülikust, mille kõrgus = 1, et ka sel juhul võiks rääkida ristküliku pindala =

alus korrutatud "kõrgusega", siis üldistamise mõttes on kasulik osa leidmist nimetada korrutamiseks.

Mahutamine ehk mõõtmine murdarwuga raskusi ei tekita: on tarwis selleks ainult murrud teha sarnanimelisteks. $\frac{3}{4}$ gr: $\frac{2}{3}$ gr = $\frac{9}{12}$: $\frac{8}{12}$ = $\frac{9}{8}$ = $1\frac{1}{8}$ korda, $\frac{5}{4}$: $\frac{2}{3}$ = $\frac{15}{12}$: $\frac{8}{12}$ = $\frac{15}{8}$ = $1\frac{7}{8}$ korda. Siin on ka kerge reeglit välja tuua: $\frac{4}{5}$: $\frac{2}{3}$ = $\frac{12}{15}$: $\frac{10}{15}$ = $\frac{12}{10}$ = $\frac{6}{5}$. Reeglit aga lastele anda ei ole vaja, kui nad ise ta leiavad, siis peab neile lubama seda ka kasutada.

Jagamist murruga võiks taandada mõõtmisele (mahutamisele), sest arwuliselt on see üks ja sama, olgu selle operatsiooni all mõeldud kas jagamine või mahutamine. Kui aga sellega ei lepi, siis võib jagamist seletada järelejärgmiselt: $12:3/4$. Kui 12 jagada 3 ($12:3$), siis on 12 otsitava arwu kolmekordne. Jagades aga otsime alati ühekordset. Kui aga 12 jagada $3/4$ ($12:3/4$), siis on 12 selle arwu kolmveerandikordne, mille ühekordset otsime. Lahendus: $3/4$ otsitavast arvust = 12 $1/4$ arvust = $12:3=4$. $4/4$ arvust = $4.4=16$. $12:3/4=16$. Jagamine murruga ei ole muud kui terwiku leidmine osa abil. Ka siin võib jagamise reegel ainult siis tarwitusele wõtta, kui lapsed teda ise hiljem ei leidnud.

k ü m n e n d m u r r u d

Kümnemurdude käsitlese kohta murdarwutuses. On olemas kolm waadet:

1) murdude kursus peab algama kümnendmurdudega, 2) murdude kursus peab algama harilikude murdude arwutusega, ja 3) kümnend- ja harilikud murrud peab läbi töötama ühel ja samal ajal ja ninelt nõnda, et peale meetoodilise üksuse läbitöötamise harilikudes murdudes on tarwis ka läbi töötada sama üksus kümnendmurdudes.

1. Esime waate esindajad põhjendawad oma seisukoha järelejärgmiselt: kümnend-arwud on kümnendsüsteemi laiendamine ühelistest paremale poole, selle tõttu kirjutatakse need madalamad süsteemühikud ka terwete arwudena, eraldades neid ühelistest ainult komaga. Aga mitte ainult kirjutamine ei sunni terwete arwude näol, waid kümnendmurdudega arwutatakse samuti ka kui terwete arwudega. Sellepärast tuleb kümnendmurde läbi wõtta enne harilikke murde, aga mitte pärast.

2. Teise waate esindajad ütlevad, et kümnendmurrud on ainult harilikude murdude erijuht: need on murrud, mille nimetajateks on süsteemühikud. Wahe harilikude ja kümnendmurdude wahel on ainult kirjutuswiisis. Sellepärast on põhjapanevaks arwutuseks arwutus harilikude murdudega, ja sellele järgneb alles arwutus kümnendmurdudega. Sellest aga ei pea järeldama, et kümnendmurdude arwutust tuleb alistada arwutusele harilikude murdudega, või täiendada iga operatsiooni harilikude murdudega sama operatsiooniga kümnendmurdudega. Arwutus kümnendmurdudega tuleb teha iseseiswaks, ja ta peab jätkama operatsioone täisarwudega. Murru mõiste sa b ette valmistatud kõige rohkem tegelikus elus ottetulewate harilikude murdude ($1/2, 1/4, 1/8, 1/3, 1/10$ jne.) lihtsama arwutusega.

