

A R I T M E T I K A .

Merekooli eelklassi kursus.

Koostanud dr. Ed. Kägi.

14. Sõnaliste ülesannete lahenoamine harilike murdudega.

Elmises õppekirjas nägime, et tehted harilike murdudega on küllalt tülikad, iseäranis liitmine ja lahutamine, kus tuleb hulk tööd teha, et leida ühisnimetajat. Samuti ka harilike murdude kirjutamine ja trükkimine on tehniliselt raskem kui kümnendmurd. Sellepärast püütakse igal pool, kus võimalik, kasutada kümnendmurde. Praktilises elus on siiski palju ülesandeid, kus harilikud murrud on tarvilikud ja nende abil võib ülesandeid isegi kergemini lahendada. Selleks olgu mõned näited:

1. näide. Laevad kantakse kinnistu-~~ra~~amatusse mõtteliste osadena, s.o. laev loetakse üheks terveks ja igal osanikul on mingi murruline osa laevast vastavalt sissemakstud summale.

Laev osteti 6500 inglise naela (£) eest, millest kapten maksis 2400 £ tüürimees 1800 £, haanik 1600 £ ja pootsman 700 £. Nõnda oleksid mõttelised osad järgmised:

kaptenil .	$\frac{2400}{6500}$	taandatud	$\frac{24}{65}$
tüürimehel .	$\frac{1800}{6500}$	"	$\frac{18}{65}$
mehhaanikul .	$\frac{1600}{6500}$	"	$\frac{16}{65}$
pootsmanil .	$\frac{700}{6500}$	"	$\frac{7}{65}$

Kümnendmurdudena ei ole võimalik neid osi täpselt avaldada, vaid neid peaks enne ümardama, kuid sellega on raskusi juriidilisest küljest.

2. näide. 1920. a rahvalugemise järgi elatas Rootsi 5904000 elanikust põllupidamisest $\frac{11}{25}$. Palju inimesi elatus ennast põllupidamisest? Seda ülesannet lahendame nõnda, et esiteks leiame 25-ku osa, mille siis korrutame 11-ga. Tehes need tehted korruga murru joone abil, saame:

$$\frac{5904000 \cdot 11}{25} = 2597760 \text{ inimest}$$

Näeme, et see ei ole muud kui murruga korrutamine.

3. näide. Keegi isik kinkis oma 720000 kr rahasummast $\frac{5}{18}$ koolile. Kui suur oli kingitud summa?

Ka siin leiame esiteks 18-ku, mille korrutame 5-ga, mis ^{on} samuti murruga korrutamine.

$$\frac{720000 \cdot 5}{18} = 200000 \text{ kr.}$$

4. näide. Piim sisaldab $\frac{7}{200}$ (kaalu järgi) rasva. Kui palju rasva on 3 $\frac{3}{4}$ kg. võis?

$$3 \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{200} = \frac{15}{4} \cdot \frac{7}{200} = \frac{21}{160} \text{ kg}$$

5. näide. Keegi sai puhastulu aastas 4200 kr laevast, milles temal oli $\frac{3}{5}$ mõttelist osa. Kui suur oli laeva kogu puhastulu?

Siin arvutame järgmiselt: Kui 4200 kr vastab $\frac{3}{5}$ -le, siis $\frac{1}{5}$ on kolm korda väiksem ja terve on viis korda suurem. Tehes mõlemad tehted korruga murru joone abil, näeme, et see on murruga jagamine.

$$\frac{4200 \cdot 5}{3} = 7000 \text{ kr.}$$

6. näide. Kui laev oli sõitnud $\frac{5}{7}$ omast teekonnast, oli tal veel 350 miilisõitu. Leida kogu teekond!

Kogu teepikkuse võtame 1-na; kui $\frac{5}{7}$ oli sõidetud, siis jäi veel $1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$ sõita. Edasi leiame kogu teepikkuse jagades murruga

$$350 : \frac{2}{7} = \frac{350 \cdot 7}{2} = 1225 \text{ miili}$$

7.näide. Keegi parandasoma varanduse järgmiselt: $\frac{3}{8}$ sanatooriumile, $\frac{1}{6}$ vaestele, $\frac{1}{12}$ kirikule ja ülejäänud 756 kr lastekodule. Kui suur oli kogu parandus?

$$\text{Esiteks liidame kõik osad, } \frac{3}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{9 + 4 + 2}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

jääb üle $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$, mis vastab 756 kroonile, terve parandus on $756 : \frac{3}{8} = 2016$ kr.

8.näide. Kui esimesel päeval loen läbi $\frac{7}{12}$ raamatust, teisel päeval $\frac{1}{3}$ ülejäänust, siis jääb veel 40 lehekülge lugeda. Mitu lehekülge on raamatus? Kui esimesel päeval $\frac{7}{12}$, siis jääb veel järgi $1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$ ja $\frac{1}{3}$ sellest on $\frac{5 \cdot 1}{12 \cdot 3} = \frac{5}{36}$. Esimesel ja teisel päeval kokku on loetud

$$\frac{7}{12} + \frac{5}{36} = \frac{21 + 5}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}. \text{ Jääb veel lugeda } 1 - \frac{13}{18} = \frac{5}{18}, \text{ mis}$$

vastab 40 leheküljele, seega kogu lehekülgede arv on:

$$40 : \frac{5}{18} = \frac{40 \cdot 18}{5} = 144 \text{ lehekülge.}$$

Kõik eel-pool toodud näited võib jagada kahte rühma: 1.) osa leidmine tervest ja 2.) terve leidmine osa abil.

