

Lisa 1 projekti „Matemaatilise kirjaoskuse ja funktsionaalse kirjaoskuse elektroonsete hindamisvahendite ja hindamismetoodika väljatöötamine põhikooli I ja II kooliastmele“ lõpparuande juurde



Lugemis- ja matemaatikapädevuse kontseptsioonid

Aaro Toomela, Piret Soodla ja Kaja Mädamürk



Euroopa Liit
Euroopa Sotsiaalfond



Eesti tuleviku heaks

Tallinn

Detsember 2018

Sissejuhatus

Enne käesoleva projektiga seotud kontseptsioonide täpsemat käsitlust peame otstarbekaks täpsustada terminikasutust. Vastavalt hankelepingule loome käesolevas töös hindamisvahendid kahes valdkonnas: matemaatiline *kirjaoskus* ja funktsionaalne (ehk toimetuleku-) *kirjaoskus*. Lepingu tehnilises kirjelduses osutatakse, et tegemist on õppekavas kirjeldatud suhtluspädevuse ning matemaatika-, loodusteaduste ja tehnoloogiapädevuste spetsiifiliste aspektidega. “Kirjaoskus” on siin kontekstis tuletatud ingliskeelsest terminist *literacy*, mis otsetõlkes tõepoolest on niimoodi tõlgitav. Selline “kirjaoskuse” termini kasutus on praegu küllalt levinud. Paraku on see termin aga niisuguses kasutuses eesti keeles eksitav. Nimelt on “pädevus” sisult vastav “kirjaoskusele” viimase laiemas ehk metafoorses tähenduses. Inglise keeles kasutatav *literacy* seotakse just selliste mõistetega, mis eesti keeles osaliselt pädevuse termini alla kuuluvad. Nii on inglise keeles näiteks suhtluspädevus (*communication literacy*; Allen & Wood, 1978; Bassett, Whittington, & Staton-Spicer, 1978; Wiemann, 1978; samuti sellega lähedalt seotud *social literacy*; Arthur & Davison, 2000; Arthur, Davison, & Stow, 2000), mis sisaldab ka vallas, mida katab “funktsionaalne kirjaoskus”. Sama kehtib ka matemaatilise kirjaoskuse kohta (*mathematic literacy*; vt nt OECD, 2017). Oluline on märkida, et ka inglise keeles on sama nähtuse kirjeldamisel terminoloogilist segadust; lisaks mõistele *literacy*, on sisuliselt sama tähendusväljaga ka *general* või *core competency*; samuti *general capability*. Samas on oluline, et *literacy* ehk “kirjaoskuse” mõiste on liiga spetsiifiliselt seotav lugemise ja kirjutamisega, seda eesti keeles oluliselt rohkem kui inglise keeles. **Seetõttu kasutame järgnevas tekstis läbivalt terminit “pädevus”, ja mitte “kirjaoskus”.** Nii on *lugemispädevus* osa üldisemast *suhtluspädevusest*. *Matemaatikapädevuse* hindamisel aga keskendume ka nendele matemaatika üldpädevuse aspektidele, mida koolis otseselt ei hinnata.

Matemaatika ja lugemispädevuse (ingl. k. *literacy*) tähtsust inimese toimetulekus kaasaegses ühiskonnas on oluliseks peetud viimase poolsajandi vältel. Käesoleva projekti kontekstis on oluline mõista nende pädevuste mõiste kohta ja tähendust tänapäevases maailmas. Võib öelda, et kogu teema sai alguse ÜRO 1948. aasta inimõiguste ülddeklaratsioonist, mille Artikkel 26 kohaselt (EV Välisministeerium: <http://vm.ee/et/uro-inimoiguste-ulddeklaratsioon>):

1. Igaühel on õigus saada haridust. Haridus peab vähemalt alg- ja üldhariduse ulatuses olema tasuta. Algharidus peab olema kohustuslik. Tehniline ja kutseharidus peavad olema üldkättesaadavad, kõrgharidus peab olema ühtviisi kättesaadav kõigile igaühe võimete kohaselt.

2. Haridus peab olema suunatud isiksuse täielikule arendamisele ning inimõigustest ja põhivabadustest lugupidamise suurendamisele. Haridus peab kaasa aitama vastastikusele mõistmisele, sallivusele ja sõprusele kõigi rahvaste, rasside ja usurühmade vahel ning edendama Ühinenud Rahvaste Organisatsiooni tegevust rahu säilitamisel.

Hariduse nimetamine inimõigusena on kahtlemata oluline, kuid deklaratsiooni tasemel seotud põhimõttelise probleemiga: pole selge, millise tähendusvälja katab hariduse mõiste. Ootuspäraselt ongi rahvusvaheliste organisatsioonide ja teadlaste järgmiste aastakümnete asjakohastes töodes püütud sisuliselt täpsustada hariduse mõistet. Üks olulisi täiendusi inimese ühiskonnaga suhestumise toetamises toodi sisse 1970-ndate aastate keskel: oluliseks inimõiguseks hakati pidama pädevust (vt. pädevuse/*literacy* kui inimõiguse idee ajaloo kohta, Burnett & EFA Global Monitoring Report Team, 2005, eriti Ptk. 5).

Pädevus omakorda on samuti osutunud raskesti määratletavaks mõisteks. Eelkõige väljendub see probleem erinevate määratluste suures hulgas, kusjuures erinevad määratlused

võivad olla üsna erineva kattumisega tähendusväljas. Näiteks ühes äärmuses on pädevuse mõiste seotud üheselt haridustasemega ja teises äärmuses räägitakse pädevusest kui komplekssest vahendist ühiskonnaga suhestumiseks (vt. nt Burnett & EFA Global Monitoring Report Team, 2005, Ptk. 6; Vagvölgyi, Coldea, Dresler, Schrader, & Nuerk, 2016).

Nagu juba ülalnimetatud ÜRO inimõiguste deklaratsioonist tuleneb, pole haridus mitte eesmärk omaette, vaid vahend inimese isiksuse arengu ja ühiskonnaga suhestumise mitmekülgeks toetamiseks (Artikkel 26: 2). Seega saame oluliselt piirata sisuka pädevuse määratluse sisu: pädevus peab olema määratletud nii, et mõiste osutab mitte teatud kitsa ülesande lahendamise või tegevuse valdamise oskusele, vaid laiemalt mingi oskuse või tegevuse valdamisele viisil, mis võimaldab vastavat teadmist ja oskust rakendada enesearenguks ja ühiskonnas toimetulekuks.

