



# Põhikooli matemaatika lõpueksami eristuskiiri

---

## Sisukord

|                                                                        |   |
|------------------------------------------------------------------------|---|
| 1. Eksami eesmärgid ja vorm .....                                      | 2 |
| Eksami eesmärgid .....                                                 | 2 |
| Eksami vorm .....                                                      | 2 |
| 2. Eksami sihtrühm ja oodatavad õpitulemused .....                     | 3 |
| Eksami sihtrühm .....                                                  | 3 |
| Põhikooli lõpetaja õpitulemused .....                                  | 3 |
| 3. Eksami väljatöötamine ja ülesehitus .....                           | 5 |
| Eksamitöö väljatöötamine .....                                         | 5 |
| Eksamitöö ülesehitus .....                                             | 5 |
| 4. Eksami korraldamine.....                                            | 6 |
| Eksami korraldus .....                                                 | 6 |
| Eksami aeg .....                                                       | 6 |
| Abivahendid .....                                                      | 6 |
| Erivajadused .....                                                     | 6 |
| Eksamilt kõrvaldamine .....                                            | 6 |
| 5. Eksami hindamine, korduseksam ja eksamitulemuse vaidlustamine ..... | 7 |
| Hindamise korraldus .....                                              | 7 |
| Eksami sooritamine .....                                               | 7 |
| Korduseksam .....                                                      | 7 |
| Eksamitulemuse vaidlustamine .....                                     | 7 |
| 6. Õppematerjalid .....                                                | 7 |
| 7. SA Innove koostatud eksamimaterjalid .....                          | 8 |
| 8. Ülesannete näiteid .....                                            | 8 |

## **1. Eksami eesmärgid ja vorm**

*Alus: haridus- ja teadusministri määrus nr 54 ptk 3 § 9; vastu võetud 15. detsembril 2015.*

### **Eksami eesmärgid**

Põhikooli lõpueksamite läbiviimise eesmärk on hinnata riiklike õppekavade või õpilase õppe aluseks oleva õppekava, üldpädevuste, valdkonnapädevuste, läbivate teemade ja III kooliastme õpitulemuste omandatust selleks, et:

- 1) anda õpilasele, vanemale, koolile, kooli pidajale ja riigile võimalikult objektiivset ja võrreldavat tagasisidet õppimise ja õpetamise tulemuslikkusest ning sellest, milline on kooli panus õpilaste edasijõudmisse;
- 2) selgitada, kuidas õppe tulemuslikkus ning kooli panus õpilaste edasijõudmisse on ajas muutunud;
- 3) anda riigile informatsiooni hariduspoliitiliste otsuste tegemiseks;
- 4) toetada riikliku õppekava rakendamist ning suunata eksami sisu ja vormi kaudu õppeprotsessi;
- 5) teha otsus õpilase põhikooli lõpetamise kohta.

### **Eksami vorm**

Põhikooli matemaatika lõpueksam on üheosaline kirjalik eksam.

## **2. Eksami sihtrühm ja oodatavad õpitulemused**

### **Eksami sihtrühm**

*Alus: haridus- ja teadusministri määrus nr 54 ptk 3 § 10; vastu võetud 15. detsembril 2015.*

Eksami sihtrühm on põhikoolide lõpetajad, kes on läbinud põhikooli riikliku õppekava.

### **Põhikooli lõpetaja õpitulemused**

*Alus: Vabariigi Valitsuse määrus nr 1; vastu võetud 6. jaanuaril 2011*

Põhikooli matemaatikaõpetus annab õppijale valmisoleku mõista ning kirjeldada maailmas valitsevaid loogilisi, kvantitatiivseid ja ruumilisi seoseid. Matemaatikakursuses omandatakse kirjaliku, taskuarvutil ja peast arvutamise oskus, tutvutakse õpilast ümbritsevate tasandiliste ja ruumiliste kujundite omadustega, õpitakse kirjeldama suurustevahelisi seoseid funktsioonide abil ning omandatakse selleks vajalikud algebra põhioskused. Saadakse esmane ettekujutus õpilast ümbritsevate juhuslike nähtuste maailmast ja selle kirjeldamise võtetest. Matemaatikat õppides tutvuvad õpilased loogiliste arutluste meetoditega. Põhikooli matemaatikas omandatud meetodeid ja keelt saavad õpilased kasutada teistes õppeainetes, eeskätt loodusteaduslikke protsesse uurides ja kirjeldades.

Õpet üles ehitades pööratakse erilist tähelepanu õpitavast arusaamisele ning õpilaste loogilise ja loova mõtlemise arendamisele. Rõhutatakse täpsuse, järjepidevuse ja õpilaste aktiivse mõttetöö olulisust kogu õppeaja vältel. Matemaatilisi probleemülesandeid lahendades saavad õpilased kogeda nn ahaa-efekti kaudu eduelamust ning avastamisrõõmu. Nii seoseid visualiseerides, hüpoteese püstitades kui ka teadmisi kinnistades kasutatakse IKT võimalusi.

### Õpitulemused

III kooliastme lõpuks õpilane:

- 1) koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid erinevate eluvaldkondade ülesandeid lahendades;
- 2) püstitab hüpoteese, kontrollib neid, üldistab ning arutleb loogiliselt, põhjendab väiteid;
- 3) kasutab matemaatiliste seoste uurimisel arvutit ja muid abivahendeid;
- 4) näeb seoseid erinevate matemaatiliste mõistete vahel ning loob neist süsteemi;
- 5) hindab oma matemaatilisi teadmisi ja oskusi ning arvestab neid edasist tegevust kavandades.