Osa tervest leiame, kui korrutame selle murruga, mis seda osa väljendab. Terve leiame osa abil, kui osa jagame selle murruga, mis seda osa väljendab.

Ülesandeid:

Nr. 33. Põllu suurus on 456 hektaari (ha); $\frac{5}{16}$ sellest on nielu ja ülejäänud kartuli all. Kui suur on nisu- ja kui suur on kartulipõld?

Nr. 34. Kui kassast maksti välja 385 krooni, siis jäi veel $\frac{8}{15}$ järgi. Kui suur oli kassa?

Nr. 35. Kui laev oli sõitnud 700 miili, siis oli ta sõitnud $\frac{5}{7}$ omast teekonnast. Leida teekond?

Nr. 36. Laev andis aastas puhast tulu 1800 £, mida pidi jagatama kolme osaniku vahel. Esimene omas $\frac{5}{9}$, teine $\frac{2}{9}$ mõttelist osa. Palju sai iga osanik?

Nr. 37. Üks kraavilõikaja kaevab $5\frac{2}{5}$ m päevas, teine $\frac{5}{6}$ sellest. Palju jõuavad nad kaevata kokku $4\frac{1}{2}$ päeva jooksul?

IV. KÜMNENDMURRU

Kümnendmurruks nimetame murdu, mille nimetaja on kümme või kümne aste, s.o. $10 \cdot 10$ (kümme teises astmes), $10 \cdot 10 \cdot 10$ (kümme kolmandas astmes) j.n.e. Kümnendmurrul on esiteks see hea omadus, et seda võime kirjutada ühes reas, ilma tülika murru jooneta. Täisosa eraldame murrust koma abil, vasemal pool komat on täisarv ja paremal murruline osa. Esimene koht paremal pool komat on kümnendik, teine koht sajandik, kolmas tuhandik j.n.e.; võime ka ütelda esimene koht peale komat, teine koht peale komat, kolmas koht peale komat j.n.e. Kui täisosa puudub, siis kirjutame selle asemele nulli. Näiteks 3,2 loeme kolm tervet ja kaks kümnendikku, või lühidalt "kolm koma kaks". 14,58 on neliteist tervet ja viiskümmend kaheksa sajandikku, või "neliteist koma viiskümmend kaheksa"; 0,564 loeme null tervet ja viissada kuuskümmend neli tuhandikku j.n.e.

15. Tehted kümnendmurdudega.

Tehted kümnendmurdudega on samasugused nagu tehted täisarvudega, ainult tuleb hästi tähele panna komas asendit.

Täisarvude liitmise ja lahutamise puhul märkisime, et peame kirjutama arvud korralikult üksteise alla; ühelised üheliste, kümnelised kümneliste, sajaliselised sajalistele j.n.e. alla. Kümnendmurdude puhul nõuame ka sedasama, kuid lisaks sellele veel, et komad oleksid üksteise all ja et kümnendikud oleksid kümnendikkude all, sajandikud sajandikkude all j.n.e.

1.näide. $3,495 + 596,8 + 63,78 + 0,005 + 100,24$? Kirjutades üksteise alla saame

$$\begin{array}{r} 3,495 \\ 596,800 \\ 63,780 \\ 0,005 \\ 100,240 \\ \hline 764,320 \end{array}$$

Märkus: Selles näites on esimesel ja neljandal arvul kolm kohta peale komat, kolmandal ja viiendal kaks kohta ja teisel ainult üks koht. Meie võime kirjutada nullid nõnda, et kõik arvud saavad kolm kohta peale komat. Liitmise puhul selleks eriti tarvidust pole, aga lahutamise puhul on see küll väga soovitatav.

2.näide. $59,8 - 47,6785$?

$$\begin{array}{r} 59,8000 \\ - 47,6785 \\ \hline 12,1215 \end{array}$$

Kümnendmurdude korrutamise reegel on järgmine:

Korrutame tegurid nagu täisarvud ja korrutises asetame koma lõpust vasakule nii mitme koha võrra, palju neid on mõlemas teguris kokku.

3.näide: $2,3 \cdot 8 = 18,4$

Selles näites on ~~h~~ ühes teguris üks koht peale komat, teises ühtki, nõnda on korrutises ka ainult üks koht.

4. näide. $5,7 \cdot 0,3 = 1,71$

Siin on esimeses teguris üks koht, teises ka üks, seega korrutises on kaks kohta.

5. näide. $19,1 \cdot 0,003 = 0,0573$

Siin on esimesel teguril üks koht, teisel kolm, nõnda siis korrutises peab olema neli kohta. Et see arv täis tuleks, kirjutame lisaks ühe nulli ja täisosa asemele teise nulli.

Eraldi ^{lihtne} on korrutada arvudega 10; 100; 1000 j.n.e., selleks asetame koma paremale 10 korral ühe, 100 korral kahe, ja 1000 korral kolme koha võrra j.n.e. Kümme kirjutame ühe nulliga, sada kahe, tuhat kolme j.n.e. nulliga, seega siis iga nulli kohta muudame komat ühe koha võrra.