3. Kolmanda waate esindajad nõuawad, et iga operatsioon harilikude murdudega täiendataks wastawa operatsiooniga kümnendmurdudega. See kolmas tee on wähie tarwitataw: tema osutub õpilastele raskeks sellepärast, et siin pakutakse korrata neile wäga palju uut.

Kümnendmurdude käsitlese (Siin on aluseks tehtud 2-ne waade) kümnendmurrud tuleb läbi töötada kahes kontsentris. 1-s kontsentris käsitletakse nimega arwude kirjutamist kümnendmurrude näol. See kontsenter kuulub 3-da klassi kursusse. 2-ne kontsenter wõetakse läbi 4-s klassis ja tema siuks on kümnendmurrude käsitlese murrumõiste waatepunktist.

I-ne kontsenter. Näiteks waatame, kuidas kümnendmurruna kirjutada kroonid ja sendid: 1) Kui palju on 100+80? 200+50? 600+90?... Mitu korda 100 mahub 100-se? 200-se? 600-se? 900-se?... 640 koosneb 6 saj. ja 4 kümn. Lahuta sajalisteks ja kümnelisteks 190, 594, 680 jne.

2) Harjutused rahadega: a) 1 kr.=100 sn. 2 kr.=200 sn.... 10 kr.=1000 sn. b) 1 kr. 50 sn.=150 n., 4 kr. 60 sn.=460 n. c) 1 kr. 6 sn.=106 sn., 7 kr. 5 sn.=705 sn. 3) a) 100 sn.=1 kr., 200 sn.=2 kr., ... 1000 sn.=10 kr. b) Tahwli peale kirjutatakse mõned ninete arwud, mis koosnevad sajalistest ja kümnelistest. Arwud kirjutawad sentide. Mitu krooni ja senti on neis? Kui lapsed ühe arwu - näit. 560 - kohta räägivad: "560 senti on 5 kr. ja 60 sn.", siis õpetaja loikab komaga paremalt poolt alates kaks kohta ära, ja arw peale seda sa b laju: 5,60. Selle järele õpitakse kätte lause: "sendid tehakse kroonideks, kui sentide arwust paremalt poolt ära löigata 2 kohta." c) Samuti sünnib sentide ümbortegemine kroonideks ja sentideks, kui on tegemist arwudega: 364, 708 jne.

4) Harjutus... 450 sn.=4,55 kr.5 kr.30sn=5,60kr.8 kr. 9sn.=8,09kr.6kr.54sn.=6,54 kr.jne.Lugeda arve tuleb õpetada kolmel wiisil. Näit.7,46 kr.wõib lugeda järguiselt:" 7 kr.46 sn","7 koma 46 krooni, ehk 746 senti."

Sarnasel wiisil tuleb õpetada lühendatud kirjutusele ka teisi nimega arve: 1 m 7 dm = 1,7m,3hl6l=3,06 hl,7 m 65sm=7,65 m,8 km 56 m =8,056 km.

Kuidas tuleb toimida tehete juures niisugusel näol kirjutatud arwudega, on warem näidatud tehete juures täisarwudega.

II-ne kontsenter. Kõige pealt antakse kümnendikude,sajandikude ja tuhandikude mõiste ja mitte korrata, waid järk-järgult wähehaawal.See sünnib kergelt meetermõistude abil,kus juures esmalt sajandikude peale waadatakse kui 1/10 kümnendikudest ja tuhandikude peale kui 1/10 sajandikudest. Kümnentuhandikud, sajatuhandikud jne.tuueakse hiljem järkjärgult sisse.Enne kümnendimurdude kirjutamist ilma nimetajata tuleb põhjalikult läbi harutada seda seaduspärast ehitust,mis on olemas meie arwusüsteemis. Lapsed peawad tundma õppima,et iga number,paigutatud ühe koha wõrra paremale poole, tähendab 10 korda niipalju, kui enne seda kohal misel kohal. Sellele otsusele võib jõuda kahel wiisil:1) võib numbrit - näit.näit.1 - paigutada 1-le,2-le,3-le jne.kohale,siis ühelistest saawad kümmed, kümnelistest - sajalised jne.2) Sama saame 1 1 kui paremalt poolt juure lisada 1 nulli,2 nulli jne. 10 10 (Mõlemad wiisid on tähtsad. Miks?) 100 100