Sisukord

Sissejuhatus	2
1. Pädevuse uurimise teoreetiline alus.....	5
1.1. Pädevuse hindamisvahendi põhimõtteline ülesehitus.....	5
2. Lugemispädevus.....	7
2.1. Määratlus.....	7
2.2. Lugemispädevuse põhikomponendid	8
2.3. Lugemispädevuse areng põhikooli I ja II astmes	10
2.4. Lugemiskused	11
2.5. Lugemiskustega õpilaste arengu toetamise õppekorralduslikud ja -metoodilised võimalused koolis	11
3. Matemaatikapädevus.....	14
3.1. Määratlus.....	14
3.2. Matemaatikapädevuse põhikomponendid	15
3.3. Matemaatikapädevuse areng põhikooli I ja II astmes.....	16
3.4. Matemaatikaskused	17
Viidatud allikad	20

1. Pätevuse uurimise teoreetiline alus

Esmapiilgul võib tunduda, et matemaatika ja lugemispätevuse hindamine pole kontseptuaalselt keeruline: piisab selliste ülesannete kasutamisest, mille sooritus osutab vastava pätevuse valdamisele ja mittesooritamine või siis vigaselt sooritamine vastava pätevuse (piisaval tasemel) puudumisele. Tõepoolest, kui hindamise eesmärgiks on vaid pätevuse taseme hindamine, siis sellistest ülesannetest piisabki. Niipea aga, kui eesmärgiks on lisaks pätevuse valdamise taseme väljaselgitamisele ka ebapiisaval tasemel soorituse võimalike põhjuste avastamine, osutub kogu protsess teoreetiliselt väga kompleksseks.

Teoreetiliselt on otstarbekas uuritava nähtuse mõistmiseks kirjeldada seda erinevatel analüüsi tasemetel (vrkl. Toomela, 2012, 2016a, 2016b, 2017): peame süsteemselt eristama uuritava asja kui terviku, selle erinevad osad ning osadevahelised suhted. Konkreetse kindlate omadustega terviku moodustavad vaid kindlad osad erilistes suhetes. Sellist analüüsi saab omakorda teostada erinevatel üldistuse astmetel. Näiteks psüühilise nähtuse kui terviku kõige üldisemateks komponentideks on indiviid ja temale eriomane keskkond. Kumbki neist jaotub omakorda allkomponentideks. Igasuguste arenevate nähtuste korral – milleks psüühika kahtlemata on – peab hetkeolukorra tekkimise mõistmiseks hindama mitte ainult hetkeolukorda, vaid kogu arenguteed, mille kaudu psüühika on kujunenud.

Pätevust diagnoosivad hindamisvahendid siiski arengu dimensiooni sisaldama ei pea. Situatsioon on analoogne näiteks meditsiinis, kus võib küsida, miks inimene on nakkushaigusesse haigestunud. Selle küsimuse vastamiseks, patsiendiga kontaktis olnud nakkusallika avastamiseks peab uurima olukordi, kus inimene on olnud. Samas haiguse ravimiseks ei pea nakkusallikat tingimata teadma; piisab haigust tekitava mikroobi kui organismi mittekuluva komponendi avastamisest haige organismis. Haiguse raviks, nt sobiva antibiootikumi leidmiseks, piisab ka hetke seisundi uurimisest. Analoogne on ka olukord pätevuse hindamisel: uuritavate õpilaste arengutee lisaks kahtlemata kasulikku teavet, kuid kesksel kohal on siiski hetkeolukorra uurimine. Hindamisvahend peab võimaldama hinnata nii pätevuse üldist taset kui ka pätevuse erinevaid komponente. Komponentide hindamine on aluseks suunatud sekkumise planeerimisele.

1.1. Pätevuse hindamisvahendi põhimõtteline ülesehitus

Pätevuse hindamisvahendi koostamiseks võiks võtta aluseks mõne teistes maades juba kasutusel oleva testi. Nendel aga on mõned puudused. Näiteks täiskasvanute hindamises kasutatavad vahendid, nagu IALS (*International Adult Literacy Survey*), ALL (*Adult Literacy and Life Skills Survey*) ning PIAAC (*Programme for the International Assessment of Adult Competencies*) sobivad pätevuse taseme kirjelduseks, kuid on suhteliselt puudulikud avastatud probleemi korral inimesele sobivate hariduslike tegevuste valimiseks (vrkl. nt Thorn, 2009; Vagvölgyi et al., 2016). Nimetatud testide probleemiks on see, et nendes ei eristu piisavalt pätevuse komponendid, millele peaks suunama pedagoogilised sekkumised. Lisaks on need testid ka rahvusvahelised, mistõttu ei ole neis arvestatud eesti või vene keelele eripäraseid pätevuse arengus olulisi aspekte. Ometi on nii lugemis- kui ka matemaatikapätevuses oluline näiteks eesti keelele eriomaste grammatiliste konstruktsioonide valdamise tase. Seetõttu peab eestikeelse vahendi kindlasti koostama originaalsena, kuigi loomulikult arvesse võttes ka teiste maade kogemusi ning neis kasutatavate hindamisvahendite ülesehitust. Sama kehtib ka venekeelse versiooni loomise kohta.

Käesolevas projektis eristame kolm pädevuse peamist aspekti, mida loodava hindamisvahendiga hindame.

(1) Pädevuse tase

Esiteks hindame vastava pädevuse taset tervikuna. Seda teeme kahel eesmärgil. Ühelt poolt saab nii teada uuritava pädevuse taseme ja koos sellega hinnangu, kas täiendav sekkumine on tarvilik või mitte. Teiselt poolt ankurdatakse järgnev detailsem komponentanalüüs konkreetse testikomplekti pädevuse üldtaseme ülesannete sooritusega.

(2) Pädevuse põhikomponendid

Pädevuse üldtase sisaldab kolme üksteist täiendavat komponenti:

2.1. *Vastav oskus ise*: lugemise ja matemaatika oskus. Sellel tasemel hinnatakse mitte kompleksset funktsionaalset oskust ehk pädevust, vaid kitsalt lugemise, arvutamise jt matemaatiliste operatsioonide eakohase valdamise taset. Neid oskusi hindame detailsemalt; lisaks komplekssetele ülesannetele, mis võimaldavad hinnata lugemis- või matemaatikaoskuse eakohase taseme saavutamist, koostame ka ülesanded, mis võimaldavad hinnata lugemis- või matemaatikalaskuste põhjusi. Nii lugemise kui matemaatika oskus arenevad, kusjuures areng peab toimuma kindlas järjekorras. Eelneva etapi omandamine on järgmise taseme omandamiseks vältimatult vajalik. Näiteks matemaatikas ei saa algebrat mõista enne aritmeetika mõistmist, alfabeetilisel lugemisel ei saa sõnu kokku enne tähtede-häälikute vastavuse mõistmist ja teksti on võimalik mõista vaid siis, kui sõnu suudetakse piisavalt soravalt kokku lugeda. Nii on iga eelnev arengutase järgneva arengutaseme allkomponendiks.

2.2. *Teadmised valdkonnast, milles vastavat oskust kasutada*. Nii nagu lugemis- ja matemaatikaoskuse korral, areneb ka teadmine nendest valdkondadest, kus vastavat oskust kasutada. Näiteks uuritav võib mõista kogu teksti internetipanga leheküljel, suutmata internetipanka kasutada, kuna ei valda veel piisavalt panganduse ja raha mõisteid.

2.3. *Teadmised-oskused, kuidas kindlas valdkonnas oskust kasutada*.