Sama lihtne on korrutada arvudega 0,1 ; 0,001 ; 0,0001 j.n.e. kandes komat vasakule 0,1 korral ühe, 0,01 korral kahe j.n.e. koha võrra. Hea on meeles pidada, et arvu suurendamisel muudame komat paremale ja arvu vähendamisel vasemale.

Kümnendmurdude jagamisel ei saa me mitte kohe asuda jagamisele, vaid enne peame muutma jagaja täisarvuks, kandes koma paremale.

Et aga jagatis ei muutuks, peame ka jagatavas muutma koma asendit sama palju kohti, nagu tegime jagajas.

6.näide. $577,44 : 12 = 48,12$

Selles näites oli jagaja juba täisarv.

7.näide. $37,656 : 2,4$?

Teinud

Muutes jagaja täisarvuks kanname koma ühe koha paremale ja sama palju ka jagatavas, saame

$$376,56 : 24 = 15,69$$

$$\begin{array}{r} 376,56 : 24 = 15,69 \\ 24 \\ \hline 136 \\ 120 \\ \hline 165 \\ 144 \\ \hline 216 \\ 216 \end{array}$$

Kui jagatavataisisosa on läbi, asetame jagatises koma ja jätkame jagamist
8.näide. 0,025704 : 25,2 ?

Olles jagaja muutnud täisarvuks näeme, et jagatav on väiksem jagajast. See aga ei takista jagamist, peab aga täpselt jälgima, mitu nulli me kirjutame.

$$0,25704 : 252 = 0,00102$$

$$\begin{array}{r} 0,25704 : 252 = 0,00102 \\ \underline{252} \\ 504 \\ \underline{504} \end{array}$$

Antud näite puhul arvutame nõnda: jagatises on täisosaj null, kümnendiku kohal ka null, sest 2 ei saa jagada 252-ga; samuti sajandiku kohal on null, sest ka 25 ei saa 252-ga. Tuhandiku kohal kirjutame 1, sest 252 mahub 257 sisse 1 kord. Kümnetuhandiku kohal jälle null, sest 50 ei saa jagada 252. Sajatuhandiku kohal 2 ja jagamine lõpeb jäägita.

9.näide. $25,5 : 7 = 3,6428571428571428571428571\dots$

jääk

$$\begin{array}{r} 30 \\ 28 \\ \hline 20 \\ 14 \\ \hline 60 \\ 56 \\ \hline 40 \\ 35 \\ \hline 50 \\ 49 \\ \hline 10 \\ 7 \\ \hline 3 \end{array}$$

See jagamine andis jäägi 3, kirjutame nulli juurde ja jätkame jagamist, saame teise jäägi 2, kirjutame jälle nulli juurde saame jäägi 6. Järgmine jääk on 4, siis 5 ja 1. Selle järgi tulevad need samad jäägid 3, 2, 6, 4, 5, 1 perioodiliselt ja jagejas saame ka perioodiliselt korduvad numbrid 428571.

Seda jagatist nimetatakse perioodiliseks murruks.

Fraktikas ei ole tarvidust jagada nii mitme kohaga peale komat, vaid piirdutakse kas ühe, kahe, kolme või ka enama kohaga, nagu see antud ülesandes on vajalik.

Näiteks kui ostsime 50 krooni eest kasti apelsine, milles oli 48 kg, ja tahaksime arvutada ühe kg hinna, saaksime

$$50 : 48 = 1,04166666\ldots \approx 1,04$$

Meie võime jagamise lõpetada juba teise kohaga peale komat, sest rahalises arvestuses on sendi täpsus küllaldane.

10.näide. Ümardame järgmised künnendmurrud kolme kohani peale komat.

$$8,72635 \approx 8,726; \quad 4,59623 \approx 4,596; \quad 13,25185 \approx 13,252$$

Viimases murrus suurendasime kolmandat kohta ühe võrra, sest 2518 on 2520-le lähemal kui 2510-le

Kui järgmine koht on 5 või suurem, siis suurendame ümardamisel eelmist numbrit ühe võrra.

<u>Ülesandeid harjutamiseks kümnenomurdudega.</u>	<u>Vastused:</u>
Nr. 38 $2,8 \cdot 57,4 + 3,6 \cdot 0,25 + 44,4 \cdot 0,05$?	(163,84)
Nr. 39 $7,8965 + 2,639 - 3,84 - 2,7468 + 5,963 - 6,748$?	(3,1637)
Nr. 40 $5,12 : 0,8 + 20,8 : 13 - 0,299 : 0,23$?	(6,7)
Nr. 41, $\frac{400}{0,01} - 400 \cdot 0,1 + \frac{0,01}{400} + \frac{1}{0,04} + \frac{0,04}{10}$?	(40021,004025)

16. Harilik murd ja kümnendmurd. Sulud.

Mõnes ülesandes esinevad nii harilik kui ka kümnendmurd. Kuna tehted kümnendmurudega on lihtsamad, siis teeme ka harilikud murru kümnendmurudeks, kus see on sobiv. Mõnel juhtumil teeme aga kümnendmurru harilikmurudeks, kus ülesanne seda nõuab, või lahendus sel teel lihtsamaks osutub.

