

Merekoolituseelklassi kursus.

Koostanud Dr. E. Kägi.

I arvude põhiomadusi.

1. Arvude liigistamine.

Arvud jagatakse kahte liiki: täisarvudeks ja murduosaks.

Võtme täisarvude rea ja määrame, missugune arv selles reas on alg-
arv ja missugune kordarv.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21,
22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30 ,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,

1) arvuks nimetame arvu, mis on jaguv ainult endaga ja 1-ga. (1, 2 ja
jaguvust polegi õieti tarvis nimetada, sest kõik arvud on jaguvad 1-ga)

Kordarv koosneb algarvude korrutisest.

Esimene arv meie reas võiks olla nii algarv (sest ta on jaguv nii endaga kui ka 1-ga) kui ka kordarv (sest ta koosneb 1-de korrutisest). Tegelikult me siiski eralome selle arvu ja ei loe seda ei algarvuks ega kordarvuks. Teine arv reas on 2, mis on algarv, sest ta on jaguv ainult endaga; samuti kolmas arv 3, mis on ka jaguv ainult endaga. Neljas arv on aga jaguv peale enda veel 2-ga, seega kordarv, ta koosneb algarvudest 2·2. Viies arv on algarv; kuues arv on kordarv, mis koosneb algarvude 2·3 korrutisest. Seitsmes arv on algarv, kaheksas on kordarv ja koosneb 2·2·2 korrutisest, üheksas on kordarv j.n.e. Tõmbame iga algarvu alla joone, näeme, et kuni 10-ni on neid neli 2, 3, 5, 7. Kuni 20-ni on jälle neli algarvu 11, 13, 17, 19. Kuni 30-ni on neid ainult kaks 23 ja 29, kuni 40-ni ka kaks 31 ja 37.

Võtame vabalt kche arvu, näiteks 143, kas ta on algarv või kordarv? Et seda kindlaks teha, peame proovima, kas ta on jaguv mõne algarvuga. Jagamist alustame alati kõige väiksema algarvuga, s.o. 2-ga, siis 3-ga, 5-ga, 7-ga, 11-ga, 13-ga j.n.e. Arv 143 ei ole jaguv 2-ga, 3-ga, 5-ga ega 7-ga, kuid jagub 11-ga, seega ta on kordarv ja koosneb algarvudest 11-13.

Tekib küsimus, kui kaugele algarvude reas peaksime niigused proovimisega minema, kas kuni antud arvuni? Ei, seda pole siiski tarvis, vaid me lõpetame selle proovimise riipea, kui algarvu korrutis endaga annab arvu mis on suurem antud arvust.

Näiteks, olgu arv 203. mida proovime; algarvudega jaganes, näeme, et ta ei ole jaguv arvudega 2,3,5,7,11,13 ja ronkem ei ole i tarvis proovida, sest järgmine algarv on 17 ja selle korrutis endaga on juba 289, mis on suurem 203-est.

Lõpuks õlgur veel, et täisarvude reas iga teine arv on paarisarv, see on kordarv, milles esineb alati 2. Nulli võime lugeda ka paarisarvude hulka, nõnda oleksid siis paarisarvud 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 j.n.e. ja paaritud arvud 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23 j.n.e.

Ulesanded: nr 1. Kirjute arvude rida kuni sajani ja tõmba joon iga algarvu alla. Palju on algarve kuni 100-ni?

Nr 2. Kirjuta kõik kordarvud 20 ja 50 vahel algarvude korrutisena, näiteks $20=2\cdot2\cdot5$, $21=3\cdot7$, $22=2\cdot11$, $24=2\cdot2\cdot2\cdot3$ j.n.e.

Nr 3. Proovi, kas arvud 131, 153, 187 on alg- või kordarvud, kui kordarvud, siis näidata, missuguste algarvude korrutis?

Nr 4. Missuguse algarvuni peame proovima, et jõuda selgusele, kas 361 on algarv või kordarv?

2. Arvude jaguvuse tunnused.

Et antud arvu proovida, kas ta on algarv või kordarv, või jälle kordarvu lahutamine algarvudeks, selleks on hea teada mõned tunnused, mis seda proovimist hõlbustavad.

Jaguvuse all mõistame järgita jagamist, s.o. üks arv mahub teise sisse täisarv kordi; näiteks $24:8=3$, või 8 mahub 24 sisse 3 korda; $39:3=13$: või 3 mahub 39 sisse 13 korda; $65:13=5$, või 13 mahub 65 sisse 5 korda.

1). Kõik paarisarvud on jaguvad 2-ga.

2). Arv on jaguv 3-ga, kui arvu ristsumma jagub 3-ga.

Ristsummaks nimetame arvu numbrite summat, näiteks arvu 864 ristsumma on $8+6+4=18$, arvu 3685 ristsumma on $3+6+8+5=22$; arvu 54967 ristsumma on $5+4+9+6+7=31$ j.n.e.

Antud reegli järgi esimene arv 864 on 3ga jaguv, sest tema ristsumma 18, mis on jaguv 3-ga; kaks viimast arvu ei ole 3-ga jaguvad, sest nii 22 kui ka 31 ei ole jaguvad 3-ga.

3). Arv on jaguv 5-ga, kui arvu viimane number on 5 või 0.

Need kolm reeglit ongi kõige lihtsamad jaguvuse tunnused, sest jaguvuse tunnus 7-ga on juba keerulisem ja seda me siin ei käsitle.

Edasi küsime, missugune arv on jaguv 4-ga, 6-ga, 8-ga 9-ga ja 10-ga? Kui arv jagub 4-ga, siis peab ta kindlasi jaguma 2-ga, sest $4=2\cdot2$, samuti kui arv jagub 6-ga, siis peab ta ka jaguma 3-ga, sest $6=2\cdot3$. 8-ga jaguv arv peab jaguma ka 2-ga ja 4-ga, sest $8=2\cdot2\cdot2=2\cdot4$. 9-ga jaguv arv peab olema jaguv 3-ga, sest $9=3\cdot3$. Nende arvude kohta on siiski koostatud ka erireeglid, mis on järgmised:

4). Arv on jaguv 4-ga, kui kahest viimasest numbrist moodustatud arv on jaguv 4-ga. Näiteks 724 on jaguv 4-ga, sest 24 jagub 4-ga.

Kõik kahe nulliga lõppevad arvud jaguvad neljaga. Näiteks 100, 200, 300 j.n.e. jaguvad 4-ga, sest $100=2\cdot2\cdot5\cdot5$, seega on ta jaguv 2-ga, 4-ga 5-ga 10-ga, 25-ga ja endaga.