(3) Kognitiivsed protsessid

Igasuguses psüühilises tegevuses on eristatavad peamised kognitiivsed komponendid: meeled ja tajud, vajadused, tegevuse aje jõud ehk motivatsioon, mõtlemine, mälu ja tegevuse planeerimine. Iga neist komponentidest osaleb vältimatult ka pädevust hindavate ülesannete lahendamisel.

Neid komponente hindame vaid osaliselt, eelkõige kitsalt lugemise ja matemaatika kasutamise aspektist (nt lugemismotivatsioon jms). Kognitiivse funktsioneerimise detailsem hindamine ei kuulu käesoleva projekti valdkonda. Eestis on selleks juba loodud koolipsühholoogias kasutatav testikomplekt (Kikas, 2016).

2. Lugemispädevus

2.1. Määratlus

Lugemispädevust (e.k valdavalt kasutatud termin *funktsionaalne lugemisoskus*, ingl. k *reading literacy*) määratletakse rahvusvahelistes õpilaste akadeemilist edukust käsitlevates uuringutes PIRLS (*Progress in International Reading Literacy Study*) ja PISA (*Program for International Student Assessment*). Viimasel kahel aastakümnel on ühiskonna vajadused inimeste lugemispädevusele oluliselt muutunud, mis on tinginud ka vastava määratluse pideva täiendamise ja täpsustamise nimetatud uuringute raamdokumentides. Neljandate klasside õpilaste uuringu PIRLS 2016 raamdokumendis (Mullis jt, 2015: 12) defineeritakse lugemispädevust kui *võimet mõista ja kasutada selliseid kirjaliku keele vorme, mida eeldab ühiskond ja/või mida väärtustab indiviid. Lugejad võivad konstrueerida tähendusi erinevas vormis tekstide alusel. Nad loevad õppimise, koolis ja igapäevaelus suhtlemise ja meelelahutuslikel eesmärkidel*.¹ PISA uuringutes, mille raames hinnatakse 15-aastaste õpilaste lugemispädevust, on selle määratlust aastate jooksul korduvalt täiendatud ja täpsustatud (vt täpsemalt OECD, 2016). PISA 2018 raamdokumendis (OECD, 2016: 8) defineeritakse lugemispädevust järgmiselt: *Lugemispädevus on tekstide mõistmine, kasutamine, hindamine, nende üle mõtlemine ja nendega seotus selleks, et saavutada oma eesmärgid, arendada oma teadmisi ja võimeid ning osaleda ühiskonnas*.² Mõistetavalt on toodud definitsioonidel ühisosa: mõlemad toovad esile tekstide mõistmise ja kasutamise oskuse, rõhutavad lugemise eesmärgipärasust, lugemisoskuse kui õppimise vahendi olulisust ning selle vajadust ühiskonnas toimetulekuks. PIRLSi definitsioonis viidatakse tekstide eri vormidele (siin peetakse silmas tüüpilisi kirjalikke vorme nagu näiteks raamatud, ajalehed ja dokumendid, kui ka digitaalseid vorme nagu näiteks e-kirjad, tekstisõnumid, internetileheküljed) ning täpsustatakse lugemise eesmärgid. PISA määratluses tuuakse esile tekstide hindamine (nn kriitiline lugemisoskus), tekstide üle mõtlemine (enda teadmiste sidumine teksti teabega) ning tekstidega seotus (lugemisega seotud afektiivsed ja käitumuslikud karakteristikud). Mõlema uuringu raamdokumentides on välja toodud, et lugemispädevuse määratlus kehtib kõikide eaja lugejarühmade kohta, st need on sobilikud eri vanuses ja eri lugemisoskuse tasemega inimeste jaoks. Definitsioonide rõhuasetused ja erisused on pigem tingitud sellest, mida uuringu sihtrühma ehk vastavas vanuses ja/või lugemiskogemusega inimeste pädevuses eriti oluliseks peetakse.

Käesolevas uuringus defineerime lugemispädevust järgnevalt:

Lugemispädevus on võime mõista ja kasutada kirjalikke tekste, et saavutada oma eesmärgid, arendada oma teadmisi ja võimeid ning osaleda ühiskonnas.

Toodud definitsioon on kooskõlas PIRLSi ja PISA määratlustega. Rõhutame esiteks loetu *mõistmist* kui oskust aru saada tekstis otseselt väljendatud teabest, seostada tekstist

¹ *Reading literacy is the ability to understand and use those written language forms required by society and/or valued by the individual. Readers can construct meaning from texts in a variety of forms. They read to learn, to participate in communities of readers in school and everyday life, and for enjoyment.*

² *Reading literacy is understanding, using, evaluating, reflecting on and engaging with texts, in order to achieve one's goals, develop one's knowledge and potential, and participate in society.*

saadud teavet oma taustteadmistega ning selle alusel teha järeldusi ja üldistusi. Tekstide *kasutamisoskuse* juures osutame tekstist saadud info rakendatavusele ehk selliste konkreetse tekstiga otseselt mitte seotud probleemide lahendamise oskusele, kus on vaja kasutada tekstist saadud informatsiooni. Termin *tekst* on mitmetähenduslik, kuid enamasti peetakse selleks mingit keeles kodeeritud sõnumit, millel on kindel algus ja lõpp. Siinses dokumendis käsitleme tekstina kirjalikke (trükitud ja ekraanipõhiseid) seotud tekste (nt jutustavad ja tarbetekstid) ja sidumata tekste (näiteks graafikud, tabelid) ning nende kombinatsioone. Definitsiooni teine pool (... *et saavutada oma eesmäärke, arendada oma teadmisi ja võimeid ning osaleda ühiskonnaelus*) osutab lugemispädevusele kui indiviidi enesearengu ja ühiskonnaga suhestumise vahendile. Neid suhestumise vorme on väga palju, kuid neist olulisemateks ja universaalsemateks peame lugemisoskuse kui vahendi tähtsust õppimisel, mitmesuguste nähtuste seletamisel ja probleemide lahendamisel, vaba aja sisustamisel ning suhtlemisel.

2.2. Lugemispädevuse põhikomponendid

Lugemispädevuses nagu igas teises kompleksses pädevuses on eristatavad kolm aspekti, millest on pikemalt juttu sissejuhatavas osas: (1) vastav oskus ise ehk lugemisoskus, täpsemalt loetu mõistmine, (2) teadmised valdkonnast, kus lugemisoskust saab kasutada, ning (3) teadmised ja oskused, kuidas seda oskust kindlas valdkonnas kasutada. Järgnevalt selgitame, kuidas mõtestame nimetatud kolme komponenti lugemispädevuse osas.

Loetu mõistmine.