Samuti tuleb selgeks teha,et iga number,paigutatud üks koht paremale poole,tähendab ainult kümnendat osa endisest wäärtusest. Seda saawutatakse 1000 1000 ka kahel wiisil: kas numbri 100 100 paigutamisega või nulli maha 10 10 kustutamisega. Teid arwusüsteemi walitsewaid seadusi võib

wäljendada lühidalt järguiselt:1) iga järgu 10 üksust moodustawad järgmise kõrgema järgu ühe üksuse, 2) iga järgu 1 üksus sisaldab järgmise madalama järgu 10 üksust, 3) iga järk on 10-s osa järgmisest kõrgemast ühikust.

Et paremini näha oleks ühetalilisust arwusüsteemi ehituses,on wäga soovitataw selleks kasutada järgmist tabelit.

B. M i l j o n i d						U h e l i s e d						
V		IV		III		II		I				
B		Miljardid		Miljonid		Tuhandelised		Uhelised				
U		S. K. U.		S. K. U.		S.K. U.		S. L. U.				
13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1.

Selle tabeli abil l.hutatakse arwud järkutesse või järgud ühendatakse arwudesse, harjutatakse arwude lugemist ja kirjutamist.

Papptükki peale kirjutatud number 1 lastakse: 1) liikuda 1-st kohast 2-se,3-se,4-se jne ja ümberpöördukt:13-st kohast 12-se,11-se jne, 2) üks koht ülehüpata: 1-st 2-se,5-se jne.ja ümberpöördukt, 3) 2 kohta üle hüpata: 1-st 4-se,7-se jne ja ümberpöördukt.

Lastakse arwe korrutada ja jagada 10-ga,100-ga,1000-ga jne.

Peale seda eeltööd on wõg näidata nüüd kümnendimurdude kirjutamist ilma nimetajata: 1/10 on 10-s osa 1-st,ja selletõttu tuleb teda ühelistest üks koht paremale poole kirjutada; et aga oleks teada, kus üheliste koht on,tuleb ühelistest paremale poole enne panna koma. 1/100 on 10-s osa 1/10-st ja selle tõttu tuleb teda viimasest üks koht paigutada paremale poole jne. Ümberpöördukt tuleb lasta ka harjutada kümnendimurdude kirjutamist harilikude murdude näol: 0,6=6/10, 0,056=56/1000, 2,3 = 23/10 jne. Liti peawad aga lapsed oma r udwaraks tegema 0,5=1/2, 0,2 = 1/5, 0,4=2/5, 0,6 = 3/5,0,8 =4/5,0,25=1/4,0,75=3/4,0,125=1/8, 0,575=7/8,0,625=5/8,0,875=7/8.

Kui õpilased on omandanud kümnendimurdude lugemise ja kirjutamise, siis tuleb kätte harjutada murdude laiendamist,lühendamist ja ümardamiseks tegemist. Need harjutused raskesti ei tokita. Näit.:0,7 =0,70=0,700=...,sest 0,7=7/10=70/100=700/1000=...,0,9000=0,9,sest 9000/10000 = 9/10. Tähtis on siin laste tähelepanu juhtida sellele,kuidas mõjutab kümnendimurdu nullide kirjutamine kümnendimurru ees,keskel või taga. (Wõrdle 9, 0,9; 0,09, või 9,009,9,900,9,090,0,990;0,099 jne.