5). Arv on jaguv 8-ga, kui kolmest viimasest numbrist moodustatud arv jagub 8-ga. Näiteks 8168 on jaguv 8-ga, sest kolmest viimasest numbrist moodustatud arv on 168, mis jagub 8-ga.

Kõik kolme nulliga lõppevad arvud jaguvad 8-ga, nagu 1000, 2000, 3000 j.n.e., sest $1000=2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot5$, seega on jaguv 2-ga, 4-ga, 8-ga, 5-ga, 10-ga 20-ga, 40-ga, 100-ga, 125-ga, 250-ga 500-ga ja endaga.

6). Arv on jaguv 9-ga, kui arvu ristsumma on jaguv 9-ga. Näiteks 8496 on jaguv 9-ga, sest tema ristsumma on $8+4+9+6=27$, mis jagub 9-ga.

7). Arv on jaguv 10-ga, kui arvu viimane number on 0.

3. Positiivne ja negatiivne arv.

Peale eelpool nimetatud liigituste jagatakse nii täisarvud kui ka murrud positiivseteks (+) ja negatiivseteks (-)

Et sellest liigitusest aru saada, toome mõned näited.

.)Keegi mängis õnnerrattal ja võidab 5 krooni, kaotab 2 kr., kaotab alle 4 kr., siis võidab 3 kr. Kui mängime võidud pluss mängiga ja kaotused miinus mängiga, siis leiame lõpptulemusena +2 kr. Mea võime teha nõnda, et esiteks liidame võidud, siis kaotused ja vaatame milline summa on suurem. Praeguse näite puhul on võitu +5kr +3 kr = +8 ja kaotust -2kr -4kr = -6 kr, nõnda on võit ülekaalus 2 krooni võrra.

+5 kr	-2kr
+3 "	-4 "
+8 kr	-6 kr

b.) Ühel isikul oli saada sõbralt 50 kr ja teiselt sõbralt 85 kr, tema ise võlgnes uhele sõbrale 20 kr, teisele 45 kr ja kolmandale 80 kr. Kuidas oli selle isiku välja-laenatud ja võlgu-võetud summade resultaat? Mängime siin saada-olevad summad plussidega ja võlgu-olevad miinustega:

saame	+50 kr	-20 kr
	+85 "	-45 "
	+ 135 kr	-80 "
		- 145 kr

Näeme, et tema ise võlgnes teistele 10 kr võrra rohkem.

c.) Ühe laevaäri laevade arv laevaliikide järgi oli aasta algul järgmine: 16 aurikut, 5 mootorpurjekat, 3 purjekat. Aasta jooksul osteti välismaalt 3 aurikut, kodumaal ehitati 2 mootorpurjekat ja 1 purjek; samal ajal müüdi välismaale 2 aurikut, tormis hukkus 1 mootorpurjek ja vanaduse pärast lammutati 2 purjekat. Kui suur oli laevade arv aasta lõpul? Mängime laevade arvu aasta algul pluss-mängiga, samuti ka aasta jooksul juurde tulnud laevade arvu; miinus-mängiga aga väljelangenud laevade arvu. Nõnda on resultaat aasta lõpul järgmine:

	Aurikud	mootorpurjekad	purjekad
Aasta algul	+ 16	+5	+3
tuli juurde	+3	+2	+1
langes välja	-2	-1	-2
Aasta lõpul	+17	+6	+2

Esimeses näites nimetatud võidud 5 kr, 3 kr ja kaotused 2kr, 4kr on kehtivad ainult selle isiku kohta, kes mängib. Pealtvaatajale, kes mängust osa ei võta, ei ole mingit tähtsust, kas see on võidu 5 kr, või kaotuse 5 kr. Samuti teises näites ettetulevad summad omavad märki ainult selle isiku suhtes. Ka kolmandas näites olevad laevade juurde-tulekud või väljelangemised on ainult kehtivad selle laevaäri kohta.

Nõnda näeme, et arv omab positiivse või negatiivse tähenduse mõne isiku või asutuse suhtes või antud olukorras, kuid arvul iseenesest on n.n. absoluutne väärtus, s.o. tema väärtus märki peale vaatamata. 5 kr jääb ikka viieks krooniks, kas see on võlg või laen, võit või kaotus.

II TEHTED TÄISARVUDEGA.

4. Liitmine.

Iga arvu mida liidame, nimetame liidetavaks ja liitmise resultaat summaks. Väiksemate arvude puhul võime liidetavad üksteise järgi kirjutada ja peast liita. Suuremate arvude puhul aga kirjutame liidetavad korralikult üksteise alla, nõnda et üheliste all on ühelised, kümneliste all kümnelised, sajalistel all sajalistel j.n.e.

Liitmist kontrollime nõnda, et esiteks liidame ülalt alla ja leiame summa, siis alt üles. Kui need summad on võrdsed, siis liitmine on õige.

Nimetame veel, et liitmist võime teha mistahes järjekorras., sest summa ei olene liidetavate järjekorrast.

5. Ulesanne. 1934 aasta Lloidi registri järgi oli üle 100 tonniste laevade arv järgmine : Inglismaa 7469, Inglise dominiioonid 2498, USA 3739, Saksamaa 2043, Jaapan 1949, Norra 1908, Prantsusmaa 1567, Holland 1426, Rootsi 1339, Itaalia 1242, Hispaania 840, Taani 700, Greeka 550, Nõukogude Vene 491, Doome 379, Argentiina 344, Brasiilia 308, Portugal 262, Hiina 253, Belgia 193, Türgi 183, Jugoslaavia 174, Lesti 148, Läti 110, Chile 101, Panama 72, Tansig 41, teised maad kokku 668. Mitu laeva oli maailma kaubalaevastikus? (30997)

5. Lahutamine.

Seda arvu millest lahutame, nimetatakse vähendatavaks ja arvu, mida lahutame, vähendajaks ning lahutamise resultati vaheks. Lahutamise märgiks tarvitame miinust (-). Negatiivsete ja negatiivsete arvude puhul oli eelpool seletatud, on parem lugeda vähendatav plussliikmeks ja vähendaja miinusliikmeks.

Näide. 63024 - 48362?	Vähendatav	63024
	Vähendaja	- 48362
	Vahe	14662

Märkus: + märgi võib esimese liikme ees ka ära jätta ja meie loeme ilma märgita liiget alati positiivseks, - märk tuleb aga igal juhul kirjutada.