Lugemise peamine eesmärk on mõistmine. Viimastel aastakümnetel on loodud mitmeid teooriaid ja mudeleid, mis selgitavad loetu mõistmise protsessi (vt Unrau & Alvermann, 2013). Kognitiivses psühholoogias ollakse ühisel seisukohal, et tekstimõistmine on tähenduste konstrueerimise protsess. Millisel tasemel aga inimene teksti alusel tähendusi konstrueerib, võib olla väga erinev, sõltudes nii indiviidi, teksti kui ka ülesande iseärasustest (Lorch & van den Broek, 1997). Konstrueerimise-seostamise mudeli järgi (Kintsch, 1998, 2013) realiseerub tekstimõistmine kolmel võimalikul hierarhiliselt erineval tasemel. Kõige madalam mentaalse kujutluse tase on pindstruktuuri mälu (*surface-level memory*), mis tähendab tekstis esinenud sõnade ja fraaside mälus hoidmist. Tüüpiliselt on selle taseme kujutlus lühiajaline ning kustub, kuni sõnade ja lausete tähendusest on aru saadud, kuna enamasti ei ole lugejal vaja teksti sõna-sõnalt meelde jätta, küll aga mõista seal edastatud teavet. Tekstis otseselt verbaliseeritud teabe põhjal (sõnad, laused, lausetevahelised seosed) konstrueerib lugeja teksti semantilise võrgustiku ehk tekstibaasi (*textbase*). Sellest aga enamasti ei piisa – et teksti mõista, tuleb selles otseselt sisalduvat informatsiooni seostada olemasolevate taustteadmistega ning teha üldistusi ja järeldusi teksti alusel. Selle protsessi tulemusena konstrueerib lugeja situatsioonimudeli (*situation model*) ehk üldistatud kujutluse tekstis kirjeldatud sündmusest või objektist (Kintsch, 1998, 2013). Nagu öeldud, on nimetatud mentaalse kujutluse tasemed seotud hierarhiliselt — et jõuda kõrgema taseme kujutluseni, on üheks eelduseks eelmise madalama taseme saavutamine. Kui teksti vastuvõtja ei suuda luua adekvaatset tekstibaasi (nt puudulike lugemistehniliste oskuste, teksti sõnade ja/või lausete ebapiisava mõistmise tõttu), tal puuduvad piisavad teemakohased taustteadmised või ta ei oska oma taustteadmisi tekstis esitatud teabega seostada, jääb situatsioonimudel loomata. Tekstide lugemise ja tekstide vahendusel õppimise ja õpetamise eesmärk peaks aga eelkõige olema just situatsioonimudelite loomine, kuna terviklikud, olemasolevate teadmistega seostatud ja struktureeritud kujutlused loetust peegeldavad tegelikku mõistmist ja võimaldavad saadud teavet uudsetes olukordades kasutada. Teisisõnu, situatsioonimudelite konstrueerimise võime on üheks oluliseks eelduseks lugemispädevuse arengus.

Loetu mõistmise komponendid.

Loetu mõistmise edukus on seotud paljude osaoskuste ja -protsessidega, mis jagunevad kognitiivseteks ja metakognitiivseteks.

Lugemise lihtsa mudeli (*the Simple View of Reading*, Gough & Tunmer, 1986) alusel hõlmab loetu mõistmine erinevaid kognitiivseid osaoskusi, mis jagunevad kaheks oskuste kompleksiks: tehniliseks lugemisoskuseks ning keeleliseks mõistmiseks. Lugemistehniliste oskuste all mõeldakse inimese suutlikkust üksiksõnu, lauseid või seotud teksti ilma vigadeta ja sujuvalt lugeda. Lugemistehniliste oskuste aluseks on seejuures sõnalugemisoskus, st sõnade kokkulugemise (dekodeerimise) ja äratundmise õigsus ja kiirus. Keelelise mõistmise all peetakse silmas verbaalsest infost arusaamist sõna-, lause- ja tekstitasandil. Sõnatasandil toimub sõnatähenduste mõistmine, lausetasandil sõnade omavaheliste seoste mõistmine ja lausemallide äratundmine lause tähenduse mõistmiseks, tekstitasandil lausete- ja tekstilõikude vaheliste seoste mõistmine, oma taustteadmiste ja tekstist saadud teabe seostamine ning teksti alusel järelduste ja üldistuste tegemine. Nii lugemistehnilised kui ka keelelised oskused on lugemisel vajalikud ja puudujäägid neis põhjustavad raskusi loetu mõistmisel (Hoover & Gough, 1990). Ladus lugemine toetab loetust arusaamist: kui lugemine on piisavalt automatiseerunud, jääb lugejal rohkem ressursse tähenduse konstrueerimiseks (Perfetti, 1994). Algajatel lugejatel on seos lugemistehniliste oskuste ja loetu mõistmise vahel tugev, kuid oskuste arenedes see nõrgeneb ning loetu mõistmise seisukohast muutuvad üha olulisemaks keelelised oskused (vt Cain, 2009; Oakhill & Cain, 2007). Lugemise lihtsa mudeli (Gough & Tunmer, 1986) kehtivust on tõestanud paljud uuringud, mis on läbi viidud erinevate ortograafiatega keeltes, mistõttu see on sobivaks teoreetiliseks aluseks õpilaste lugemisoskuse hindamisvahendite koostamisel ning lugemisraskustega õpilaste arengu toetamisel (vt Florit & Cain, 2011).

Lugemisoskuse arenedes ja keerukamate tekstide kasutuselevõttuga seoses muutuvad üha olulisemaks ka metakognitiivsed teadmised ja oskused: oskus oma mõistmisprotsessi jälgida ning vajadusel rakendada teatud strateegiaid teksti töötlemiseks. On leitud, et kogenud lugejatel on mõistmisprotsessi jälgimise oskus parem kui kehvadel lugejatel – nad tunnevad ära tekstis esitatud probleemi, otsivad aktiivselt lahendusi ning kontrollivad oma arusaamist (Block, 1992; Ehrlich jt, 1999). Kui lugeja leiab, et mingi tekstielement (nt sõna või lause) ei sobitu loodavasse situatsioonimudelisse, on võimalik kasutada teksti töötlemiseks teatud lugemisstrateegiaid. Lugemisstrateegiad on vaimsed toimingud ja nende kombinatsioonid, mida lugeja kasutab, et leida, organiseerida ja täiendada teksti teavet, samuti mõelda teksti üle ning juhtida oma tekstimõistmise protsessi (Andreassen & Bråten, 2011). Peamised strateegiad on ennustamine, varasemate teadmiste aktiveerimine, küsimuste koostamine, seoste loomine, visualiseerimine, selgitamine, kokkuvõtte tegemine ja hindamine (Pressley & Gaskins, 2006). Missugust strateegiat teksti töötlemisel rakendada, sõltub lugemise eesmärgist, kuid olulisel määral ka sellest, kuivõrd teadlik lugeja neist strateegiatest on (Kolić-Vehovec jt, 2014; van Kraayenoord jt, 2012).

Lugemispädevuse valdkondlikud teadmised ja oskused.

Mida arenenum on inimese lugemispädevus, seda laialdasemad on tal ka teadmised valdkondadest, kus lugemisoskust kasutada saab, ning teadmised ja oskused, kuidas seda teha. Näiteks aitab õppimise tulemuslikkusele kaasa, kui laps teab, et tunnis õpitu mõtestamiseks ja paremaks meeldejätmiseks on kasulik õpikuteksti lugeda. Nimetatud teadmisest pole aga kasu, kui laps ei oska õpikust õiget teksti või tekstist vajalikku infot leida või ei oska ta kasutada efektiivseid info töötlemise (meeldejätmise, organiseerimise) strateegiaid. Teiseks näiteks toome olukorra, kus inimesel tuleb talle tundmatul maastikul (nt võõras linnas) leida lühim võimalik tee sihtpunkti. Sellises situatsioonis tulevad kasuks teadmised, et enda

abistamiseks on mõistlik kasutada kaarti ja et selle kaardi saab endale kuvada nutiseadmest või hankida turismiinfopunktist. Lisaks kirjeldatud teadmistele on aga inimesel vaja ka teadmisi ja oskusi, kuidas kaarti orienteerumisel kasutada.