Kümnendimurdude liitmine ja lahutamine sünnib nõnda samuti,nagu terwete arwudega,selle juures tuleb hästi wadada selle järele,et järgud kirjutatakse üks-ühe-teine alla. Korrutamise ja jagamise (mõõtmise)

terweto arvudega ka raskusi ei tuletta, kui enne seda on põhjalikult läbi võetud süsteemharjutused, ja nimelt korrutamise ja jagamise 10-ga, 100-ga, 1000-ga jne.

Süsteemharjutused. a) Korrutamine. 54,326.10=543,26. Korrutamisel 10-ga, nagu näeme, liigub iga number arvustüsteemis ühe koha võrra paremale poole ja tähendab 10 korda niipalju kui enne. Seda liikumist võib sa wutada kahel wiisil: 1) koma tuleb teha liikumaks ja lasta minna üks koht paremale poole; 2) koma jääb oma kohale, aga kõik arvu numbrid 54,326 54,326 liiguvad üks koht paremale poole. Korrutada 100-ga 543,26 543,26 on sama kui korrutada kahe korda järgi 10-ga ja 5432,6 5432,6 korrutada 1000-ga on - korrutada 10.10.10. Kriiti tuleb 54326 54326 hoolt kanda järgmiste harjutuste eest: 4,7.100; 4,7. 543260 543260 1000; 4,78.1000 jne. (miks?) Kõige parem on neid ülesandeid lahendada järk-järgult: 4,7.100=47.10=470; 4,7.1000=47.100=4700; 4,78.1000=478.10=4780.

Alaliste harjutuste hulka kuuluvad põhiülesanded 0,1:10 (100; 1000;) 0,01:10, 100; 1000; ...) 0,001:10 (100; 1000 ...) jne.

b) Jagamine 759300 Jagamisel 10-ga liigub koma üks koht paremale poole, jagamisel 100-ga - kaks kohta 75930 7593 - jne. jagamisel 10-ga liiguvad kõik numbrid ühe koht paremale poole (koma jääb oma kohale), jagamisel 100-ga - kaks kohta jne. Kriiti on hoolt tarwis kanda järgmistest harjutuste eest: 7:1000; 49:1000; 387:1000 6,7:100 (1000); 0,98:10; 9:100; 8:10; 74:100 (miks?) Põhiarvutuste hulka kuuluvad: 1:10 (100, 1000...), 0,1:10 (100, 1000, 0,01:10 (100; 1000...)) 10:10 (1000, 100...), 100:10 (100, 1000...), 1000:10 (100, 1000...) 1 m:10 (100, 1000), 1 kg:10 (100, 1000), 1 t:10 (100, 1000) 1 km:10 (100, 1000), 1 hl:10 (100), 1 meeter-tson r. 10 (100).

Nende süsteemharjutuste näitlikustamiseks kasutame eelmist tabelit, aga täiendatud kujul, nagu ta siin on.

1000000			1000000		
III	II	I	I	II	III
Milj.	Tuhandelised	Uhelised	1000	1000	1000
K. U.	S. K. U.	S. K. U.	K. S-T-	K-tu S-t-	Mil K-m S- mil
			Kudud kud kud kud kud kud kud		
8 7	6 5 4	3 2 1	1 2 3	4 5	6 7 8

Tabel on kohane teha papile. Ka arvude tarwis numbrid olgu papptahlikes- tel (võib kasutada ka seinakalendri lehti) Papptabeli paneme seinatahv- lile ja tema alla kinnitame tahvlile vastawatel kohtadel arvustüsteemis arvu moodustawad numbrid. Nüüd arvude korrutamist ja jagamist 10-ga, 100-ga, 1000-ga jne võib saavutada kahte wiisi: 1) tabeli kopeerimine, 2) tabel jätta oma kohale ja numbrid panna liikuma 1) tabel panna liikuma ja numbrid jätta oma kohtadele.

Korrutamine ja jagamine terweto arvudega. Ulewade: 1) korrut. ja jag. põhi- arvudega: 372,4.7; 426,543.7; 387:8. 2) Kor. ja jag. kümnelistega, sajalistega jne: 4,58.60; 3,76.6000; 7143,6:300; 157680:90000.