Et muuta harilikku murdu kümnendmurruks, tuleb murru lugejat jagada nimetajaga. Enne jagamist taandame murdu niipalju kui võimalik. Kui peale taandamist murru nimetajas on ainult tegurid 2 ja 5 või nende korrutised ($2 \cdot 2 \cdot 2 \dots 5 \cdot 5 \dots$), siis jagamine lõpeb jäägita. Esinevad peale 2-he ja 5-e veel teised tegurid, siis saame jagamisel perioodilise kümnendmurru, mida ümardame tarviduse järgi, nagu eelpool seletatud.

1.näide. Muuta kümnendmurruks $\frac{14}{16} - \frac{3}{15}$ ja $\frac{4}{12}$

Peale taandamist on muurud järgmised: $\frac{7}{8} - \frac{1}{5}$ ja $\frac{1}{3}$

Esimese murru nimetaja sisaldab algtegurid $2 \cdot 2 \cdot 2$, teine algteguri 5, seega muutuvad täpselt kümnendmurruks. Kolmas nimetaja on aga 3, seega saame perioodilise murru.

$$7 : 8 = 0,875; \quad 1 : 5 = 0,2; \quad 1 : 3 = 0,33333333 \dots$$

2.näide. Muuta kümnendmurruks $\frac{49}{140} - \frac{62}{400} + \frac{22}{24}$

Peale taandamist ja jagamist saame:

$$\frac{7}{20} = 0,35; \quad \frac{31}{200} = 1,155; \quad \frac{11}{12} = 0,91666 \dots$$

Esimese murru nimetaja on $2 \cdot 2 \cdot 5$, teises $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$, need mõlemad muutuvad täpselt kümnendmurruks. Kolmandas nimetajas on aga peale $2 \cdot 2$ veel tegur 3, mis annab perioodilise murru.

Harilikke murde, mida on võimalik muuta täpselt kümnendmurruks, võime ka laiendamise teel muuta kümnendmurruks. Murru lugejat ja nimetajat tuleb niisuguse arvuga korrutada, et nimetaja muutuks 10-noks, 100-ks, 1000-ks j.n.e., nagu see antud juhul on sobiv.

3.näide. Muuta kümnendmurruks harilikud murru laiendamise teel.

$$\frac{2}{5} - \frac{6}{25} + \frac{16}{125}$$

Niisuguste nimetajate puhul on kerge leida tegureid, millega korrutada, et saada soovitud nimetajat. Nõnda esimene murru nimetaja muutub 2-ga korrutades 10-ks, teine 4-ga korrutades 100-ks ja kolmas 8-ga korrutades 1000-ks, saame

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4; \quad \frac{6}{25} = \frac{24}{100} = 0,24; \quad \frac{16}{125} = \frac{128}{1000} = 0,128$$

Suuremate nimetajate puhul võime lahutada nimetajad algteguriteks ja täiendada nii mitme 2-ga ja 5-ga, et need alati esineksid paaris. Esi-
meses murrus on ainult 5, peame täiendama 2-ga. Teises murrus on 5·5,
peame täiendama 2·2-ga, et 2-he ja 5-e paarid täis saaksid.

Ülesandeid:

Nr. 42.

Vastused.

$$\frac{10}{13} + 5,8 + 0,0973 + 6 \frac{1}{2} + \frac{35}{39} + 9,304 + \frac{3}{4} = ? \quad (23,8616)$$

Nr. 43.

$$\frac{5}{44} + \frac{3}{11} + 1 \frac{1}{4} + 0,0105 + 9,321 + 3,1416 + 6 \frac{5}{8} = ? \quad (20,7345)$$

Nr. 44.

$$\frac{3,71 - 1,908}{2,2 - \frac{74}{333}} \cdot 7,03 = ? \quad (6,405)$$

Esimeses vihus juhtisime tähelepanu, et kui üksteise järel esinevad nii
liitmis-lahutamise tehted kui ka korrutamine ja jagamine, siis on ees-
õigus alati korrutamisel ja jagamisel. Mõnes ülesandes on aga kohasem
enne teha liitmine ja lahutamine ja siis alles korrutamine või jagamine.
Näiteks: talumees viis poodi teisipäeval 72, neljapäeval 68,5 ja laupäe-
val 65,5 liitrit piima, mille liitri hinnaks oli 12,5 senti. Tahame nüüd
arvutada seda rahasummat, mille talupoeg sai nädala jooksul, siis võime
seda teha kahel viisil: Esiteks võime arvutada igapäevase rahasumma ja
siis liita need kolm korrutist; teiseks, võime piima liitrid kokku
arvata ja siis korrutada liitri hinnaga. Esimesel juhul tuleb teha kolm
korrutist ja üks liitmine, teisel juhul üks liitmine ja üks korrutamine,
nõnda on teine arvutamise viis lühem.

$$12,5 \cdot 72 + 68,5 \cdot 12,5 + 125 \cdot 65,5 = (72 + 68,5 + 65,5) \cdot 12,5 = 25,75 \text{ kr.}$$

Siin kasutasime sulgu (klamber), millesse asetasime kõik liidetavad.

Sulud nõuavad, et tehted sulgude sees tuleb kõige pealt teha.