2.3. Lugemispädevuse areng põhikooli I ja II astmes

Lapse keeleline areng, sealhulgas lugemise eeluskuste areng, saab alguse juba varakult, väikelapseeas. Kooli alustava 7-aastase lapse kõne peaks olema juba hästi arenenud. Selles vanuses kasutab eakohase kõnearenguga laps keelt suhtlusvahendina vabalt: valdab suhtlemiseks piisavat sõnavara, mõistab ja kasutab kõiki käändevorme ainsuses ja mitmuses ja kasutab kõnes nii liht- kui liitlauseid, mõistab kuulatud juttu ja suudab selle alusel teha järeldusi, oskab piltide abil jutustada ning objekte ja nähtusi kirjeldada, andes edasi põhisisu ja olulised detailid (Vabariigi Valitsus, 2008/2011). Enne kooli algust peaks lapsel olema arenenud ka lugemistehnilised eeluskused, st piisavalt arenenud fonoloogiline teadlikkus ja oskus enamikku tähti nimetada ja kirjutada, ning esmased lugemise ja kirjutamise oskused (Vabariigi Valitsus, 2008/2011). Hiljuti läbiviidud uuringud (Kikas jt, 2016; Soodla jt, 2015a) kinnitavad riiklikus õppekavas sätestatud õpitulemuste omandatust, näidates, et üldiselt on eesti lastel kooli alguses tõepoolest küllaltki heal tasemel fonoloogiline teadlikkus (Kikas, 2016; Soodla jt, 2015a) ja tähtede tundmine (Soodla jt, 2015a) ning enamik oskab kokku lugeda lihtsaid sõnu (Soodla jt, 2015a). Oluline on siinkohal märkida, et lugemisoskuses on kooliteed alustavate laste vahel küllaltki suured erinevused (Soodla jt, 2015a).

Esimeste kooliaastate jooksul on laste lugemistehniliste oskuste areng väga kiire: juba 1. klassi lõpuks on enamik lapsi küllaltki soravad lugejad, seejuures tehakse lugemisel vigu suhteliselt harva (Soodla jt, 2015a). Lugemissoravuse areng erineb laste vahel – osa lastest loevad soravalt juba 1. klassis, kuid paljudel kujuneb lugemisvilumus aeglasemalt. Riiklik õppekava sätestab, et I kooliastme lõpuks peab õpilane suutma lugeda õpitud teksti selgelt, ladusalt ja õigesti (Vabariigi Valitsus, 2011/2018). Uuringud näitavad, et eakohase arenguga lapsed omandavad üldiselt endale omase lugemistempo hiljemalt II kooliastme lõpuks (Kerge, 2010).

Nagu eelpool kirjeldatud, baseerub loetu mõistmine suurel määral lugeja individuaalsetel omadustel, mis jagunevad kahte rühma: lugemistehnilised oskused ja keeleline mõistmine. Neist mõlemad on vajalikud ja samas üksinda ebapiisavad lugemisoskuse arenguks. Seega, loetu mõistmise oskuse areng lapsel sõltub oluliselt sellest, missugusel tasemel on tema lugemistehnilised ja keelelised oskused (sõna-, lause- ja tekstitasandi oskused). Kuna Eestis oskab enamik kooliteed alustavaid lapsi elementaarsel tasemel lugeda ja tänu eesti keele reeglipärasele ortograafiale areneb lugemissoravus suhteliselt kiiresti (Soodla jt, 2015a), on emakeeleõpetuse ülesanne juba 1. klassist alates loetu mõistmise oskuse arendamine. Loetakse jutustavaid, kirjeldavaid ja teabetekste ning ka sidumata tekste (skeemid, kaardid, tabelid) (Vabariigi Valitsus, 2011/2018). I kooliastme lõpuks peaksid kõik lapsed suutma jõukohastest tekstidest olulise informatsiooni välja valida ja oma sõnadega edasi anda (Uibu & Voltein, 2010). II kooliastmes laieneb loetavate tekstide liigiline mitmekesisus ning õpitavad oskused: kujundatakse oskust tekste valida ja leida, eesmärgipäraselt lugeda ja kuulata, teadvustatakse kuulamis- ja lugemisstrateegiaid ning süvendatakse võimet teksti paremini mõista ning tekstile reageerida (Vabariigi Valitsus, 2011/2018). Põhirõhk on mõistmise, analüüsimise ja tõlgendamise arendamisel (Uibu & Voltein, 2010). Meile teadaolevalt ei ole Eestis läbi viidud laiapõhjalisi uuringuid eesti laste lugemispädevuse kohta, mis võimaldaks täpsemalt hinnata, missugusel tasemel on põhikooli I

ja II astme õpilaste lugemisoskuse tase ning kas ja kuidas nad oskavad erinevates valdkondades seda oskust rakendada.³

2.4. Lugemiskused

Lugemiskused on õpiraskuste enamlevinud tekkepõhjus – erinevatel andmetel on valdaval osal (lausa üle 80%) õpiraskustega lastest probleeme lugemisega (Lyon, 1995). Lugemiskuste põhjused on erinevad. Ühel osal õpilastest takistavad loetust arusaamist nõrgad lugemistehnilised oskused, mis väljendub aeglases, takerduvas ja vigadega lugemises, ning selliste õpilaste hulk on esimestel kooliaastatel küllaltki märkimisväärne. Enamik neist omandab piisava lugemissoravuse I (või hiljemalt II) kooliastme lõpuks. Osa lapsi ei omanda siiski ladusat lugemisoskust, mis mõjub pärssivalt nende lugemispädevuse arengule. Taolist häiret – düsleksiat ehk spetsiifilist lugemisvõime häiret – esineb eri maades 5–10%-l täiskasvanud rahvastikust (vt Pruulman, 2010). Soomes esineb düsleksiat umbes 6% rahvastikust (Lyytinen jt, 1995) ning võib arvata, et Eestis on see osakaal samas suurusjärgus. Teine osa lugemiskustega õpilastest on aga sellised, kes küll loevad soravalt, kuid ei mõista loetut eakohasel tasemel. Need õpilased (nn kehvad mõistjad) on oma kognitiivsete oskuste poolest erinevad, kuid sageli on neil lisaks loetu mõistmise raskustele arenguline mahajäämus suulises kõnes, järeldamisoskustes ning metakognitiivsetes oskustes (Cain & Oakhill, 2007). Sellesse rühma kuulub eri andmetel umbes 8–11% õpilastest (Clarke jt, 2010; Torppa jt, 2007). Kolmas rühm lugemiskustega õpilastest on sellised, kellel esineb mahajäämus nii lugemistehnilistes oskustes kui keelelises mõistmises (nn nõrgad lugejad).