### Õppesisu ja õpitulemused

#### 1. ARVUTAMINE JA ANDMED

##### Õppesisu

Arvutamine ratsionaalarvudega. Arvu 10 astmed (ka negatiivne täisarvuline astendaja). Arvu standardkuju. Naturaalarvulise astendajaga aste. Arvu ruutjuur. Statistiline kogum ja selle karakteristikud (sagedus, suhteline sagedus, aritmeetiline keskmine). Tõenäosuse mõiste.

Arvutiprogrammide kasutamine nõutavate oskuste harjutamiseks.

##### Õpitulemused

Õpilane:

- 1) liidab, lahutab, korrutab, jagab ja astendab naturaalarvulise astendajaga ratsionaalarve peast, kirjalikult ja taskuarvutiga ning rakendab tehete järjekorda;
- 2) kirjutab suuri ja väikseid arve standardkujul;
- 3) ümardab arve etteantud täpsuseni;
- 4) selgitab naturaalarvulise astendajaga astendamise tähendust ning kasutab astendamise reegleid;
- 5) selgitab arvu ruutjuure tähendust ja leiab peast või taskuarvutil ruutjuure;

- 6) moodustab reaalsete andmete põhjal statistilise kogumi, korrastab seda, moodustab sagedust ja suhteliste sageduste tabeli ning iseloomustab statistilist kogumit aritmeetilise keskmise järgi;
- 7) selgitab tõenäosuse tähendust ja arvutab lihtsamatel juhtudel sündmuse klassikalise tõenäosuse.

## **2. PROTSENT**

### **Õppesisu**

Protsendi mõiste ja osa leidmine tervikust (kordavalt). Promilli mõiste tutvustavalt. Terviku leidmine protsendi järgi. Jagatise väljendamine protsentides. Protsendipunkt. Kasvamise ja kahanemise väljendamine protsentides. Eristab muutust protsentides muutusest protsendipunktides.

Arvutiprogrammide kasutamine nõutavate oskuste harjutamiseks.

### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) leiab terviku protsentides antud osamäära järgi;
- 2) väljendab murruna antud osa protsentides;
- 3) leiab, mitu protsenti moodustab üks arv teisest;
- 4) määrab suuruse kasvamist ja kahanemist protsentides;
- 5) tõlgendab reaalsuses ja teistes õppeainetes esinevaid protsentides väljendatavaid suurusi, sealhulgas laenudega (ainult lihtintress) seotud kulutusi ja ohte;
- 6) arutleb maksude olulisuse üle ühiskonnas.

## **3. ALGEBRA**

### **Õppesisu**

Üksliige ja hulkliige. Tehted üksliikmete ja hulkliikmetega. Ruutude vahe, summa ruudu ja vahe ruudu valemid.

Võrrandi põhiomadused. Lineaarvõrrand. Lineaarvõrrandisüsteem. Täielik ja mittetäielik ruutvõrrand. Võrdekujuline võrrand. Võrdeline jaotamine. Arvutiprogrammide kasutamine võrrandite ja lineaarvõrrandisüsteemide lahendamisel. Algebraline murd. Tehted algebraliste murdudega. Tekstülesannete lahendamine võrrandite ja võrrandisüsteemide abil.

## Õpitulemused

Õpilane:

- 1) korrastab üks- ja hulkliikmeid, liidab, lahutab ning korrutab üks- ja hulkliikmeid ning jagab üksliikmeid ja hulkliiget üksliikmega;
- 2) tegurdab hulkliikmeid (toob sulgude ette, kasutab abivalemeid, tagurdab ruutkolmliiget);
- 3) taandab ja laiendab algebralist murdu; liidab, lahutab, korrutab ja jagab algebralisi murde;
- 4) lihtsustab kahetehtelisi ratsionaalavaldisi;
- 5) lahendab võrrandi põhiomadusi kasutades lineaar- ja võrdekujulisi võrrandeid;
- 6) lahendab lineaarvõrrandisüsteeme;
- 7) lahendab täielikke ja mittetäielikke ruutvõrrandeid;
- 8) lahendab tekstülesandeid võrrandite ja võrrandisüsteemide abil.

## 4. FUNKTSIOONID

### Õppesisu

Muutuv suurus, funktsioon. Võrdeline ja pöördvõrdeline sõltuvus. Praktiline töö: võrdelise ja pöördvõrdelise seose määramine (nt liikumisel teepikkus, ajavahemik, kiirus). Lineaarfunktsioon. Ruutfunktsioon.

## Õpitulemused

Õpilane:

- 1) selgitab võrdelise sõltuvuse tähendust eluliste näidete põhjal;
- 2) joonestab valemi järgi funktsiooni graafiku (nii käsitsi kui arvutiprogrammiga) ning loeb graafikult funktsiooni ja argumendi väärtusi;
- 3) selgitab (arvutiga tehtud dünaamilisi jooniseid kasutades) funktsiooni graafiku asendi ja kuju sõltuvust funktsiooni avaldises olevatest kordajatest (ruutfunktsiooni korral ainult ruutliikme kordajast ja vabaliikmest);
- 4) selgitab nullkohtade tähendust ning leiab nullkohad graafikult ja valemist;
- 5) loeb jooniselt parabooli haripunkti ja arvutab parabooli haripunkti koordinaadid.