Klambreid on kolme liiki: ümarikud (), kandilised [] ja kaareliselised { }

Kui esinevad ühes ja samas ülesandes mitmet liiki sulud, siis esiteks
arvutame ümarike sulgude sees, siis kandilistes ja viimaks kaarsulgudes.

Mõnel puhul võib ka vastupidist järjekorda kasutada.

Ülesandeid:

Vastused:

Nr. 45.

$$(8,3 - 3 \frac{1}{2}) \cdot (12 - 2 \frac{1}{3} \cdot 3 \frac{3}{4}) \cdot (5 \frac{5}{6} - \frac{5}{12}) = ? \quad 84,5$$

Nr. 46.

$$[3,5 - (5,75 - 4 \frac{2}{3}) - (7 \frac{5}{6} - 6,8)] \cdot 3 \frac{3}{133} = ? \quad 4,175$$

Nr. 47.

$$\frac{12,5 : 11 \frac{2}{3} + 6 \frac{3}{7} \cdot 0,05}{0,75 : (3 \frac{12}{25} + 4 \frac{1}{4} - 6,73)} = ? \quad 1 \frac{6}{7}$$

Nr. 48.

$$\frac{3 \frac{1}{5} \cdot 0,75 - 4,2 : 8 \frac{2}{5}}{24 \frac{7}{48} - (3 \frac{9}{22} \cdot \frac{33}{40} + 4 \frac{2}{3})} = ? \quad \frac{57}{500}$$

nr. 49.

$$\frac{(18 \frac{3}{25} - 11,7) \cdot (5 \frac{1}{2} - 1 \frac{1}{3})}{3 \frac{1}{9} - 5 \frac{5}{8} + 5 \frac{1}{16} : 6 \frac{3}{4}}$$

$$1 \frac{34}{78}$$

Nr. 50.

$$\frac{\frac{5}{6} + \frac{2}{3} \cdot (\frac{1}{2} + \frac{2}{5})}{\frac{5}{6} - \frac{2}{3} \cdot (\frac{1}{2} - \frac{2}{5})} = ?$$

$$1 \frac{20}{29}$$

V. Lihtsad ja praktilised probleemid.

17. Võrdelised ja pöördvõrdelised suurused.

1).	Kui ühe sõduri peale arvestame	800 grammi leiba päevas, siis	
	kahe	"	1600 "
	kolme	"	2400 "
	kümne	"	8000 " j.n.e.

See arvestus näitab vahekorda sõdurite hulga ja leiva hulga vahel ja nõnda, et kui sõdurite hulk kasvab kaks, kolm, neli jne. korda, siis tarvisminev leiva hulk kasvab samuti kaks, kolm, neli jne. korda. Kui sõdurite hulk kahaneb, kahaneb ka tarvismineva leiva hulk.

2.) Kui 1 kg kohvi maksab 5 kr, siis

2	"	10	"
3	"	15	"

Jälle näeme, et kui kohvi kg hulk kasvab 2,3,4 jne korda, siis raha hulk kasvab ka 2,3,4 jne korda.

Kui ühe suuruse kasvamisel (kahanemisel) kaks, kolm, neli jne korda ka teine suurus kasvab (kahaneb) kaks, kolm, neli jne korda, siis need suurused nimetatakse võrdelisteks (proportsionaalseteks) suurusteks.

3). Seame esimese näite teisel kujul, arvutades nõnda:

Kui 20 sõduri jaoks jätkub leiba 30-neks päevaks, siis

40	"	15	"
60	"	10	" jne

Siin näeme, et kui sõdurite hulk kasvab 2,3,4 jne korda, siis päevade arv kahaneb 2,3,4 jne korda.

4.) Petrooliumi jätkub 6-eks kuuks, kui põletada lampi 3 tundi p.

"	3	6
"	2	9

Kahest viimasest näitest selgub, et kui üks suurus kasvab 2,3,4 jne korda, siis teine suurus väheneb 2,3,4 jne korda; seda vahekorda kahe suuruse vahel nimetatakse pöördvõrdeliseks vahekorraks ja neid suurusi pöördvõrdelisteks suurusteks.

Nii võrdeline kui ka pöördvõrdeline vahekord kahe suuruse vahel on kõige lihtsam olenevus looduses ja sellel põhjenebki kogu aritmeetiline arvutus. Tegelikult on aga peale võrdeliste ja pöördvõrdeliste vahekordade veel palju muid ja mõningaid küllalt keerulisi olenevusi suuruste vahel. Vaatame nendest mõnda lihtsamat.

a.) Kui ringi pindala 1 meetrilise raadiuse puhul on 3,14 ruutühikut, siis suurendades raadiust kaks korda, suureneb pindala aga juba neli kord ja on 12,56 ; suurendades raadiust 3 korda, suureneb pindala üheksa korda.

b.) Tuule kiirust möödame meetersekundites. Kui tuule kiirus kasvab kaks kord, kasvab surve purjepinnale neli kord; muutub tuule kiirus

kolmekordseks, on surve purjepinnale üheksakordne.

c.) Planeet Jupiteri raadius on 10 korda suurem maakera raadiusest, tema pindala aga 100 korda suurem maakera pindalast ja ruumala 1000 korda suurem.

d.) Tahame laeva kiirust teha kaks korda suuremaks, siis ei aita veel sellest, et suurendame masina jõudu kaks korda; vaid seda peab palju rohkem tegema. Iseäranis suurte kiiruste puhul peame masina jõudu suurendama tuhandete hobusejõudude võrra, et ainult ühe miili võrra kiirust juurde saada.