Lahutamist kontrollime nõnda, et liidame vähendaja vahega, mis peab andma vähendatava.

6. Ulesanne. 1910 aastal oli maailma kaubalaevastik 41914765 brutto tonni, 1920. aastal 57314065, 1930.a. 69607644 br.tn. Arvuta tonnaazi muutus 1910 - 1920, 1920 - 1930 ja 1910 - 1930 aastate vahel?

Märkus: Nii liitmise kui ka lahutamise puhul peab mees pidama, et meie võime liita ja ka lahutada ainult samanimelisi suurusi.

Näide. Laevale toodi üks kast segakaupa, mis kaalus 2 tonni ja üks tonn, mis kaalus 280 kg. Liitmisel teeme kõik kilogrammideks, teades, et 1 tonn on 1000 kg., saame 2000 kg + 280 kg = 2280 kg.

Näide 2. Laev väljus Tallinnast kell 5.30 p.l. ja jõudis Kuressaare järgmisel hommikul 7.40; leida reisi kestvus?

31 tundi	40 minutit	Südaösel on 24 tundi, kell 7.40 asemel
17 "	30 "	võtame 24 + 7 t 40 m = 31 t 40 m
14 tundi	10 minutit	oli reisi kestvus.

6. Korrutamine.

Iga üksikut arvu korrutamisel nimetame teguriks ja korrutamise resultati korrutiseks. Korrutise märgiks kasutame nüüd punkti, mida kirjutame kahe arvu vahel (numbrite poolel kõrgusel, mitte all äärel). Varemolt kasutati korrutise märgiks viltu risti, mida leidub veel näidki õpperaamatuis.

Korrutamisel võime asetada tegurid ükskõik missuguses järjekorras. näiteks 4.5=20 ja 5.4 = 20; 3.7=21 ja 7.3 = 21 ; 2.3.5= 30; 3.2.5 = 30; 5.3.2 =30; 2.5.3 = 30; 3.5.2 = 30; 5.2.3 = 30. See on ka üks aritmeetika põhiomadusi, mida võime sõnastada järgmiselt: Korrutis ei olene tegurite järjekorrast.

Korrutist kontrollime järgmiselt: Leiame tegurite ristsummad ja korrutame need, õige korrutamise puhul peab see korrutis võrdselt korrutise ristsummaga. Kui ristsumma on suurem ühekohasest arvust, võtame veel selle summa j.n.e., nõnda et kõik oleksid ühekohased arvud.

1. näide: tegur	24	ristsumma	6
	63	"	9
	72	tegurite rist-	
	144	summa	54
		tema ristsumma	9
korrutis	1512	korrutise	" 9

näide.	632	ristsumma	11	tema ristsumma	2
	475	"	16	"	7
	44240	ristsummade korrutis			14 tema rists.5
	2528				
	3 00200			korrutise ristsumma	5

7. Jagamine.

Seda arvu, mida jagame, nimetame jagatavaks (diviend), arvu millega jagame nim. jagajaks ja resultaati jagatiseks. Jagamise märgiks tarvitame kaht vertikaalselt (püsti) asuvat punkti.

$$1. \text{ näide } 832 : 16 = 52$$

$$\text{Jagatav} = \text{jagaja} \cdot \text{jagatis}$$

Jagamist kontrollime nõnda, et korrutame jagaja jagatisega, sest jagatav võrdub jagaja ja jagatise korrutisega, mis on maksev jäägita jagamise puhul. Lelmises näites $16 \cdot 52 = 832$

Kui jagamine lõpeb jäägiga, siis jagatav võrdub jagaja kord jagatis pluss jääk.

2. näide. Katsa rügement tahab transporteerida praamidega 763 hobust Kuivastest- Virtsu, kus juures igasse praami mahub 48 hobust. Mitu praami läheb tarvis?

$$763 : 48 = 15 \quad 763 = 48 \cdot 15 + 43$$

$$\text{Jagatav} = \text{jagaja} \cdot \text{jagatis} + \text{jääk}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ 283 \\ \hline 240 \end{array}$$

jääk 43

Näeme, et hobuste transportimiseks vajatakse 16 praami, kusjuures viimases praamis on ainult 43 hobust.

3. näide. Keegi omas 4450 kr., ta tahtis selle eest osta laeva-aktsiaid, mille üksik hind oli 120 kr. Mitu aktsiat sai ta osta ja palju jäi tal raha üle?

Enne jagamist võime nii jagatavas kui ka jagajas jätta ära nulli, sellega vähendame mõlemaid 10 korda.

Jagatis ei muutu, kui vähendame jagatavat ja jagajat ühe ja sama arvu korra.

$$445 : 12 = 37, \text{ näeme, et ta võib osta } 37 \text{ aktsiat ja } 11 \text{ kr jääb üle}$$

$$(jääki suurendame 10 korda, sest ennem vähendasime)$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 85 \\ \hline 84 \end{array}$$

jääk 1

Märkus. 1) Jagamise märgiks võime tarvitada ka joont, näiteks $\frac{832}{16} = 32$

2). Aritmeetika neljast põhitehtest loetakse korrutamine ja jagamine kõrgema järgu teheteks võrreldes liitmisega ja lahutamisega. Kui meil esineb mitu tehet kõrvuti, siis teeme esiteks kõrgema järgu tehteid.

$$1. \text{ näide. } 8 \cdot 9 - 7 \cdot 3 + 5 \cdot 9 - 6 \cdot 8 = 72 - 21 + 45 - 48 = 48$$

$$2. \text{ näide } 57 : 3 + 72 : 8 - 84 : 7 + 144 : 6 = 19 + 9 - 12 + 24 = 40$$

Ülesanded. Nr 7. Liita 9 tundi 14 minutit 18 sekundit, 17 t 46m 3s, ja 20 t 36 m 50 s (vastus: 1 öö-päev 23t 37m 11s)

Nr 8. Lahuta järgmised arvud ja kontrolli resultaadi:

$$900 - 4876; \quad 5763 - 4800; \quad 87349999 - 1435678; \quad 42952445 - 9999999;$$

$$83627 - 40025.$$

Nr. 9. Korruta arvud ja kontrolli saadused:

$$76 \cdot 802, \quad 2873 \cdot 365; \quad 128 \cdot 873 \cdot 18; \quad 2500 \cdot 240 \cdot 20.$$

Nr.10. Tee järgmised jagarised ja kontrolli resultaadiid?
896:28; ... 250400 : 32; 9732800 : 1540; 604985 : 83.