## 5. GEOMEETRIA

### Õppesisu

Definitsioon, teoreem, eeldus, väide, tõestus. Hulknurgad (kolmnurk, rööpkülik, trapets, korrapärane hulknurk), nende übermõõt ja pindala. Ring ja ringjoon. Kesknurk. Piirdenurk, Thalese teoreem. Ringjoone puutuja. Kolmnurga ning korrapärase hulknurga sise- ja ümberringjoon. Sirgete paralleelsuse tunnused. Kolmnurga ja trapetsi kesklõik.

Kolmnurga mediaan ja raskuskese. Kolmnurkade sarnasuse tunnused. Hulknurkade sarnasus.

Maa-alade plaanistamine. Pythagorase teoreem. Teravnurga trigonomeetrilised funktsioonid. Ruumilised kujundid (püströöptahukas, püstprisma, püramiid, silinder, koonus, kera), nende pindala ja ruumala.

## **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) joonestab ning konstrueerib (käsitsi ja arvutiga) tasandilisi kujundeid etteantud elementide järgi;
- 2) arvutab kujundite joonelemendid, übermöödu, pindala ja ruumala; 3) teab kujundeid, kolmnurga ja trapetsi keskloiku, kolmnurga mediaani, kolmnurga ümber- ja siseringjoont ning kesk- ja piirdenurka;
- 4) kirjeldab kujundite omadusi ning klassifitseerib kujundeid ühiste omaduste põhjal;
- 5) eristab teoreemi, eeldust, väidet ja tõestust, selgitab mõne teoreemi tõestuskäiku;
- 6) lahendab geomeetrilise sisuga probleemülesandeid;
- 7) leiab täisnurkse kolmnurga joonelemendid;
- 8) kasutab kolmnurkade ja hulknurkade sarnasust probleemülesandeid lahendades;
- 9) kasutab infotehnoloogilisi vahendeid seaduspärasusi avastades ja hüpoteese püstitades.

## **3. Eksami väljatöötamine ja eksamitöö ülesehitus**

*Alus: haridus- ja teadusministri määrus nr 54 ptk 3 § 12; vastu võetud 15. detsembril 2015.*

### **Eksamitöö väljatöötamine**

Eksamiks vajalikud materjalid töötab välja Haridus- ja Noorteameti juures töötav matemaatika lõpueksamit ettevalmistav komisjon. Komisjon eeltestib kõiki eksamitöö ülesandeid, koostab neis eksamitöö ning töötab välja hindamisjuhendi.

### **Eksamitöö ülesehitus**

Küsimused ja ülesanded hõlmavad järgmisi tasandeid:

- 1) teadmised (mõisted, faktid, seaduspärasuste tundmine);
- 2) mõistmine/arusaamine (kirjeldamine, selgitamine, ümbersõnastamine);
- 3) teadmiste rakendamine (kasutamine uues situatsioonis, prognoosimine); 4) analüüs ja süntees (seoste näitamine, võrdlemine, rühmitamine, eristamine, faktide ja seaduspärasuste ühendamine);
- 5) hinnangu andmine (järelduste, otsustuste tegemine).

Eksamitöö sisaldab erineva raskusastmega ülesandeid, st eksamitöö mahust ca 20% moodustavad äratundmis- ja mõistmistasandi, ca 30% rakendamistasandi ja ca 50% analüüsi- ja sünteesitasandi ülesanded.

Kõikide õppekavas esitatud üld- ja valdkonnapädevuste kujunemist, õppeaine õppeeesmärkide saavutatust ning kooliastme õpitulemuste omandatust ei hinnata igal aastal ning kõikide õpitulemuste omandatust ei võimalda eksami vorm ka kontrollida.

| <b>VALDKOND/ teema</b> | <b>Osakaal</b> |
|------------------------|----------------|
| I Arvutamine ja andmed | ca 25%         |
| II Protsent            | ca 10%         |
| III Algebra            | ca 30%         |
| IV Funktsioonid        | ca 10%         |
| V Geomeetria           | ca 25%         |
| <b>KOKKU</b>           | 100%           |

- Eksam on kirjalik.
- Eksamitöö on üheosaline.
- Ülesanded on esitatud vihikuna, kus on ülesannete tekstid ja iga ülesande juures vaba ruum lahenduste vormistamiseks.
- Eksamitöös on 5 (viis) n-ö „kohustuslikku“ ülesannet (a´8 punkti) ja 2 (kaks) valikülesannet (a´10 punkti), mille hulgast õpilane valib ühe. Eksamitöö korrektse lahendamise eest on kokku võimalik saada 50 punkti.
- Eksamitöö koostatakse ühes variandis.

#### 4. Eksami korraldamine

*Alus: haridus- ja teadusministri määrus nr 54 ptk 3 § 13; 14; 15; 16 vastu võetud 15. detsembril 2015.*

##### Eksami korraldus

Eksami korraldab kooliksamikomisjon Haridus- ja Noorteameti välja töötatud eksami korraldusjuhendi põhjal. Eksamikomisjon on vähemalt kolmeliikmeline. Kui põhikooli lõpueksamit sooritab korraga enam kui 60 õpilast on lõpueksamikomisjonis vähemalt üks liige iga 20 eksaminandi kohta.

##### Eksami aeg

- Eksami toimumise kuupäeva kinnitab Haridus- ja teadusminister vastav määrusega.
- Eksami ametlik algus on kell 10.00.
- Eksam kestab 180 minutit.