Soomes läbi viidud uuringus (Torppa jt, 2007) leiti, et 1.–2. klassi jooksul vähenesid erinevused laste lugemistehnilistes oskustes, kuid suurenesid loetu mõistmises; seejuures jäid teistest õpilastest oluliselt maha just kahe viimati kirjeldatud rühma lapsed – kehvad mõistjad ja nõrgad lugejad. Inglismaal tehtud uuringud (Cain & Oakhill, 2006; Ricketts jt, 2014) osutavad sellele, algklassides kehvade mõistjate hulka kuuluvad õpilased kogevad võrreldes heade lugejatega oma edasisel kooliteel märksa enam raskusi õppimisel ja seda erinevates õppeainetes. Uuringute tulemustest järeldeb seega, et juba kooli alguses on oluline (ja usaldusväärsete hindamisvahendite abil võimalik) märgata, millises valdkonnas on lapse areng eakohasest arengust maha jäänud, ning vastavalt sellele pakkuda talle täiendavat tuge, et ennetada hilisemaid lugemiskursi. Siinkohal on oluline märkida, et kui puudulikud lugemistehnilised oskused on õpetajale kergemini märgatavad, siis suulise kõne arenguprobleemid võivad esimestel kooliaastatel pedagoogide vajaliku tähelepanuta jääda.

2.5. Lugemiskustega õpilaste arengu toetamise õppekorralduslikud ja -metoodilised võimalused koolis

Eesti haridussüsteem toetub kaasava hariduse põhimõtetele – õpilase elukohajärgses haridusasutuses peaks arvestatama tema individuaalsete akadeemiliste ja sotsiaalsete võimete ja vajadustega ning tagama vajalike tugisüsteemide kättesaadavus. Lugemiskustega õpilaste puhul tähendab see vajadust pakkuda vastavalt lapse lugemisoskuse ja oluliste lugemisega seotud osaoskuste tasemele täiendavat tuge õpetaja ja tugispetsialisti (logopeedi või eripedagoogi) poolt.

Täiendava toe realiseerimine peaks toimuma õpetaja ja tugispetsialisti koostöös. Esimene samm on õpilase lugemispädevuse taseme ja oluliste komponentide hindamine ja

³ Rahvusvahelises uuringus PIRLS, mis hõlmab 4. klasside õpilaste lugemispädevust, Eesti osalenud ei ole.

sellest tulenevalt abivajaduse väljaselgitamine. Seejärel tuleb sobivad toetusmeetmed valida, õppetegevust planeerida ja see läbi viia; vajadusel tuleb rakendada sekkumist õpiabirühmas või individuaalselt. Oluline on ka hinnata rakendatud meetmete tõhusust (Haridus- ja teadusminister, 2018). Põhimõtteliselt on taoline süsteem olnud kasutusel juba aastaid, kuid kuni viimase ajani puudus põhjalik analüüs hariduslike erivajadustega, sealhulgas lugemisraskustega õpilaste kaasamise tulemustest. Eesti Rakendusuuringu Keskuse Centar 2016. aastal läbi viidud uuringu (Kaska & Anspal, 2016) tulemused näitavad, et vähem ressursimahukaid tugimeetmeid vajavad hariduslike erivajadustega õpilased, sealhulgas lugemisraskustega õpilased, lõpetavad põhikooli peaaegu sama suure tõenäosusega kui teised õpilased. Uuringu tulemused ei võimalda siiski teha põhjuslikke järeldusi tugimeetmete tõhususe kohta lugemisraskustega õpilaste osas ja seda kahel põhjusel: esiteks, õpilaste spetsiifilisi õpiraskusi (st kas tegemist oli lugemis-, kirjutamis- või matemaatika õpiraskusega) ei ole võimalik EHISe andmebaasidele toetudes tuvastada, ja teiseks – millele juhivad tähelepanu ka uuringu autorid – tuleb arvestada selektsiooniefektist tuleneva probleemiga, mis ei võimalda registriandmetele tuginedes luua kahte võrreldavat hariduslike erivajadustega õpilaste rühma, kellest ühe puhul rakendatati täiendavaid tugimeetmeid ja teise puhul mitte. Seega, Eesti koolides rakendatava täiendava abi tõhusus lugemisraskustega õpilaste arengule ei ole senini leidnud piisavat kinnitust.

Sobilike meetodiliste meetmete efektiivsuse kohta saab informatsiooni mujal maades läbi viidud sekkumisuuringutest. Järgnevalt anname lühida ülevaate meetoditest, mis on suunatud loetu mõistmise komponentide – lugemise ladususe, keelelise mõistmise ja lugemisstrateegiate – arendamisele.

Sagedasemad lugemise ladususele suunatud sekkumismeetodid on üldine lugemise harjutamine ja korduv lugemine (vt ülevaadet Huemer, 2009). Lugemise harjutamise programmide tulemused näitavad küll mõningast positiivset mõju lugemise ladususele ja loetu mõistmisele, kuid selle meetodi puuduseks on vähene kulutõhusus, kuna vajalik on pidev täiskasvanupoolne juhendamine. Soomes on viimastel aastatel rakendatud uutset meetodit, kaasates õpilaste lugemisoskuste arendamisse vabatahtlikke eakaid inimesi⁴, mille esialgseid tulemusi pole veel avaldatud. Korduva lugemise meetod põhineb loetava materjali (sõnaosade, sõnade või tekstilõikude) mitmekordsel lugemisel. Eksperimentaalsed uuringud ei ole enamjaolt siiski näidanud korduva lugemise meetodi üheselt positiivset mõju õpilaste lugemise ladususele (nt Heikkilä jt, 2013; Hintikka jt, 2008; Huemer jt, 2008; Thaler jt, 2004), kuid on saadud ka positiivseid tulemusi (Müller jt, 2017; Saine jt, 2010, 2011). Eestis lugemise ladususe arengule suunatud sekkumisuuringuid teadaolevalt läbi viidud ei ole.

Teine sekkumisuuringute suund hõlmab programme, mille eesmärk on keelelise mõistmise arendamise läbi toetada loetu mõistmise oskusi. Suur hulk neist (vt ülevaadet Wright & Cervetti, 2017) on sõnavara arendamise programmid, mille teoreetiliseks aluseks on uuringud, mis on näidanud sõnavara ja loetu mõistmise vahelist vastastikust seost – mida enam inimene loeb, seda rohkem omandab ta uusi sõnu, ning mida rikkam on sõnavara, seda paremini saadakse omakorda aru tekstidest (Nation, 2009). On leitud, et sõnatähenduste õpetamine toetab peaaegu alati vastavaid sõnu sisaldavatest tekstidest arusaamist ning et meetodid, kus õpitavaid sõnu tuleb aktiivselt kasutada, on efektiivsemad nn sõnastiku või definitsioonide abil sõnade õppimisest. Samas rõhutavad uurijad, et kaasajal pole veel välja töötatud ökonoomseid ja efektiivseid sekkumisprogramme, mis keskenduvad loetu mõistmise arengu toetamisele läbi sõnavara arendamise (Wright & Cervetti, 2017). Õpiraskustega laste sõnavara arengut toetavaid õpetamise meetodeid on kirjeldatud ka eestikeelses metoodilises kirjanduses (nt Karlep, 2003; Plado & Sunts, 2008; Sunts, 2000, vt ka Soodla jt, 2015b).