III H A R I L I K M U R D.

8. lihtmurd ja liigmura. Segaarv.

Täisarvude jagamisel nägime, et jagamine võib olla ka jäägiga, näiteks $29 : 6 = 4$, mida võime ka kirjutada nõnda $\frac{29}{6} = 4 + \frac{5}{6}$
jääk 5

Kõnel juhul on meil võimalik seda jääki veel edasi jagada. Näiteks kui tahame jagada 7 õuna 3 poisi vahel, siis saaks esiteks iga poiss 2 tervet õuna ja üks õun jääb üle. Selle ühe õuna võime lõigata kolmeks võrdseks tükiks ja iga poiss saaks siis 2 tervet õuna ja ühe kolmandiku õuna mida võime kirjutada $2 + \frac{1}{3}$

Nõnda loome lisaks täisarvudele uue arvu liigi, nagu $\frac{1}{3} \frac{2}{5} \frac{4}{7}$ j.n.e mida nimetame murruks. Nõnda võime ütelda, et murd on joonega tähistatud jagamine. Joone peal olevat arvu kutsume lugejaks ja joone all olevat arvu nimetajaks. Murru nimetaja näitab, mitmeks osaks terve on jagatud ja lugeja näitab, mitu osa on võetud.

Murruks	$\frac{2}{5}$	terve on jaotatud viieks osaks ja neio osi on võetud 2
"	$\frac{3}{7}$	" " seitsmeks " " " " " 3
"	$\frac{5}{12}$	" " kaheteistkümneks " " " " " 5

Kõige eelpool toodud murudel on joone peal olev arv väiksem joone allusest arvust. Murd, mille lugeja on väiksem nimetajast nim. lihtmurruks.

Märkus. Igal juhul pole tikeldamine võimalik, nagu eelpool nimetatud õunte puhul. Kui meil tuleks jagada 7 hobust kolme tsuniku vahel, siis ei saa me seda ülejäävat hobust tikeldada. 7-da nr. all olevas näites meie arvutasime, mitu praami läheb 763 hobuse transportimiseks ja saime 15 ning 43 jäi üle, mida võime kirjutada $\frac{43}{48}$, siin meie praami jaotama ei hakka, vaid võtame 16 tervet praami.

Avaldised $\frac{12}{5}$, $\frac{15}{7}$, $\frac{24}{7}$, $\frac{256}{16}$, $\frac{5}{5}$ nimetame ka muraudeks, olgugi, et jagamise teel võiks nendest täis osa eraldada. Murd, mille lugeja on suurem nimetajast nim. liigmurruks.

Eraldame jagamise teel liigmurdudest täisosa, saame $\frac{12}{5} = 2 + \frac{2}{5}$;
 $\frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4}$; $\frac{32}{7} = 4 + \frac{4}{7}$. Näeme, et need avaldised koosnevad täisarvust ja murrust, need on n.n. segaarvud. Lühidalt kirjutame, nõnda, et jätame pluss märgi ära. $2 + \frac{2}{5} = 2\frac{2}{5}$, mida loome: kaks kaks viiendikku.

Iga liigmurru võime muuta segaarvuks ja ise segaarvu liigmurruks
Et muuta segaarvu $3\frac{2}{5}$ liigmurruks, peame teadma mitu viiendikku on täisarvus 3. Ühes on viis viiendikku, siis kolmes on $3 \cdot 5 = 15$ viiendikku, peale selle veel 2 viiendikku, seega kokku 17 viiendikku; $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$, samuti $8\frac{5}{7} = \frac{8 \cdot 7 + 5}{7} = \frac{61}{7}$

Et muuta segaarvu liigmurruks, selleks korrutame segaarvu täisosa murru nimetajaga ja liidame murru lugeja, saadud arv on liigmurru lugeja, nimetaja jääb endiseks.

Iga täisarvu võib kirjutada ka murru kujul.

Näiteks arvu 1 võime kirjutada: $\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}, \frac{6}{6}$ j.n.e.

" 2 " " $\frac{2}{1}, \frac{4}{2}, \frac{6}{3}, \frac{8}{4}, \frac{10}{5}$ "

" " 3 " " $\frac{3}{1}, \frac{6}{2}, \frac{9}{3}, \frac{12}{4}$ "

9. Murru laiendamine ja taandamine.

Nii murru laiendamine kui ka murru taandamine järgnevad murru põhiomadustest, mida võime sõnastada järgmiselt: Murru väärtus ei muutu, kui murru lugejat ja nimetajat korrutada või jagada ühe ja sama arvuga. Esimest juhtumit, s.o. kui lugejat ja nimetajat korrutame sama arvuga, nim. murru laiendamiseks, teist juhtumit, s.o. kui lugejat ja nimetajat jagame sama arvuga, murru taandamiseks.

Näited: 1.) Laienda murrud $\frac{4}{7}, \frac{8}{9}, \frac{7}{23}$ korrutades lugejat ja nimetajat 5-ga

$$\frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{20}{35}; \quad \frac{8}{9} = \frac{8 \cdot 5}{9 \cdot 5} = \frac{40}{45}; \quad \frac{7}{23} = \frac{7 \cdot 5}{23 \cdot 5} = \frac{35}{115}$$

2.) Laienda järgmised murrud $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}$ nõnda, et nende nimetajad kõik muutuksid 12-neks?

Esimese murru nimetaja on 4, teda tuleb korrutada 3-ga, et ta muutuks 12-neks

Teise	"	"	"	3	"	"	"	4-ga	"	"	"	12-neks
Kolmanda	"	"	"	2	"	"	"	6-ga	"	"	"	"
Neljanda	"	"	"	6	"	"	"	2-ga	"	"	"	"

3.) Murrud $\frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{7}{16}, \frac{1}{2}$ laienda nõnda, et nimetaja oleks 32

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 8}{4 \cdot 8} = \frac{8}{32}; \quad \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 4}{8 \cdot 4} = \frac{12}{32}; \quad \frac{7}{16} = \frac{7 \cdot 2}{16 \cdot 2} = \frac{14}{32}; \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 16}{2 \cdot 16} = \frac{16}{32}$$

Murru laiendamine, s.o. lugeja ja nimetaja korrutamine mingi arvuga on alati võimalik. Murru taandamine ei lähe aga sugugi nii lihtsalt, sest enne peame leidma arvu, millega taandame, s.o. arvu, millega lugeja ja nimetaja mõlemad oleksid jaguvad.