- Eksami aega hakatakse arvestama hetkest, kui kõik õpilased on saanud kätte eksamitöö ning eksamikomisjoni esimees annab märku töö alustamiseks.
- Eksamiks ette nähtud aega ei tohi ületada.
- Eksamil ei ole vaheaegu.
- Õpilane saab kätte kogu eksamitöö ning planeerib ise ülesannete lahendamise aja ning järjekorra.

### Abivahendid

- Õpilane kasutab eksamil isiklikke kirjutus- ja joonestusvahendeid ning taskuarvutit.
- Eksamitöö kirjutatakse sinise või musta pasta- või tindipliiatsiga. Harilikku pliiatsit ja värvipliiatseid võib kasutada vaid jooniste tegemisel. Korrektuurlindi või -vedeliku kasutamine ei ole lubatud.
- Õpikuid, käsiraamatuid, valemeid jm matemaatilise sisuga materjale eksamil kasutada ei tohi.
- Eksamil on mobiiltelefoni jm tehniliste vahendite kasutamine (mistahes eesmärgil) keelatud.

### Erivajadused

Juhul, kui õpilase erivajadusest tulenevalt on eksamineerimiseks vaja kohaldada Haridus- ja teadusministri määrmuses nr 54 ptk 3 § 16 sätestatud eritingimusi, kooskõlastab kool vajalikud eritingimused Haridus- ja Noorteametiga.

### Eksamilt kõrvaldamine

Õpilane, kes kasutab eksamil ebaausaid võtteid või lubamatuid abivahendeid, kõrvaldatakse eksamilt ning tema eksamitööd ei hinnata. Hindamisprotokolli tehakse vastavasisuline märge.

**5. Eksami hindamine, korduseksam ja eksamitulemuse vaidlustamine** *Alus: haridus- ja teadusministri määrmus nr 54 ptk 3 § 17; 18; vastu võetud 15. detsembril 2015.*

### Hindamise korraldus

Eksamit hindab kooli eksamikomisjon Haridus- ja Noorteameti välja töötatud hindamisjuhendi alusel.

Eksamikomisjoni otsus muuta hindamisjuhendit kantakse **koos põhjendustega** hindamisprotokolli.

Kui kooli eksamitöid hindab rohkem kui üks õpetaja, peaks eksamikomisjoni tööjaotus põhinema ülesandeti hindamisel. Sellega väheneb hindamise subjektiivsus ning kooli piires on eksamitulemused võrreldavad.

Eksami tulemused protokollitakse vastava vormi kohaselt.



## Korduseksam

Põhikoolilõpetaja, kes on eksami päeval haige või ei saa sellel osaleda muul kooli direktori poolt mõjuvaks loetud põhjusel (nt osalemine rahvusvahelistel võistlustel, konkurssidel ja olümpiaadidel vms), sooritab korduseksami koolieksamina.

Korduseksam sooritatakse kooli direktori poolt määratud ajal, aga hiljemalt jooksva õppeaasta 30. juuniks. Õpilase taotlusel võib eksam toimuda ka pärast 30. juunit, aga hiljemalt jooksva õppeaasta 25. augustiks.

## Eksamitulemuse vaidlustamine

*Alus: põhikooli- ja gümnaasiumiseadus § 33; vastu võetud 9. juunil 2010.*

Eksamitulemuse vaidlustamiseks tuleb esitada vaie Haridus- ja Teadusministeeriumile. Vaie tuleb esitada 5(viie) tööpäeva jooksul kooli lõputunnistuse kättesaadavaks tegemise päevast arvates. Esitatud vaiete läbivaatamiseks moodustab haridus- ja teadusminister vaidekomisjoni.

## 6. Õppematerjalid

Eksamiks valmistumisel on soovitatav kasutada õppematerjale, mis on kantud Eesti Hariduse Infosüsteemi (<https://enda.ehis.ee/avalik/avalik/opikud/OpikudOtsi.faces>).

Lisaks tõhusale õppetööle koolis peavad õpilased ka iseseisvalt ülesandeid lahendama. Ülesandeid leiab õpikutest ja vastavasisulistest ülesannetekogudest (nt A. Kauge „Matemaatika ülesanded põhikooli kursuse kordamiseks“, Avita; E. Nurk, V. Paat, A. Telgmaa „Matemaatika kordamisülesanded põhikoolile“, Koolibri jt).

Ülesannete lahendamisel tuleb harjutada lahendustele lühikeste selgituste ja põhjenduste lisamist. Hoolega tuleb uurida ja analüüsida kontrolltöodes ning koduste ülesannete lahendustes tehtud vigu, välja selgitada nende tekkimise põhjused ja püüda neid edaspidi vältida.

Tähelepanu tuleks pöörata ka lahenduse vormistamisele. Kui taskuarvutil on klahvid, mis võimaldavad arvutada ilma valemide kasutamata, siis vajalikud valemid ja arvutustehted tuleb eksamitöösse ikkagi kirjutada.

## 7. Haridus- ja Noorteameti koostatud eksamimaterjalid

<https://harno.ee/eksamid-testid-ja-uuringud/eksamid-testid-ja-lopudokumendid/pohikooli-lopueksamid#materjalid>

## 8. Ülesannete näiteid

### Ülesannete tüübid

**Valik (selektiivse) vastusega ülesannete** puhul ei pea õppija ise midagi kirjutama, vaid valib etteantud variantide hulgast sobiva vastuse. Selle rühma kõige tuntumaks ja enamkasutatavaks ülesandetüübiks on valikvastustega küsimused, kus tuleb tavaliselt 3-5 vastusevariandi hulgast leida üks õige. Aga siia rühma kuuluvad ka õige/vale/vastus puudub-, sobitamis-, järjestamis- ja sorteerimisülesanded.