3) Kor. ja jag. mitmekoh. arvudega: 46,78.56; 6,39.607, 2872,572:86; 5047,056: 112.

1) 372,4.7 426,543:7=60,935 387:8=48,375 Korrutamine ja jagamine 2606,8 65 küm-ku===== 67 ===== põhiarvudega sünnib samu- 24 saj-ku 30 ti nagu terweto arvude 35-t-ku 60 juures. Tähelepanu tuleb 0 40 juhtida ainult komale. 0

2) 4,58.60 3,76.6000 7143,6:300 157680:90000 4,58.10=45,8 3,76.1000=3760 71,456:8=8,912 15,768:9=1,752 45,8.6 3760.6 11 24 274,8 22560 3 5 6 0

Esmalt tuleb korrutada või jagada süsteemühikuga ja pärast põhjarvuga.

3) $46,78,56$ $46,78,56$ $6,39,607$ Korrutamist võib alata korrutaja kõige kõrgema või kõige madalama järguga; selle juures võib: 1) esmalt arve korrutada kui terveid arve ja pärast saaduses arvesse võtta komat; 2) koha operatsioonid juures arvesse võtta numbrete kohaväärtust.

$2872,572:86=33,402$

258 Jagamine on raskusi ei tee, sest lapsed on juba kätte õppinud terveid arvude jagamist. Uus on siin ainult komma ja ühikud ühelistest väiksemad.

258 Korrutamise kümneandmurdudega. Kolharjutused: 1.0,1
 345 küm-kü $(0,01;0,001;...;10,0,1(0,01;0,001;...))100,0,1(0,01;$
 344 $0,001;...)$ jne $0,0,1(0,01;0,001;...)$ $0,01,0,1(0,01;0,001;...)$
 17 $0,001,0,1(0,01;0,001;...)$ jne. Need harjutused kuuluvad
 172 päästarjutuste hulka.
 172

0 K o r r u t a m i n e. Kirjaliku arvutuse juures tuleb arve esmalt korrutada kui terveid arve ja pärast jagada vastava süsteemühikuga. Alati on tarvis enne arvutamist saaduse kohta ümargutes arvudes selgusele jõuda selleks, et komma õieti seadistatud.

a) $456,9,0,8$ Kui 4569 korrutada 8-ga, saame 36552 . Vastus on 100 kord suurem kui õigus. On tarvis jagada 100-ga. On nüüd vastus õige? J, sest $1/10$ arvust $450=45$, ja $45,8=360$. Vastuses järjekindlalt peab komma kolmanda koha järel olema kõige kõrgemast järgust alates.

b) $0,736,0,056$ $736,56=41216$. Saadus on suurem kui õigus 1000. $1000=1000000$ korda ja sellepärast on tarvis teda jagada 1000000 -ga. Siin on ligikaudne hindamine: $0,7,5$ annab ligikaudselt 4. $0,7,0,05$ annab ainult $0,04$. Esimene koht järj. on sajandikümne koht.

c) $7,68,3,14$ Siin on ligikaudu hindamine kerge. $7,3=21$. Saadus on suurem kui 21, sest meil on tarvis korrutada $7,7$ arvu 3-ga. Saadus ligikaudselt on 24 või 25. Komma tuleb algusest koha koha järel panna.

Kui lapsed on kindlad süsteemühikute korrutamises, siis võib ka korrutamist otsekohe läbi viia.
 $564,31,72,5$ Hiisugune korrutamist viis on ottovalmistusoks tulevasse lühendatud korrutamisele.
 $65,30$ $39501,7$
 $15,060$ $1128,62$
 $0,9795$ $282,155$
 $79,95$ $40912,475$
 $822,222$ $39501,7$
 $1128,62$
 $282,155$
 $40912,475$

Jagamine kümneandmurdudega. Süsteemharjutused. 0,1 mahub 1-sse (10;100,1000;0,1;0,01;0,001;...) 0,01 mahub 1-sse (10,100;1000;0,1;0,01;0,001;...) 10;100,1000;0,1;0,01;0,001;... :0,1 (0,01;0,001). Need arvutused kuuluvad päästarjutuste hulka, kus juures operatsiooni all tuleb mõelda mahutamist (miks?)