Arvu, millega lugeja ja nimetaja mõlemad on jaguvad, nimetame ühisjagajaks.

Näiteks, murru $\frac{3}{15}$ lugejat ja nimetajat saab jagada ainult 3-ga

" $\frac{4}{12}$ " " " " " 2-ga ja 4-ga

" $\frac{6}{18}$ " " " " " 2-ga, 3-ga, 6-ga

Murrul $\frac{7}{8}$ ei ole ühtgi jagajat

Nieme, et mõne murru lugejal ja nimetajal on mitu ühist jagajat, mõnel ainult üks ja mõnel mitte ühtgi. Suurimat arvu, millega murru lugeja ja nimetaja jaguvad, nimetatakse suurimaks ühisjagajaks. Ühine jagaja saadakse ka suurim ühine jagaja ei ole mitte ainult murru lugeja ja nimetaja jaoks, vaid iga kahe või kamitme arvu jaoks.

Kui murru lugeja ja nimetaja mõlemad on ühekohased arvud, siis lihtsam on leida kergesti suurim ühisjagaja. Kahe-, kolmekohaste või veel suurema arvude puhul võime esiteks taandada väiksema arvuga, näiteks 2-ga, 3-ga, 5-ga, 10-ga kasutades arvude jaguvuse tunnuseid.

Näide 4.) Taanda murrud $\frac{364}{372}, \frac{2592}{8632}, \frac{417}{528}$

Esimese murru $\frac{364}{372}$ lugeja ja nimetaja on jaguvad 2-ga ja 4-ga, kuid mitte 3-ga. Taandades 4-ga, saame $\frac{91}{93}$, mis ongi taandatud murd.

Teist murdu võib taandada kas 2-ga, 4-ga või 8-ga; viimane on suurimaks ühisjagajaks ja taandatud murd on $\frac{324}{1079}$.

Kolmandat murdu võib taandada ainult 3-ga, saame $\frac{139}{176}$

Kui aga meie ei leia ühisjagajat eelpool antud tunnuste abil, siis toimime järgmiselt: Jagame suurema arvu vähemaga, siis vähema arvu esimese jäägiga, selle järgi esimese jäägi teise jäägiga, teise jäägi kolmandaga j.n.e. Seda jagamist teeme niikaua, kuni jagamine lõpeb jäägita; jagaja viimasel jagamisel on suurimaks ühisjagajaks.

Näide 5.) Taanda murd $\frac{221}{391}$ selle viimase junise järgi ?

$$391 : 221 = 1 ; 221 : 170 = 1 ; 170 : 51 = 3 ; 51 : 17 = 3$$

$$\begin{array}{r} 221 \\ 170 \\ \hline 51 \end{array} \quad \begin{array}{r} 170 \\ 51 \\ \hline 119 \end{array} \quad \begin{array}{r} 153 \\ 17 \\ \hline 136 \end{array} \quad \begin{array}{r} 51 \\ 17 \\ \hline 34 \end{array}$$

Saame viimase jagajana 17, mis on suurimaks ühiseks jagajaks ja taandatud murd on $\frac{13}{23}$

Ulesanne nr. 11. Taanda järgmised murrud: $\frac{234}{804}$ $\frac{738}{828}$ $\frac{135}{165}$ $\frac{950}{1500}$

(Vastused: $\frac{39}{134}$ $\frac{41}{46}$ $\frac{9}{11}$ $\frac{19}{30}$)

Nr 12. Taanda järgmised murrud viimase reegli abil?

$$\begin{array}{r} 279 \\ 269 \end{array} \quad \begin{array}{r} 391 \\ 943 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2555 \\ 4818 \end{array} \quad \left(\text{Vastused: } \frac{3}{10} \quad \frac{17}{41} \quad \frac{35}{66} \right)$$

10. Harilike murdude liitmine.

Harilik murdude liitmisel tuleb esiteks vaadata, kas murrud on samasuguste nimetajatega s.o. samanimelised murrud, või isesuguste nimetajatega isenimelised murrud.

Näiteks murrud $\frac{5}{18}$ $\frac{7}{18}$ $\frac{11}{18}$ on samanimelised või ühenimelised

$\frac{1}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$ on isenimelised

Kuna enamuse praktikas esinevaid murde on isenimelised, siis peame need esiteks muutma ühenimelisteks, sest liita võime ainult ühenimelisi murde. Murdude laiendamisel nägime, et korrutamise abil on võimalik muuta murde samanimelisteks. Esimeseks küsimuseks on aga leida see arv, mis oleks ühiseks nimetajaks kõigile antud murrudele, s.o. arv, mis jagub kõigi murdude nimetajatega. Näiteks murdude $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ ühiseks nimetajaks võib olla 12 sest ta jagub 2-ga, 3-ga ja 4-ga. Kuid mitte ükski 12 ei ole see arv, vaid ka arvud 24, 36, 48, 60, 72 j.n.e. jaguvad samuti antud murdude nimetajatega, seega võiksid olla ühiseks nimetajaks. Väiksema arvu puhul on aga tehted kergemad, sellepärast võtame murdude ühiseks nimetajaks vähima arvu, mis jagub antud murdude nimetajatega. Vähim arv, mis jagub antud murdude nimetajatega, on nende murdude vähimaks ühiseks nimetajaks. (v.ü.n.)

Et leida murdude vähimat ühisnimetajat, selleks lahutame kõik nimetajad algteguriteks ja võtame esimesest nimetajast kõik tegurid, teisest tegurist mis esimeses puuduvad, kolmandast tegurid mis esimeses ja teises puuduvad j.n.e.

1. näide. Muudame murrud $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{4}{21}$ ühenimelisteks.

Esimene nimetaja $6 = 2 \cdot 3$, sellest võtame kõik tegurid $2 \cdot 3$
 Teine " $10 = 2 \cdot 5$ " " esimeses puuduva teguri 5
 Kolmas " $21 = 3 \cdot 7$ " " " ja teisis puuduva teg. 7
 Nõnda v.a.n. $= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$

Et nuda leida seda tegurit, millega vastava murru lugejat ja nimetajat korrutada, seda näeme v.a.n. teguritest. Esimese murru nimetajas on $2 \cdot 3$, kuid puudub $5 \cdot 7 = 35$, millega tulebki korrutada. Teise murru nimetajas on $2 \cdot 5$, puudub $3 \cdot 7 = 21$, millega peab korrutama, ja kolmandas on $3 \cdot 7$, puudub $2 \cdot 5 = 10$.