18. Kolmereegel.

Tihti esineb praktilises elus küsimusi, kus kolme suuruse abil peame arvutama neljanda; seda nimetatakse kolmereegliks või ka kolmiklauseks. Kolme suuruse abil neljanda arvutamine põhjeneb võrdeliste ja pöördvõrdeliste suuruste vahetõrgetele.

1. näide. Tööline teenib 6 päevaga 78 krooni; palju teenib ta 11 päevaga? Seda võime kirjutada nõnda:

6-e	päevale	vastab	78	krooni
11	"	"	?	"

Küsimismärgi asemele võime ka kirjutada ka x , mida kasutame matemaatilises tundmatu suuruse tähistamiseks.

Selle ülesande lahendamine käib nõnda: kui 6 päevaga teenib tööline 78 krooni, siis ühe päevaga teenib ta kuus korda vähem ja 11-ne 6 päevaga 11 korda rohkem. Tehes need mõlemad tehted korraga murrujoone abil, saame

$$x = \frac{78 \cdot 11}{6} = \frac{858}{6} = 143 \text{ kr}$$

Selles näites esineb võrdeline vahetõrge.

2. näide: Proviant jätkub 72-liikmelise laeva meeskonnale 14-eks päevaks. Kauaks jätkub proviant, kui meeskonna arv kasvab 84-liikmeliseks? Arvutame nõnda: Kui toitu jätkub 72 mehele 14-eks päevaks, siis ühele mehele jätkuks seda toitu 72 korda kauem ja 84 mehele 84 korda vähem. Tehes need tehted korraga, saame

$$x = \frac{14 \cdot 72}{84} = 12 \text{ päeva}$$

Selles näites esineb pöördvõrdeline vahetõrge, meeste arvu suurenedes päevade arv vähenes.

3. näide: Laev tarvitab sõiduks 9,6 tonni küte õli 88-päevas. Palju küte õli kulub reisiks, mis kestab 4,5 päeva?

9,6	tonnile	vastab	24	tundi	} võrdeline vahetõrge
x	"	"	108	"	

$$x = \frac{9,6 \cdot 108}{24} = 43,2 \text{ tonni}$$

4. näide: 9-sõlmelise kiiruse puhul kestab reis 42 tundi. Kaua kestab reis, kui sõita 10,5-sõlmelise kiirusega?

9-sõlmelisele	kiirusel	vastab	42	tundi	} pöördvõrdeline vahetõrge
10,5	"	"	"	x	

$$x = \frac{42 \cdot 9}{10,5} = \frac{54}{1,5} = 36 \text{ tundi}$$

Neist näidetest selgub, et arvutuskäik oleneb sellest, kas suuruste vahetkord on võrdeline või pöördvõrdeline.

Võrdelise olenevuse puhul kirjutame x-ga ühes reas oleva arvu joone peale, pöördvõrdelise olenevuse puhul aga joone alla; x-i peal olev arv on igal juhul joone peal. Seda reeglit võib kasutada kolmiklause arvutamisel, aga võib ka igal juhul arutleda eraldi.

Ülesandeid kolmiklause peale:

Nr. 51 Mootorpaat kulutab 9 tunni sõiduga 72 liitrit bensiini.

a.). Palju kulutab ta bensiini 15 tunniga?

b.) Kauaks jätkub 50-nest liitrist bensiinist?

Nr. 52. 4,25 minuti jooksul teeb laeva propeller 408 tiiru. Mitu tiiru teeb propeller 3 tunni 36 minutiga? (Vastus: 20736 tiiru)

Nr. 53. 50 hektoliitrit (hl) koksi kaalub 2250 kg. Mitu hl on 2500 tonnises koksi lastis? (Vastus: 55556 hl).

Nr. 54. Korterit üür on aastas 1800 kr. Palju tuleb maksta 7 kuu jooksul?

Nr. 55 Tööline teeb töö ära 14 päevaga 8 tunnise tööpäeva puhul. Palju kulub tal aega 7-tunnise tööpäeva juures?

Nr. 56 Laev teeb reisi 6 päevaga, kui kiirus on 12 sõlme. Kaua kestab reis, kui kiirus on 9 sõlme?

Nr. 57. Proviandi jätkub 20-neks päevaks 9-liikmelise laeva meeskonnale. Kauaks jätkub toitu, kui meeskonna arv on 12?

Nr. 58. Uks laev sõidab kiirusega 9 sõlme ja teine laev 11 sõlme. Kui pika tee sõidab esimene laev, kui teine laev on sõitnud 44 meremiili?

Nr. 59. 2,75 meetri pikkune püstitatud kepp heidab 4,4 m pikkuse varju. Kui kõrge on puu, mille vari on 19,2 m. (Vastus: 12 m)

Nr. 60 Vee tank täitub 7 min 35 sek voolikuga, mis annab vett $2\frac{1}{3}$ liitrit minutis. Kaua tuleb tanki täita voolikuga, mis annab $2\frac{1}{6}$ liitrit minutis? (Vastus: 8 min 10 sek)

Kolmiklauseid võib laiendada nõnda, et viie antud suuruse abil arvutame kuuenda, või seitsme antud suurusega kaheksanda jne.