Kirjalik jagamine.

a) $514,1412:4,36=117,92$ b) $511,744:0,68=751,976$

436 $511,744$ Lühemates näidetes arvutatakse
 781 kui terveid arvudega. Enne jagamist
 436 katsutakse saaduse üle selgusele
 3454 jõuda. 1-näites peab vastus ligi-
 3052 kaudselt 120 olema; järj. komma tuleb
 4021 algusest alates kolmanda koha jä-
 3934 rel panna. 2-s näites peab vastus
 872 suurem olema kui 511. Jagame
 872 $511:2/3$ ($2/3$ $0,68$) $511:2=260;$
 0 $511:2/3=780$. Vastus on natuke

vähem kui 780. Komma peab 3-da koh. järel olema algusest alates.

Kui saaduse üle on rasked selgusele jõuda, siis katsutatakse järgmist järjekorraga:

Kui jagaja on kümnendmurd, siis korrutatakse 10, 100, 1000-ga... muundame ta esmalt täisarvuks ja selle järel korrutame ka jagatawat sama arvuga, millega korrutasime jagajat.

Reeglit tuleb wälja tuua lihtsatest näidetest: $8:2=80:20=800:400=8/10:2/10=8/100:2/100\dots=4$.

Saadus on alati 4. See on sama, mida tegime harilikude murdude laiendamisel: $5/6=50/60=500/600\dots$ $8:0,2=80:2; 6,5:0,5=65:5; 56,31:0,3=563,1:3$. Meie wõime jär.alati jagajat teha terweks arvuks.

Näiteid: a) $4,5608:0,2$ b) $34,5231:2,35$ c) $60kr:1,32kr$.

<u>45,608:2=22,804.</u>	<u>3452,31:235=14,69.</u>	<u>6000:132=45,45</u>	kor-
=====	=====	=====	da.
	235	528	
	1102	720	
	940	660	
	1523	600	
	1410	528	
	2131	720	
	2115	660	
	16	60	

Ka sel juhul, kui reeglit kasutatakse, on tarwilik lapsi eagedamini enne jagamist saadust ligikaudselt kindlaks määrata.

Peale nelja tehet kümnendmurdudega on tarwis läbi wõtta ka põhjalikumalt harilikude murdude muundamist kümnendmurdudeks ja ümberpöörduvalt kümnendmurdude muundamist harilikudeks murdudeks. Harilikude murdude muundamine kümnendmurdudeks ei tee lastele raskusi sugugi, kui waadata murru lugeja kui jagatawa, murru nimetaja kui jagaja ja murru enese kui jagamise saaduse peale. Murru lugeja jagamisel murru nimetajaga, leiawad õpilased, et mõnikord lõpeb jagamine, mõnikord - mitte: saadakse lõplikud ja lõpmatud kümnendmurrud ja wiinased alati perioodilised. Millal saadakse lõplikud ja millal - lõpmatud murrud, leiawad õpilased ise, kui neid lasta harilikke murde muundata kümnendmurdudeks laiendamise teel: $1/2=1.5/2.5=5/10=0,5; 2/5=$

$2.2/5.2=4/10=0,4; 1/3$ ei saa nõnda ümber teha, et nimetaja oleks 10, 100, 1000 jne. Lõpmatud kümnendmurrud wiivad õpilasi ka esimest korda - kui seda juba ennemalt ei ole tehtud - ligikaudsete arvude juure. Ja siin wõib ka selgitada arvude täpsust kuni teatud kümnendkoha üheni ja hiljem poole üheni. Kümnendmurdude muundamisel harilikudeks murdudeks tuleb piirduda ainult lõplikute kümnendmurdude muundamisega.