Ühenimelised murrud on:

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 35}{6 \cdot 35} = \frac{175}{210}; \quad \frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 21}{10 \cdot 21} = \frac{147}{210}; \quad \frac{4}{21} = \frac{4 \cdot 10}{21 \cdot 10} = \frac{40}{210}$$

1. Märkus: Seda puuduvat tegurit võime ka nõnda leida, et jagame ühisnimetaja vastava murru nimetajaga ja jagatis ongi see tegur, millega korrutame selle murru lugejat ja nimetajat.

2. näide: Teeme murrud $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{32}$, $\frac{2}{5}$ ühenimelisteks.

Esimene nimetaja $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$, teine $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, kolmas on algarv 5. Esimesest võtame $2 \cdot 2 \cdot 2$, teisest veel $2 \cdot 2$, sest temas oli 2 tegurina 5 kord, esimeses ainult 3 kord; kolmandast võtame 5
 v.a.n. $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 160$ ja ühenimelised murrud on

$$\frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 20}{8 \cdot 20} = \frac{140}{160}; \quad \frac{9}{32} = \frac{9 \cdot 5}{32 \cdot 5} = \frac{45}{160}; \quad \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 32}{5 \cdot 32} = \frac{64}{160}$$

2. märkus Nii nagu leidsime murdade ühisnimetaja, nõnda võime leida ka ühe kahe või rohkem arvu jaoks ühe uue arvu, mis on jaguv nendega; seda arvu nimetatakse antud arvude ühiskordseks, vähimat arvu aga vähimaks ühiskordseks.

Oleme nuda leidnud murdade ühise nimetaja, saame murdade liitmise jaoks järgmise reegli: Liidame ühiste nimetajatega murdade lugejad, mis annab summa lugeja ja nimetajaks on ühisnimetaja.

3. näide: Liita murrud $\frac{3}{8}$, $\frac{11}{28}$, $\frac{41}{42}$, $\frac{13}{56}$?

Vähime ühisnimetaja leidmiseks lahutame kõik nimetajad algteguriteks:

$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ esimest murdu korrutame puuduva teguriga $7 \cdot 3$
 $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$ teist " " " " $2 \cdot 3$
 $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ kolmandat " " " " $2 \cdot 2$
 $56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$ neljandat " " " " 3
 v.a.n. $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3 = 168$

$$\frac{3 \cdot 21}{8 \cdot 21} + \frac{11 \cdot 6}{28 \cdot 6} + \frac{41 \cdot 4}{42 \cdot 4} + \frac{13 \cdot 3}{56 \cdot 3} = \frac{63 + 66 + 164 + 39}{168} = \frac{332}{168} = 1 \frac{164}{168} = 1 \frac{41}{42}$$

4. näide, $\frac{11}{30} + \frac{7}{45} + 2 \frac{14}{135} + 7 \frac{13}{25}$?

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$135 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$25 = 5 \cdot 5$$

$$v.a.n. = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 = 1350$$

Liidame täisarvud eraldi, saame:

$$3 + 5 + 2 + 7 + \frac{11}{30} + \frac{7}{45} + \frac{14}{135} + \frac{13}{25} = 17 \frac{11 \cdot 45 + 7 \cdot 30 + 14 \cdot 10 + 13 \cdot 54}{1350} = 18 \frac{197}{1350}$$

3. märkus: Suuremate arvude puhul algteguriteks lahutamist on kõige sobivam teha nõnda, et tõmbame püstjoone, mille paremale poole kirjutame kõik algtegurid üks teise alla ja vasakule poole arvud, mida saame algteguritega jagamisel.

5. näide. $5 \frac{41}{60} + 1 \frac{37}{105} + \frac{11}{180} ?$

60	2	105	3	180	2
30	2	35	5	90	2
15	3	7	7	45	3
5	5	1		15	3
1				5	5
				1	

$v.d.n. = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3 = 1260$

Eselpool antud seletustest ja näidetest saame harilike murdade liitmiseks järgmised juhised: 1.) Liida täisarvud, kui need on olemas.

2.) Tee murrud ühenimelisteks

3.) Liida lugejad.

4.) Eralda täisarv, kui esineb liigmurd.

5.) Taanda mura kui see on võimalik

Ülesandeid murdade liitmiseks:

Nr. 13. $16 \frac{2}{3} + 14 \frac{1}{3} + 17 \frac{1}{2} + 19 \frac{3}{4} + 27 \frac{5}{12} ?$ Vastus: $95 \frac{2}{3}$

14. $7 \frac{13}{96} + \frac{49}{60} + 2 \frac{7}{20} + 11 \frac{73}{144} + 16 \frac{7}{24} ?$ Vastus: $38 \frac{29}{288}$

15. $8 \frac{14}{76} + 4 \frac{8}{35} + 6 \frac{37}{70} + \frac{14}{15} + 1 \frac{17}{60} + 3 \frac{22}{105} ?$ " $24 \frac{419}{1140}$

11. Harilik murdade lahutamine.

Murdade lahutamise puhul peab need ka ühenimelisteks tegema, sest lahutada saab ainult ühenimelisi murede. Näiteks:

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{12} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} - \frac{5 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{21-10}{24} = \frac{11}{24}$$

Esinevad segaarvud, siis lahutame enne täisarvud. Näiteks:

$$7 \frac{79}{81} - 5 \frac{5}{72} = 2 \frac{79 \cdot 8 - 5 \cdot 9}{648} = 2 \frac{632 - 45}{648} = 2 \frac{587}{648}$$

On vähendatava murrululine osa väiksem vähendaja murrulisest osast, siis laename ühe terve vähendatava täisarvust. Näiteks:

$$3 \frac{23}{96} - 2 \frac{35}{36} = 3 \frac{69}{288} - 2 \frac{280}{288} = 2 \frac{288 + 69}{288} - 2 \frac{280}{288} = \frac{357 - 280}{288} = \frac{77}{288}$$

Märkus: Viimase näite puhul oli kerge otsustada, et mura $\frac{23}{96}$ on väiksem kui $\frac{35}{36}$, kuna esimene mura on umbes üks veerand, teine aga peaaegu üks terve. Igal juhtumil ei ole see nii lihtne, et juba pealiskaudsel vaatllemisel võime otsustada, milline nendest on suurem. Et otsustada antud murdade suuruste kohta, selleks teeme nad ühenimelisteks, sest ühenimeliste murdade juures on see mura suurem, mille lugeja on suurem. Näiteks teeme järgmised murrud ühenimelisteks ja asetame need suuruste järjekorda:

$$\frac{4}{15} \frac{7}{20} \text{ ja } \frac{9}{32} ; \frac{4}{15} = \frac{4 \cdot 32}{15 \cdot 32} ; \frac{7}{20} = \frac{7 \cdot 24}{20 \cdot 24} ; \frac{9 \cdot 15}{32 \cdot 15} ; \frac{128}{480} , \frac{135}{480} \text{ ja } \frac{168}{480}$$

Juhtuvad murdade lugejad võrrelda olema, siis see mura on suurem, mille nimetaja on väiksem.