⁴ Lukumummit ja -vaarit, vt <http://lukumummitjavaarit.fi/>

Kolmandaks, tekstimõistmisoskuste arendamiseks on töötatud välja mitmeid sekkumisprogramme, mida realiseeritakse läbi lugemisstrateegiate õpetamise. Tõenduspõhiseid programme on erinevaid (nt Guthrie jt, 1996; Palincsar & Brown, 1984; Pressley jt, 1992), kuid neil on mitmeid sarnaseid jooni: paralleelselt õpetatakse mitut lugemisstrateegiat, õpetamine toimub läbi strateegiate teadlikustamise ja mudeldamise, strateegiaid harjutatakse koostöiselt ja õpetaja suunamisel, seejuures õpetaja tugi järk-järgult väheneb. Lugemisstrateegiate sekkumisprogrammide efektiivsust on näidanud mitmed metaanalüüsid (nt Lee & Tsai, 2017; Kim jt, 2012). Vastastikuse õpetamise (Palincsar & Brown, 1984) kohandatud sekkumisprogrammi on rakendatud ka Tallinna Ülikoolis läbiviidava projekti "Õpi-, enesemääratlus- ja suhtluspädevuse elektrooniliste hindamisvahendite ja hindamismetoodika väljatöötamine põhikooli I ja II kooliastmele" raames 2. ja 4. klassides⁵. Esialgsed tulemused osutavad selle programmi positiivsele mõjule õpilaste lugemisstrateegiate-alasele teadlikkusele ja tekstimõistmisoskustele.

Kokkuvõtteks võib öelda, et õpilaste lugemisoskuse arengu toetamiseks on välja töötatud erinevaid meetodeid. Vastavalt õpilase oskuse tasemele ja profiilile tuleks pakkuda just talle sobivat tuge, valides ja rakendades tõenduspõhiseid meetodeid. Selleks on vaja Eestis läbi viia vaatlus- ning sekkumisuuringuid, mis võimaldaksid leida sobivaid õpetamispraktikaid laste lugemispädevuse arengu tõhusaks toetamiseks.

⁵ Programm "Me loeme", välja töötanud ja läbiviinud Piret Soodla, Kristi Simso ja Kaja Mädamürk.

3. Matemaatikapädevus

3.1. Määratlus

Matemaatikapädevus on riiklikus õppekavas määratletud järgmiselt: *Suutlikkus kasutada matemaatikale omast keelt, sümboleid ja meetodeid erinevates ülesannetes nii matemaatikas kui ka teistes õppeainetes ja eluvaldkondades ning mõista matemaatika sotsiaalsed, kultuurilist ja personaalsed tähendust; oskus püstitada probleeme, leida sobivaid lahendusstrateegiaid ja neid rakendada, analüüsida lahendusideed ja kontrollida tulemuste tõesust, loogiliselt arutleda, põhjendada ja tõestada ning selleks erinevaid esitusviise kasutada ja neist aru saada* (Vabariigi Valitsus, 2011/2018). Sarnaselt on matemaatikapädevus (*mathematical literacy*) määratletud OECD poolt kui üks võtmepädevus (*key competence*), mis toetab inimese toimetulekut ühiskonnas. PISA (Program for International Student Assessment) raamdokumendis on matemaatikapädevus sõnastatud järgmiselt: *Matemaatikapädevus on inimese võime määratleda, kasutada ja tõlgendada matemaatilisi operatsioone mitmesugustes kontekstides, sh arutleda matemaatiliselt ning kasutada matemaatilisi mõisteid, fakte ja vahendeid, et kirjeldada, seletada ja ennustada erinevaid nähtusi. See aitab inimesel tajuda rolli, mida matemaatika maailmas mängib, ning teha põhjendatud järeldusi ja otsuseid, nagu seda oodatakse konstruktiivselt, aktiivselt ja mõtlevalt kodanikult* (OECD, 2013). Lisaks uuritakse matemaatikaoskusi rahvusvaheliselt ka TIMSS-i (Trends in International Mathematics and Science Study) uuringutega. TIMSS-i raamistikus lähtutakse täpsemalt matemaatika osaoskustest (nt arvutamine, jooniste lugemine, geomeetria) ning laiemalt kolmest matemaatikaoskuste kognitiivsest valdkonnast: faktiteadmised, mõistetest arusaamine/rakendamisoskus ja arutlemisoskus (Lindquist, Philpot, Mullis & Cotter, 2017), kuid otseselt matemaatilist kirjaoskust ei ole TIMSS-i raamistikus määratletud.

Suurem osa kaasaegsetest matemaatikapädevuse uurijatest lähtuvad PISA raamdokumendis esitatud määratlusest, kuid uuringud erinevad selle poolest, kuidas seda määratlust interpreteeritakse ja millele täpsemalt keskendutakse pädevust uurides. Olulise puudusena tuuakse välja seda, et PISA määratluses pole selget rõhuasetust ja seega on ka õpetajatel keeruline mõista, millele peaks keskenduma matemaatikapädevust arendades ja mis on matemaatikapädevuse arendamise eesmärk (Haara, Bolstad, & Jenssen, 2017). PISA määratlust võib pidada liiga matemaatikakeskseks, seetõttu on ka keeruline eristada, kuidas matemaatika alaoskuste (nt faktid, protseduurid, mõisted) õppimine ja rakendamine erineb matemaatikapädevuse õppimisest ja rakendamisest. Sarnaselt võib ka riiklikus õppekavas esitatud määratluse järgi matemaatikapädevuse arendamist tõlgendada kui matemaatika alaoskuste õpetamist.

Käesolevas projektis on matemaatikapädevus määratletud järgmiselt:

Matemaatikapädevus on inimese võime mõista ja kasutada matemaatilisi mõisteid ja protseduure, et saavutada oma eesmärgid, arendada oma teadmisi ja võimeid ning osaleda ühiskonnaelus.

Võrreldes riiklikus õppekavas oleva ja PISA määratlustega, on selles määratluses küll ka välja toodud matemaatikaspetsiifilised oskused ja teadmised (mõisted ja protseduurid), kuid rõhutatud on pädevuse funktsionaalset poolt ehk enesearengut ja ühiskonnaga suhestumist.