5.näide. 24 sadamatöölist võivad 6 päevaga 8-tunnise tööpäeva juures lossida 720 tonni sütt. Palju peab suurendama tööliste arvu, et 900 tonni sütt lossida 5 päevaga 9 tunnise tööpäeva juures?

Kirjutame andmed kahes reas, vastavad suurused üksteise alla:

24	töölist	6	päeva	8	tundi	720	tonni
x	"	5	"	9	"	900	"

Enne arvutamist peame selgusele jõudma, kas suuruste vahel on võrdeline või pöördvõrdeline vahetkord. Tõmbame murru joone ja kirjutame joone peale x-i peal oleva arvu 24. x-i reas oleva arvu kirjutame joone alla, sest tööliste arv on pöördvõrdeline tööpäevade arvuga (suurema tööliste arv juures läheb vähem tööpäevi). Samuti kirjutame joone alla 9, sest ka need on pöördvõrdelised (kui töötundide arv päevas on suurem, siis läheb vähem tööpäevi.). 900 kirjutame joone peale, sest tööliste arv suurenedes suureneb lossitud tonnide arv. Arvud 6 ja 8 tulevad joone peale, 720 joone alla.

$$x = \frac{24 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 900}{5 \cdot 9 \cdot 720} = 32 \text{ töölist.}$$

Seega peab tööliste arvu suurendama 8 töölise võrra.

Ülesanded:

Nr. 61. 9 meest lossivad 7 päevaga 10-tunnise tööpäeva juures 210 standardi laudu. Palju peab tööliste arvu suurendama, et nad lossiksid 252 standardi laudu 6 päevaga sama tööpäeva juures?
(Vastus: 4 töölist)

Nr. 62. Mitu tundi päevas peavad töötama 11 töölist 7 päeva jooksul, et teenida 523,60 kr. kui 7 töölist 5 päevaga 9-tunnise tööpäeva juures teenivad 252 kr? (Vastus: 8,5 tundi).

19. Võrdeline jagamine.

Võrdelist jagamist kasutatakse peamiselt ärilistes ettevõtetes, kus kasud ja kahjud jagatakse iga osaniku ärisse paigutatud kapitaliga võrdeliselt. Seda võib aga ka kasutada mitmes teises ülesandes.

Esiteks vaatame kuidas on ühe suuruse suhe teise suurusega, või kuidas suhtuvad suurused.

1. näide. Ühel iskul oli 150 krooni, teisel 200. Kuidas on nende rahasummade suhe?
Suhe saame, kui ühe suuruse jagame teisega

$$\frac{150}{200} = \frac{3}{4}, \text{ mida võib kirjutada nõnda } I : II = 3 : 4$$

2. näide. Üks rattasõitja sõitis 150 km 16 tunniga; teine 250 km 28 tunniga ja kolmas 50 km 8 tunniga. Kuidas on nende sõidukiiruste suhe? Esimese sõitja kiirus on $\frac{150}{16}$, teise $\frac{250}{28}$ ja kolmanda $\frac{50}{8}$

Peale taandamist on nende suhe järgmine:

$$I : II : III = \frac{75}{8} : \frac{125}{14} : \frac{25}{4}$$

Tehes murrud ühenimelisteks, saame $\frac{525}{56} : \frac{500}{56} : \frac{350}{56}$

Kirjutades ilma ühismimetajata, suurendame kõiki 56 korda, jagades lugejaid 25-ga vähendame 25 korda, kuid suhe jääb samaks.

$$I : II : III = 21 : 20 : 14$$

3. näide. 1525 m pikkune tee jagati kahte ossa, nõnda et $I : II = 9 : 16$. Kui esimeses osas on 9 ühikut ja teises 16, siis kokku on 25 ühikut. Jagades teepikkuse 25-ga ja korrutades seda 9-ga, saame esimese tee osa; korrutades seda jagatist 16-ga, saame teise osa.

$$I \text{ osa} = \frac{1525 \cdot 9}{25} = 549 \text{ m}$$

$$II \text{ osa} = \frac{1525 \cdot 16}{25} = 976 \text{ m}$$

4. näide. Kolme isiku ettevõtte teenis 850 kr. Palju saab iga osanik, kui esimese kapital oli 5000 kr, teise 3000 kr ja kolmanda 2000 kr? Nende osade suhe on $5000 : 3000 : 2000 = 5 : 3 : 2$

Taandatud osade summa on 10, Jagades teenistuse 10-ga ja korrutades vastava osaga, saame

$$\text{I osanik sai} = \frac{850 \cdot 5}{10} = 425 \text{ kr}$$

$$\text{II " " } = \frac{850 \cdot 3}{10} = 225 \text{ kr}$$

$$\text{III " " } = \frac{850 \cdot 2}{10} = 170 \text{ kr}$$

$$\text{kontroll : summa} = 850 \text{ kr}$$

5. näide: Kolm isikut võtsid teha töö, mille eest saadi 270 kr. Palju sai igaüks, kui esimene tegi 15, teine 12 ja kolmas 18 päeva?