**Omavastusega (produktiivse) vastusega ülesanded** võivad olla väga erinevad, sest siia rühma kuuluvad nii sellised ülesanded, kus õppija peab kirjutama ühe või paar sõna (nt lühivastusega ülesanne, lünkülesanne, lausete lõpetamine, skeemide või tabelite täiendamine, tekstide või piltide pealkirjastamine), lahendama matemaatikaülesande ja kirjutama pikema teksti kui ka suulised ettekanded.

### Näiteid varasematel eksamitel kasutatud ülesannetest (koos lahenduste ja hindamisjuhendiga)

**NB!** Näitena kasutatud ülesannete hulgas on ka selliseid ülesandeid, mis vastavad oma sisult 2002. aastal vastu võetud õppekava nõudmistele.

**2009** (7 punkti) Uuringufirma küsitles 720 õpilast, et teada saada, kuidas nad on rahul koolitoiduga. Firmale vastas 85% küsitletud õpilastest, kellest  $\frac{2}{3}$  olid koolitoiduga rahul. Koolitoiduga rahulolematute hulgast soovis 75% menüüsse paremat salatite valikut ja ülejäänud soovisid rohkem mahu.

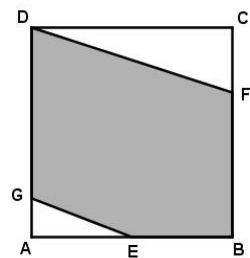
- 1) Mitu õpilast vastas küsitlusele?
- 2) Mitu õpilast jättis küsitlusele vastamata?
- 3) Mitu küsitlusele vastanud õpilast ei olnud koolitoiduga rahul?
- 4) Mitu õpilast soovis rohkem mahu?

**Lisa oma lahendusele sõnalisi selgitusi!**

| Lahendus                                                             | Hindamine                                |
|----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| 1) 85% 720st: $0,85 \cdot 720 = 612$ õpilast                         | <b>1 punkt</b>                           |
| 2) $720 - 612 = 108$ õpilast<br>(või $0,15 \cdot 720 = 108$ õpilast) | <b>1 punkt</b>                           |
| 3) $\frac{1}{3} \cdot 612 = 204$ õpilast                             | <b>2 punkti</b>                          |
| 4) $0,25 \cdot 204 = 51$ õpilast                                     | <b>2 punkti</b>                          |
|                                                                      | <b>1 punkt</b> sõnaliste selgituste eest |

**2009** (7 punkti) On antud ruut  $ABCD$  (vt joonist), mille külje pikkus on 24 cm.

Arvuta ruudu  $ABCD$  sisse joonestatud viisnurga  $EBFDG$  übermõõt, kui  $CF = 7$  cm,  $DG = 19$  cm ja  $AE = 12$  cm.



| Lahendus                                                               | Hindamine                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| Külg $EB = 0,5 \cdot AB$ ; $EB = 12$ (cm)                              | Külje $BE$ pikkuse arvutamine <b>1 punkt</b>                                   |
| Külg $BF = BC - CF$ ; $BF = 24 - 7 = 17$ (cm)                          | Külje $BF$ pikkuse arvutamine <b>1 punkt</b>                                   |
| Külg $FD = \sqrt{DC^2 + CF^2}$ ;<br>$FD = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$ (cm) | Pythagorase teoreemi teadmine <b>1 punkt</b>                                   |
| Külg $GE = \sqrt{AE^2 + AG^2}$ , kus $AG = AD - DG$                    | Pythagorase teoreemi rakendamine külje $FD$ pikkuse arvutamisel <b>1 punkt</b> |
| $AG = 24 - 19 = 5$ (cm); $GE = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ (cm)            | Külje $AG$ pikkuse arvutamine <b>1 punkt</b>                                   |
| Viisnurga $EBFDG$ übermõõt:                                            | Külje $GE$ pikkuse arvutamine <b>1 punkt</b>                                   |
| $P = 12 + 17 + 25 + 19 + 13 = 86$ (cm)                                 | Viisnurga $EBFDG$ übermõõdu arvutamine <b>1 punkt</b>                          |

**2010** (8 punkti) Lahenda võrrand  $10x - 2x^2 = 5(5 - x^2)$  ja kontrolli lahendite õigsust.

| Lahendus                                                                                                     | Hindamine                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| $10x - 2x^2 = 5(5 - x^2)$                                                                                    | Lihtsustamine (üldkujule viimine)                                            |
| $10x - 2x^2 = 25 - 5x^2$                                                                                     | <b>2 punkti</b>                                                              |
| $3x^2 + 10x - 25 = 0$                                                                                        | Ruutvõrrandi lahendivalemi teadmine (ei pea olema kirjutatud) <b>1 punkt</b> |
| $x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-25)}}{2 \cdot 3} = \frac{-10 \pm 20}{6} \Rightarrow$ | Ruutvõrrandi lahendamine <b>2 punkti</b>                                     |
| $\Rightarrow x_1 = 1\frac{2}{3}; x_2 = -5$                                                                   |                                                                              |
| Kontroll.                                                                                                    | Lahendite õigsuse kontrollimine <b>2 punkti</b>                              |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| $x_1 = 1\frac{2}{3}; vp = 10 \cdot 1\frac{2}{3} - 2 \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^2 = 11\frac{1}{9}$ $pp = 5 \cdot \left(5 - \left(1\frac{2}{3}\right)^2\right) = 11\frac{1}{9}$ $vp = pp$ $x_2 = -5; vp = 10 \cdot (-5) - 2 \cdot (-5)^2 = -100$ $pp = 5 \cdot (5 - (-5)^2) = -100$ $vp = pp$ <p>Vastus. <math>x_1 = 1\frac{2}{3}; x_2 = -5</math></p> | Korrektne vastus (nt all joonitud) <b>1 punkt</b> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|