1. näide. $7 - \frac{11}{39} = 6 \frac{39}{39} - \frac{11}{39} = 6 \frac{28}{39}$

$$2. \text{ näide. } \frac{122}{19} - 3 = 6 \frac{4}{19} - 3 = 3 \frac{4}{19}$$

$$3. \text{ näide } 11 \frac{25}{126} - 1 \frac{11}{18} = 11 \frac{25}{126} - 1 \frac{77}{126} = 10 \frac{151}{126} - 1 \frac{77}{126} = 9 \frac{37}{63}$$

Murdude lahutamiseks saame järgmised juhised:

- 1.) lahuta täisarvulised osad, kui see võimalik
- 2.) Tee murruo ühenimelisteks.
- 3.) Lahuta lugejad. (Tärvituduse korral laena vähendatava täisosast)
- 4) Taanda murd kui võimalik.

Täisarvude murdude lahutamiseks:

$$\text{Nr. 16 } 8 \frac{7}{32} - 5 \frac{11}{32} ; 5 \frac{8}{15} - 3 \frac{3}{10} ; 7 \frac{9}{16} - 4 \frac{1}{4} ;$$

$$17 \quad 5 - 2 \frac{7}{16} ; 8 - 4 \frac{9}{25} ; 10 - 9 \frac{149}{150} ;$$

$$18. \quad 4 \frac{11}{40} - 2 \frac{41}{45} ; 64 \frac{33}{40} - 56 \frac{7}{24} ; 19 \frac{18}{55} - 15 \frac{119}{121} ;$$

$$\text{Vastus. } 1 \frac{131}{360} ; 28 \frac{8}{15} ; 3 \frac{208}{605}$$

Tee liitmise ja lahutamise tehted:

$$19. \quad 50 \frac{7}{12} - 43 \frac{1}{6} - 7 \frac{7}{20} + \frac{4}{15} \quad \text{Vastus: } \frac{1}{3}$$

$$20. \quad 23 \frac{3}{8} - 12 \frac{15}{32} + 2 \frac{1}{60} - 9 \frac{47}{160} ; \quad " \quad 3 \frac{151}{240}$$

12. Kerilike murdude korrutamine.

Täisarvude korrutamisel resultaat on alatisuurem üksikust tegurist; murdude puhul võib korrutis olla ka väiksem üksikuist teguritest, olenedes sellest, kas tegurid on liht- või liigmurru. Enne korrutamisele asumist muudame segamurd liigmurdudeks; täisarvud muudame ka murduks nõnda, et täisarv ise on lugejaks ja nimetajaks kirjutame 1-he. Niis on meil tegemist ainult murdudega ja korrutamise reegel on järgmine: Korrutame murdude lugejad lugejatega ja nimetajad nimetajatega.

Praktiliselt on seda kõige parem teha sel viisil, et võtame uue murru joone, mille peale kirjutame kõigi tegurite lugejad ja joone alla kõik nimetajad. Enne korrutamist taandame niipalju kui võimalik.

$$1. \text{ näide: } \frac{3}{5} \cdot \frac{9}{13} \cdot \frac{26}{27} = \frac{3 \cdot 9 \cdot 26}{5 \cdot 13 \cdot 27} = \frac{2}{5}$$

$$2. \text{ näide: } \frac{4}{27} \cdot 6 = \frac{4 \cdot 6}{27 \cdot 1} = \frac{8}{9}$$

$$3. \text{ näide: } 8 \frac{1}{3} \cdot 3 \frac{2}{5} = \frac{25 \cdot 17}{3 \cdot 5} = \frac{85}{3} = 28 \frac{1}{3}$$

$$4. \text{ näide: } \frac{7}{9} \cdot 3 \frac{2}{3} \cdot 9 \cdot 4 \frac{2}{11} \cdot \frac{3}{22} = \frac{7 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 46 \cdot 3}{9 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 11 \cdot 22} = \frac{161}{11} = 14 \frac{7}{11}$$

Juhime tähelepanu . veel ühe murdude korrutamise järeldusele, mida vajame erisainete õppimisel, s.o. lihtmurdude korrutis on alati väiksem

1.

Näiteks, lihtmurdude $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7}$ korrutis muutub ikka

väiksemaks ja väiksemaks, kui palju meie neid tegureid ka võtame.

Ülesandeid murdude korrutamiseks.

- Nr. 21. $15 \cdot \frac{3}{25} ; \frac{7}{48} \cdot 36 ; \frac{9}{40} \cdot 23 ;$ ($1 \frac{4}{5} ; 5 \frac{1}{4} ; 5 \frac{7}{40}$) Vastused:
- Nr. 22. $\frac{8}{27} \cdot \frac{15}{32} ; \frac{8}{9} \cdot \frac{3}{20} ; \frac{5}{14} \cdot \frac{7}{30} ;$ ($\frac{5}{36} ; \frac{2}{15} ; \frac{1}{12}$)
- Nr. 23. $2\frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{4} ; 4\frac{4}{5} \cdot 5\frac{5}{8} ; 1\frac{11}{13} \cdot 1\frac{1}{12} ;$ ($10 ; 27 ; 2$)
- Nr. 24. $4 \frac{5}{18} \cdot \frac{15}{44} ; 2 \frac{7}{120} \cdot 96 ; 63 \cdot 9 \frac{1}{35} ;$ ($1 \frac{11}{24} ; 197\frac{3}{5} ; 568 \frac{4}{5}$)
- Nr. 25. $7 \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} ; 3 \frac{7}{8} \cdot 2 \frac{4}{7} \cdot 5 \frac{4}{9} ; \frac{36}{55} \cdot \frac{104}{119} \cdot \frac{85}{143} \cdot \frac{121}{144} ;$
($11\frac{2}{3} ; 54 \frac{1}{4} ; \frac{2}{7}$)

13. Harilike murdude jagamine.

Jagamise korral teeme ka segaarvud liigmurdudeks, täisarvud kirjutame murdudena, nagu seda tegime korrutamisel, saame jagamise reegli: Jagatava lugeja korrutame jagaja nimetajaga ja jagatava nimetaja jagaja lugejaga. Võime ka ütelda, et jagamine on ümberpööratud murruga korrutamine.