$$\text{I : II : III} = 15 : 12 : 18 = 5 : 4 : 6 ; \text{ summa } 15$$

$$\text{I isik sai} = \frac{270 \cdot 5}{15} = 90 \text{ kr}$$

$$\text{II " " } = \frac{270 \cdot 4}{15} = 72 \text{ kr}$$

$$\text{III " " } = \frac{270 \cdot 6}{15} = 108 \text{ kr}$$

$$\text{Kontroll:} = 270 \text{ kr}$$

6. näide? . Rootsi lipu pikkuse ja laiuse suhe on määratud $8 : 5$. Kui lai peab lipp olema, kui pikkus on 6 m ?
Laius on pikkusest nii mitu korda väiksem, nagu $5 : 8$, siis laius on

$$\frac{6 \cdot 5}{8} = 3,75 \text{ m}$$

7. näide. Jagada 570 kr kolme isiku vahel nõnda, et esimene saab kaks korda niipalju kui teine ja kolmas kolm korda nii palju kui teine. Palju saab igaüks?
Ülesandest nähtub, et teine saab kõige vähem; võtame selle teise väärtuse 1-ks, siis suhe osade vahel on järgmine: $\text{I : II : III} = 2 : 1 : 3$, summa 6. Jagades rahasumma 6-ga ja korrutades vastava osaga, saame

$$\text{I isiku raha} = \frac{570 \cdot 2}{6} = 190 \text{ kr}$$

$$\text{II " " } = \frac{570 \cdot 1}{6} = 95 \text{ kr}$$

$$\text{III " " } = \frac{570 \cdot 3}{6} = 285 \text{ kr}$$

$$\text{summa} = 570 \text{ kr}$$

Ülesandeid:

Nr. 63 Jagada 246 kaheks osaks nõnda, et üks osa on teisest 5 korda suurem?

Nr 64. Nelja osaniku ettevõtte kapital oli 420000 kr, mis andis puhastulu aastas 3500 kr. Sellest sai esimene osanik 1200 kr, teine 800 kr, kolmas 1100 kr ja neljas ülejäänud. Kui suured olid igaühe osakapitalid?

Nr. 65. Elanikkude arv Norras, Taanis ja Rootsis suhtub nagu 0,8 : 1 : 1,9. Leida elanikkude arv Norras, Taanis kui Rootsis on 6900000?

Nr. 66. Kolm isikut tegid töö, mille eest said 157,30 kr. Palju sai igaüks, kui esimene töötas 5 päeva 8 tundi päevas, teine 7 päeva 9 tundi päevas ja kolmas 4 päeva 10 tundi päevas? (Vastus: 44; 69; 30 ; 44).

Nr. 67. Jagada 1275 kr nelja isiku vahel nõnda, et esimene saab kolm korda nii palju kui teine ja kolmas kaks korda nii palju kui esimene ja neljas nii palju kui teine ja kolmas kokku. Palju sai igaüks.

Kontrolltöö nr 2.

$$1). 25 \left(7,7 : 27,5 + 2,074 : 6,1 + \frac{9}{125} - \frac{7}{50} \cdot 1 \frac{5}{7} \right)$$

$$2.) \frac{(15,5 \cdot 2,4 - 25,32 : 21,1) : 4 + \frac{22}{37} \cdot 18,5}{(0,01 + 79,2 : 13,2 + 0,1232 : 0,88) : 0,75} = ?$$

$$3.) 0,875 : \left(\frac{1,2 - 0,375}{0,44 - 0,275} + \frac{3,67 + 0,5165}{1,835 + 0,25825} \right) = ?$$

$$4.) \left(0,32 + \frac{4 : 0,25}{1,5 + 0,1} + \frac{2 \frac{1}{8}}{1 : 0,05} + \frac{1 - 2,2}{0,2} + \frac{2295}{4000} \right) : 12 = ?$$

5.) Keegi isik, kes omas ühest laevast $\frac{5}{8}$ mõttelist osa, müüs teisele $\frac{1}{4}$ mõttelist osa, teine müüs edasi kolmandale $\frac{1}{20}$ mõt. osa. Leida nende kolme isiku osad?

6.) Isik kulutab oma sissetulekust $\frac{1}{3}$ toidu, $\frac{1}{8}$ riietuse, $\frac{5}{24}$ korteri ja $\frac{1}{6}$ teiste väljaminekute peale. Ülejäänud 400 kr. paneb ta pankka. Leida tema sissetulek?

7.) Reisijate laeval oli proviant 17-neks päevaks 400 inimesele. Viis päeva hiljem võeti peale 50 merehädalist. Kauaks jätkub nüüd proviant?

8.) Vee tank mahutab 7,5 m³. Kauaks jätkub vett 15 mehele 5 liitrit päevas?

9.) Kui 8 töolist 4 päeva jooksul 10-tunnise tööpäevaga olid teinud

$\frac{2}{5}$ ühest tööst, siis vallandati 3 töolist ja tööpäev muudeti 8-tunniliseks. Mitu päeva läheb nüüd ülejäänud töö tegemiseks?

10). 352 elanikuga külas oli meeste arvu suhe naiste arvuga, nagu 3 : 5 ja naiste arvu suhe laste arvuga, nagu 3 : 4. Palju oli külas mehi, naisi ja lapsi?