**2010** (10 punkti) Linnade *A* ja *B* vaheline kaugus mööda peateed on 75 km ja mööda kõrvalteid 81 km. Linnast *A* väljusid samaaegselt buss ja veoauto. Buss sõitis mööda peateed ja läbis tunnis 5 km rohkem kui veoauto, mis sõitis mööda kõrvalteid. Buss jõudis linna *B* 18 minutit veoautost varem. Leia veoauto kiirus.

| Lahendus                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Hindamine                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Veoauto kiirus <math>x</math> km/h, siis bussi kiirus on <math>(x+5)</math> km/h.</p> <p>Veoauto sõiduaeg: <math>t_1 = \frac{81}{x}</math> (h) ja bussi sõiduaeg: <math>t_2 = \frac{75}{x+5}</math> (h).</p> <p>Ühikute teisendamine: <math>18 \text{ min} = \frac{3}{10} \text{ h}</math></p> <p>Võrrandi koostamine:</p> $\frac{81}{x} = \frac{75}{x+5} + \frac{3}{10}$ $\begin{cases} -x^2 + 15x + 1350 = 0 \\ 10x(x+5) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow$ $x_1 = 45 \text{ (km/h)}; x_2 = -30 \text{ (vl)}$ <p>Kontroll. Kui veoauto kiirus oli 45 km/h, siis bussi kiirus oli 50 km/h. Veoauto</p> | <p>Võrrandi koostamine <b>2 punkti</b></p> <p>Ühikute teisendamine <b>1 punkt</b></p> <p>Võrrandi koostamine ja lahendamine <b>3 punkti</b></p> <p>Võõrlahend <b>1 punkt</b></p> <p>Sisuline kontroll <b>2 punkti</b></p> |

|                                                                                                                                                                                      |                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| sõiduaeg oli $\frac{81}{45} = 1,8$ (h) ja bussi sõiduaeg<br>$\frac{75}{50} = 1,5$ (h).<br>Aegade vahe: $1,8 - 1,5 = 0,3$ tundi ehk<br>18 min.<br>Vastus. Veoauto kiirus oli 45 km/h. | Vastus <b>1 punkt</b> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|

**2011** (8 punkti) Lihtsusta avaldis  $\frac{1}{a+3} + \frac{4a-12}{a-1} \cdot \frac{1}{a^2-9}$  ja arvuta kirjalikult avaldise täpne väärtus, kui  $a = \sqrt{1\frac{9}{16}}$ .

| Lahendus                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Hindamine                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\frac{1}{a+3} + \frac{4a-12}{a-1} \cdot \frac{1}{a^2-9} = \frac{1}{a+3} + \frac{4(a-3)}{(a-1)(a+3)(a-3)} =$ $= \frac{a-1+4}{(a-1)(a+3)} = \frac{1}{a-1}.$ Avaldise väärtus, kui $a = \sqrt{1\frac{9}{16}}$ :<br>$a = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} = 1,25; \quad \frac{1}{1,25-1} = 4.$ | Õige tehete järjekord <b>1 punkt</b><br>Tegurdamine murru lugejas <b>1 punkt</b><br>Valemi<br>$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ rakendamine<br><b>1 punkt</b><br>Taandamine <b>1 punkt</b><br>Ühise nimetaja leidmine ja murru laiendamine <b>1 punkt</b><br>Lihtsustatud avaldis <b>1 punkt</b><br>a väärtuse arvutamine <b>1 punkt</b><br>Avaldise täpse väärtuse arvutamine<br><b>1 punkt</b> |

**2012** (8 punkti)

Tabelist leiad statistikaameti andmed Eesti maakondade kohta aastal 2010 (allikas: <http://www.stat.ee/>).

| Maakond           | Pindala<br>km <sup>2</sup> | Rahvaarv       | Loomulik<br>iive | Töötuse<br>määr % | Keskmine<br>brutopalk € |
|-------------------|----------------------------|----------------|------------------|-------------------|-------------------------|
| Harjumaa          | 4333                       | 528468         | 1948             | 16,2              | 886,20                  |
| Hiiumaa           | 1023                       | 10000          | -32              | 11,5              | 629,15                  |
| Ida-Virumaa       | 3364                       | 167542         | -1119            | 25,8              | 660,21                  |
| Jõgevamaa         | 2604                       | 36550          | -122             | 19,8              | 618,03                  |
| Järvamaa          | 2460                       | 35963          | -97              | 17,1              | 625,57                  |
| Läänemaa          | 2383                       | 27283          | -84              | 22,3              | 655,35                  |
| Lääne-<br>Virumaa | 3628                       | 66861          | -136             | 12,4              | 648,13                  |
| Põlvamaa          | 2165                       | 30778          | -111             | 15,8              | 624,99                  |
| Pärnumaa          | 4807                       | 88327          | -101             | 14,2              | 693,82                  |
| Raplamaa          | 2980                       | 36652          | 32               | 19,8              | 596,04                  |
| Saaremaa          | 2922                       | 34577          | -69              | 9,3               | 646,79                  |
| Tartumaa          | 2993                       | 150535         | 461              | 15,8              | 771,73                  |
| Valgamaa          | 2044                       | 33889          | -159             | 13,3              | 594,06                  |
| Viljandimaa       | 3422                       | 55275          | -174             | 11,3              | 637,77                  |
| Võrumaa           | 2305                       | 37494          | -200             | 14,8              | 627,87                  |
| <b>KOGU EESTI</b> | <b>45228</b>               | <b>1340194</b> | <b>35</b>        | <b>16,9</b>       | <b>792,31</b>           |