Ümberpööratud murru saame, kui vahetame lugeja nimetajaga, seda uut murdu nimetatakse ka antud murru pöördväärtuseks.

Näiteks murru $\frac{2}{3}$ pöördväärtus on $\frac{3}{2}$

" $\frac{4}{7}$ " $\frac{7}{4}$

" $\frac{1}{2}$ " $\frac{2}{1}$

j.n.e.

$$1. \text{ näide: } \frac{49}{65} : \frac{14}{35} = \frac{49 \cdot 35}{65 \cdot 14} = \frac{21}{10} = 2 \frac{1}{10}$$

$$2. \text{ näide: } \frac{75}{1} : 3 \frac{2}{3} = \frac{75}{1} : \frac{11}{3} = \frac{75 \cdot 3}{1 \cdot 11} = \frac{225}{11} = 20 \frac{5}{11}$$

$$3. \text{ Näide: } 56 \frac{2}{3} : 5 = \frac{170}{3} : 5 = \frac{170 \cdot 1}{3 \cdot 5} = \frac{34}{3} = 11 \frac{1}{3}$$

Täisarvude jagamisel on jagatis alati väiksem jagatavast, murdude puhul võib see ja suurem olla. Näiteks $1 : \frac{1}{4} = 4$. Seda võime seletada sellega, et jagatis näiteb, mitu korda üks arv mahub teise sisse. Nõnda veerand mahub ühe tervesse neli korda (ühe terve heeringa tünki mahub neli veerand tünki), kaks viiendikku kahe tervesse 5 korda, kolm kahendikku kuue tervesse 4 korda.

Võime ütelda, et jagatis on suurem jagatavast siis, kui jagaja on lihtmurd.

Ülesandeid murdude jagamiseks:

Vastused

Nr. 26. $\frac{4}{25} : \frac{2}{15} ; \frac{15}{16} : \frac{55}{64} ; \frac{121}{135} : \frac{33}{35} ;$ ($1\frac{1}{5} ; 1\frac{1}{11} ; \frac{77}{45}$)

Nr. 27. $\frac{4}{9} : 5 ; \frac{2}{15} : 7 ; \frac{8}{9} : 4 ;$ ($\frac{4}{45} ; \frac{2}{105} ; \frac{2}{9}$)

Nr. 28 $24 : \frac{1}{8} ; 16 : \frac{4}{5} ; 25 : \frac{15}{19} ; (192 ; \frac{4}{5} ; 31 \frac{2}{3})$

Nr. 29 $4 \frac{2}{3} : 3 \frac{1}{2} ; 1 \frac{11}{24} : 3 \frac{3}{20} ; 20 \frac{1}{4} : 15 \frac{3}{4} ; (1 \frac{1}{3} ; \frac{25}{54} ; 1 \frac{2}{7})$

Ülesanded kõigi tehete peale murduvõtte.

Nr. 30 $\frac{8 \frac{4}{15} \cdot 2 \frac{1}{4}}{6 \frac{1}{5}} ; \frac{\frac{7}{16} \cdot 4 \frac{4}{5}}{7 \frac{1}{5} \cdot \frac{7}{24}} ; \frac{5 \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{12}}{8 \frac{5}{9} \cdot 1 \frac{1}{11}} ; (3 ; 1 ; \frac{1}{3})$

Nr. 31. $2 \frac{3}{5} \cdot 6 \frac{2}{3} + 10 \frac{1}{2} \cdot 15 \frac{1}{3} ; 15 \frac{1}{4} : 1 \frac{4}{5} + 25 \frac{2}{7} ; \frac{8}{9} \cdot 2 \frac{1}{4} - \frac{15}{17} ;$
 $(17 \frac{1}{3} ; 34 \frac{1}{28} ; 1 \frac{2}{17})$

Nr. 32. $\frac{1 \frac{3}{8} + 3 \frac{11}{18}}{2 \frac{3}{4} - 2 \frac{8}{9}} ; \frac{2 \frac{13}{21} - \frac{6}{35}}{2 \frac{1}{42} - 1 \frac{5}{7}} ; \frac{4 \frac{8}{11} \cdot \frac{40}{1}}{5 \frac{1}{5} - 1 \frac{1}{15}} ; (1 \frac{3}{4} ; 1 \frac{83}{170} ; 34 \frac{1}{11})$

Kontrolltöö nr. 1.

- 1) Leida kõik algarvud 100 -150 vahel!
- 2) Kas 943 on algarv või kordarv, kui kordarv, siis leia algtegurid.
Missuguse algarvuni tuleb seda proovida?
- 3) Missuguste arvudega on jaguv 72?
- 4) Laev lahkus sadamast kell 19.35 laupäeva õhtul ja jõudis sihtsadamasse järgmise nädala neljapäeval kell 04.15. Leida reisi kestvus!
- 5) Curacao tõeline lõuna on 4 t 35 m 45 s hiljem Londoni tõelisest lõunast, mis aga omakord on 1 t 39 m võrra hiljem Tallinna tõelisest lõunast. Mis näitab kell Curacaos, kui see Tallinnas on 3 t 25 m 45 s (hommikul)?
- 6) Neljakandilise joogivee tanki pikkus on $2 \frac{1}{2}$ m, laius $1 \frac{1}{4}$ m ja kõrgus $1 \frac{3}{5}$ m. Mitu liitrit vett mahutab see tank ($1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l}$)
Leida vee sügavus tankis, kui sinna valada vett 2 tonni!

7. $\frac{16}{45} + 1 \frac{37}{54} + 2 \frac{103}{108} + \frac{23}{144} + \frac{11}{180} = ?$

8. $12 \frac{7}{30} - 9 \frac{8}{45} + 2 \frac{41}{60} - 4 \frac{11}{20} = ?$

9. $\frac{3 \frac{1}{8}}{35} : \frac{1 \frac{4}{5}}{1 \frac{2}{5}} = ?$

10. $\frac{3 \frac{1}{2} \cdot 5 \frac{1}{3} + 8 \frac{1}{4} : 2 \frac{1}{5}}{5 \frac{1}{5} \cdot 3 \frac{1}{3} - 2 \frac{2}{3} \cdot 4} = ?$