Vasta tabeli abil järgmistele küsimustele.

1. Mitmes maakonnas oli loomulik iive positiivne? **3 maakonnas**
2. Mis maakonnas oli töötuse määr kõige madalam? **Saaremaal**
3. Mis maakonnas oli keskmine brutopalk kõige lähemal Eesti keskmisele brutopalgale? **Tartumaal** Täida lüngad.

Mina elan **Harjumaal**. Selles maakonnas elas 2010. aastal **ligikaudu 39** protsenti kogu Eesti elanikkonnast ja 1 ruutkilomeetril elas keskmiselt **122** elanikku. Selle maakonna elanike keskmine brutopalk oli 2010. aastal ligikaudu 12 protsendi võrra **kõrgem/madalam** (jooni alla õige) Eesti keskmisest brutopalgast.

| Lahendus                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Hindamine                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1.–3. Tabeli abil vastuste leidmine</p> <p>NB! Näiteks on valitud Harjumaal elava õpilase lahendused/vastused.</p> <p>Harjumaal elas 528468 elanikku ja see moodustab kogu Eesti elanikkonnast:</p> $\frac{528468}{1340194} \cdot 100\% \approx 39\%.$ <p>Harjumaa pindala oli 4333 km<sup>2</sup>; 1 km<sup>2</sup> elas keskmiselt: 528468 : 4333 ≈ 122 inimest.</p> <p>Harjumaal oli keskmine brutopalk 886,20 €, Eesti keskmine brutopalk oli 792,31 €, st</p> <p>Harjumaal oli brutopalk <math>\frac{93,89 \cdot 100\%}{792,31} \approx 12\%</math> võrra kõrgem Eesti keskmisest brutopalgast.</p> | <p>Õige vastus (a ' 1 punkt) <b>3 punkti</b></p> <p>Elanikonna suurus protsentides</p> <p><b>1 punkt</b></p> <p>Elanikonna tiheduse arvutamine</p> <p><b>1 punkt</b></p> <p>Brutopalkade vahe arvutamine</p> <p><b>2 punkti</b></p> <p>Õige valik (kõrgem/madalam) <b>1 punkt</b></p> |

**2013** (8 punkti) Lahenda võrrandisüsteem ja kontrolli kirjalikult lahendi õigsust

$$\begin{cases} 2(x - 0,5y) - y = 6 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

| Lahendus                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Hindamine                                                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{cases} 2x - y - y = 6 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ <p>Kontroll.</p> <p>I võrrand vp = 2(2 - 0,5 · (-1)) + 1 = 6; vp = pp</p> <p>II võrrand vp = 3 · 2 - 1 = 5; vp = pp</p> <p>Vastus. <math>\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}</math></p> | <p>I võrrandi viimine üldkujule <b>2 punkti</b></p> <p>Lahendusvõtte valimine <b>1 punkt</b></p> <p>Võrrandisüsteemi lahendamine</p> <p><b>2 punkti</b></p> <p>Kontroll algvõrranditega <b>2 punkti</b></p> <p>Korrektne vastus <b>1 punkt</b></p> |

**2013** (8 punkti) Õunakoogi valmistamiseks on vaja 320 g jahu, 0,2 kg suhkrut, 180 g võid, 4 muna ja 8 õuna.

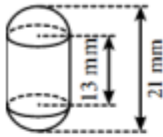
1. Kui palju kaalub õunakoogi taigen (koos õuntega), kui üks muna kaalub 30 g ja üks õun kaalub 100 g?
2. Taigen kaotab küpsetamisel oma kaalust  $\frac{1}{9}$ . Kui palju kaalub nimetatud ainetest valmistatud kook pärast küpsetamist?
3. Jürile tulevad sõbrad külla, aga valmistatud koogist ei jätku kõigile. Kui palju vajab Jüri uue koogi valmistamiseks jahu, suhkrut, võid ja õunu, kui tal on kasutada 5 muna?

| Lahendus                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Hindamine                                                                                                                                                                                                |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. <math>320 + 200 + 180 + 4 \cdot 300 + 8 \cdot 100 = 1620</math> (g)</p> <p>2. Küpsetamisel kaotab taigen <math>\frac{1}{9}</math> kaalust<br/> <math>\Rightarrow \frac{8}{9}</math> jääb alles: <math>\frac{8}{9} \cdot 1620 = 1440</math> (g)</p> <p>3. Kõikide ainete koguseid tuleb suurendada veerandi võrra:</p> <p>jahu: <math>1,25 \cdot 320 = 400</math> (g)</p> <p>suhkur: <math>1,25 \cdot 200 = 250</math> (g)</p> <p>või: <math>1,25 \cdot 180 = 225</math> (g)</p> <p>õunad: <math>1,25 \cdot 8 = 10</math> (tk)</p> | <p>Ühikute teisendamine <b>1 punkt</b></p> <p>Taigna kaalu arvutamine <b>1 punkt</b></p> <p>Koogi kaalu arvutamine <b>2 punkti</b></p> <p>Uute koguste arvutamine (a ' 1 punkt)<br/> <b>4 punkti</b></p> |



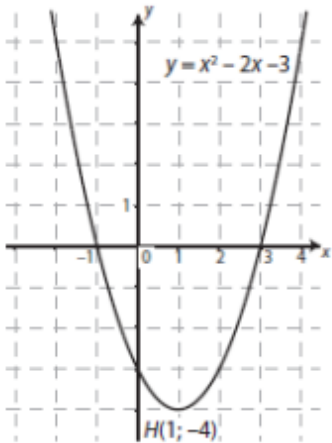
**2013** (10 punkti) Vitamiinide seguga täidetud kapsleid kasutatakse toidulisandina. Kapslid on silindrid, millel on poolkerakujulised otsad (vt joonist).

1. Mitu milliliitrit (ml) segu mahub ühte kapslisse, kui  $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$ ? Vastus ümarda sajandikeni.
2. Toidulisandit müüakse apteegis kas vedelikuna 240 ml pudelites (6,30 € pudel) või kapslitenä, mis on pakitud 50 kaupa purkidesse (9,50 € purk). Toidulisandi soovitatav päevane annus on kas 8 ml vedelikku või 1 kapsel. Kumma toote päevane annus on tarbijale soodsam? Põhjenda oma vastust.

| Lahendus                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Hindamine |        |      |         |        |        |         |       |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|--------|------|---------|--------|--------|---------|-------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <div></div> <div><math display="block">R = \frac{21 - 13}{2} = 4 \text{ (cm)}</math></div> <div><math display="block">V_{\text{kapsli}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3 + \pi \cdot 4^2 \cdot 13 = \frac{880}{3} \cdot \pi \text{ (mm}^3\text{)} \approx 0,92 \text{ (ml)}</math></div> <div><table><tr><th></th><th>Kogus</th><th>Hind</th></tr><tr><td>Vedelik</td><td>240 ml</td><td>6,30 €</td></tr><tr><td>Kapslid</td><td>50 tk</td><td>9,50 €</td></tr></table></div> <div><p>Päevane annus: 8 ml = 1 kapsel</p><p>(1) 240 ml pudelist jaguks <math>\frac{240}{8} = 30</math> päevaks, ühe päeva maksumus <math>6,30 : 30 = 0,21 \text{ €}</math>.</p><p>(2) 1 purgist jagub 50 päevaks ja ühe päeva maksumus <math>9,50 : 50 = 0,19 \text{ €}</math>.</p><p>Vastus. Kapslid on tarbijale soodsam valik.</p></div> |           | Kogus  | Hind | Vedelik | 240 ml | 6,30 € | Kapslid | 50 tk | 9,50 € | <p>Silindri ruumala ja kera (või kahe poolkera) ruumala valemi teadmine ja rakendamine <b>2 punkti</b></p> <p>Silindri/poolkera raadiuse arvutamine <b>2 punkti</b></p> <p>Kapsli ruumala arvutamine <b>1 punkt</b></p> <p>Ühikute teisendamine ja ümardamine <b>1 punkt</b></p> <p>Päevaste annuste maksumuse arvutamine <b>3 punkti</b></p> <p>Vastus <b>1 punkt</b></p> |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Kogus     | Hind   |      |         |        |        |         |       |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Vedelik                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 240 ml    | 6,30 € |      |         |        |        |         |       |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Kapslid                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 50 tk     | 9,50 € |      |         |        |        |         |       |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

**2014** (8 punkti) On antud funktsioon  $y = x^2 - 2x - 3$ .

1. Arvuta selle funktsiooni nullkohad.
2. Arvuta selle funktsiooni graafiku haripunkti koordinaadid.
3. Leia selle funktsiooni graafiku ja  $y$ -telje lõikepunkti koordinaadid.
4. Joonesta selle funktsiooni graafik, kui  $x$  väärtused muutuvad  $-2$ st  $4$ ni.

| Lahendus                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Hindamine                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. <math>X_0 : y = 0</math></p> $x^2 - 2x - 3 = 0$ $x_1 = -1; x_2 = 3$ $X_0 = \{-1; 3\}$ <p>2. <math>x_h = -\frac{b}{2a} = \frac{x_1 + x_2}{2}</math></p> $x_h = -1; y_h = -4 \Rightarrow H(1; -4)$ <p>3. <math>L(0; -3)</math></p> <p>4.</p>  | <p>Õpilane teab, et nullkohtade leidmiseks tuleb lahendada võrrand <math>y = 0</math> <b>1 punkt</b></p> <p>Ruutvõrrandi lahendamine <b>1 punkt</b></p> <p>Õpilane teab, mis on ruutfunktsiooni graafiku haripunkt ja oskab leida selle koordinaadid <b>2 punkti</b></p> <p>Funktsiooni graafiku ja <math>y</math>-telje lõikepunkti koordinaatide leidmine (kas graafikult või funktsiooni avaldisest) <b>1 punkt</b></p> <p>Funktsiooni graafiku joonestamine <b>3 punkti</b></p> |