3.2. Matemaatikapädevuse põhikomponendid

PISA (OECD, 2013) raamistiku järgi saab matemaatikapädevuse täpsemalt jaotada kolmeks: 1) **olukordade sõnastamine matemaatiliselt**; 2) **matemaatiliste mõistete ja protseduuride kasutamine olukorra lahendamiseks**; 3) **tulemuse interpreteerimine**. Olukorra sõnastamine matemaatiliselt tähendab, et inimene oskab ära tunda, kas ja mida on vastavas olukorras võimalik matemaatiliselt sõnastada ning kuidas seda kasutada olukorra lahendamiseks. Sellele järgneb olukorra lahendamine tuginedes eelnevalt määratletud matemaatilistele mõistetele ja protseduuridele. Olukorda lahendades on vaja samaaegselt hinnata, kas eelnevalt valitud lahenduskäik on sobilik, kas kõik eelnevalt planeeritud lahenduse etapid on asjakohased. Tulemuste interpreteerimine tähendab lahenduse kirjeldamist, tõlgendamist ja hindamist. Sealjuures on vaja aru saada ka, millisel määral matemaatiline lahendus võimaldas olukorda lahendada, mis on matemaatilise lahenduse tugevused ja puudused.

Arvestades PISA raamistikus esitatud jaotust, võib järeldada, et **matemaatikapädevus sisaldab 1) matemaatikaalaseid teadmisi ja oskusi ning lisaks 2) teadmisi valdkonnast, kus matemaatikat kasutada ja 3) teadmisi-oskusi, kuidas kindlas valdkonnas matemaatikat kasutada**. Seega ei tähenda matemaatikapädevus lihtsalt inimese matemaatikaalaseid teadmisi ja oskusi, vaid see hõlmab ka seda, millisel määral inimene tunneb valdkonda, milles ta oma matemaatikaoskusi rakendab. Näiteks võib inimene võib osata arve ümardada ning teada erinevaid valemeid, aga ta ei taipa neid oskusi kasutada igapäevastes olukordades. Ühest küljest ei pruugi inimene üldse märgata matemaatika rakendamise võimalusi, teisalt võib ta eeldada, et igas olukorras on vaja väga täpne tulemus arvutada. Kuna täpse tulemuse arvutamine võib osutada liiga keeruliseks, loobutakse matemaatika kasutamisest, kuigi eesmärgi saavutamiseks piisaks ka umbkaudsest vastusest. Lisaks on olulised ka konkreetsed teadmised valdkonnast, milles kirjaoskust kasutatakse. Näiteks selleks, et arvutada teekonna pikkust kaardil, on vaja mõista ka kaardil olevaid tähisteid.

(1) Matemaatikalased teadmised ja oskused

TIMSS-i matemaatika raamistikus on esitatud kolm matemaatikaoskuste valdkonda: faktiteadmised, mõistetest arusaamine/rakendamisoskus ja arutlemisoskus (*knowing, applying, reasoning*). Faktiteadmised on teadmised matemaatilistest faktidest ja protseduuridest. Mõistetest arusaamine/rakendamisoskus tähendab sisulist arusaamist matemaatilistest mõistetest ja oskust neid mõisteid kasutada probleemide lahendamiseks. Arutlemisoskus tähendab oskust kasutada matemaatikateadmisi ja -oskusi ka uudsetes olukordades, keeruliste ja mitmeosaliste ülesannete juures (Lindquist, Philpot, Mullis & Cotter, 2017).

Käesolevas uuringus on TIMSS-i raamistikule sarnaselt matemaatikaoskused jaotatud protseduurilisteks ja mõistelisteks teadmisteks ja oskusteks (Palu & Kikas, 2015; Rittle-Johnson & Siegler, 1998; Rittle-Johnson, Siegler & Alibali, 2001). Selle järgi on matemaatilise kirjaoskuse matemaatikaalasteks komponentideks teadmised matemaatilistest mõistetest ning oskused kasutada neid protseduurilisel ja mõistelisel tasemel.

(2) Protseduurilised teadmised ja oskused

Protseduurilised teadmised ja oskused on teadmised matemaatilistest reeglitest ja protseduuridest ning oskused, kuidas neid kasutada ülesandeid lahendades. Protseduurilised

teadmised ja oskused on seotud rutiinsete ülesannete lahendamisega, näiteks lihtsamad arvutustehted, graafikute lugemine, geomeetriliste kujundite teadmine. Protseduurilised teadmised ja oskused sisaldavad küll matemaatiliste mõistete kasutamist, kuid protseduurilised teadmised ja oskused ei pruugi väljendada sisulist arusaamist, vaid need võivad olla ka mehaanilisel teel omandatud. Mehaanilisel teel omandatud oskuste/teadmiste puhul seostatakse üht tüüpi protseduure kindlat tüüpi ülesannetega ning seda protseduurilist teadmist ei laiendata teistsuguste/uudsete ülesannete lahendamiseks (Palu & Kikas, 2015; Rittle-Johnson & Siegler, 1998; Rittle-Johnson, Siegler & Alibali, 2001).

(3) Mõistelised teadmised ja oskused

Mõistelised teadmised tähendavad arusaamist matemaatilistest mõistetest ja protseduuridest ning nende omavahelistest seostest. Erinevalt protseduurilistest teadmistest, ei ole mõistelised teadmised lihtsalt mehaanilisel teel omandatavad, vaid mõisteliste teadmiste puhul on sisuliselt vaja aru saada konkreetse matemaatilise mõiste määratlusest ning sellest, kuidas see mõiste suhestub teiste matemaatiliste mõistetega. Mõistelised ja protseduurilised teadmised ja oskused on omavahel siiski tihedalt seotud ning arendades protseduurilisi teadmisi, võivad areneda ka mõistelised teadmised ja vastupidi (Palu & Kikas, 2015; Rittle-Johnson, Siegler & Alibali, 2001).

Mõisteliste teadmiste abil on võimalik lahendada uudseid ülesandeid ning ka samasugust tüüpi ülesannetele mõelda välja erinevaid lahendusviise. Seega saab mõistelisi teadmisi kasutada nii tuttavate kui ka uudsete ülesannete lahendamiseks. Uudsete ülesannete lahendamise juures on oluline ka see, kui hästi on inimene seostanud konkreetset protseduuri ja mõistet omavahel. Mida paremini on mõistelised ja protseduurilised teadmised omavahel seostatud, seda paindlikumalt suudab inimene oma teadmisi kasutada (Palu & Kikas, 2015; Rittle-Johnson, 2017; Rittle-Johnson & Siegler, 1998; Rittle-Johnson, Siegler & Alibali, 2001).

3.3. Matemaatikapädevuse areng põhikooli I ja II astmes

Põhikooli riikliku õppekava järgi õpitakse I kooliastmes täpsemalt tundma naturaalarve, naturaalarvudega 100 piires peast arvutamist, mõõtühikuid ja geomeetrilisi kujundeid ning lahendatakse eri tüüpi ühe- ja kahetehtelisi tekstülesandeid. II kooliastmes arendatakse neid teadmisi edasi õppides tundma ratsionaalarve, pindala ja ruumala valemeid, lahendama keerukamaid tekstülesandeid. Mõlemas kooliastmes on eesmärgiks, et õpilane oskaks eakohaselt kasutada matemaatikale omast keelt, sümboleid ja meetodeid erinevates ülesannetes nii matemaatikas kui ka teistes õppeainetes ja eluvaldkondades (Vabariigi Valitsus, 2008/2011).

Põhikooli esimeses kooliastmes keskendutakse olulisel määral arvu mõiste õppimisele ja arvutamisoskuse arendamisele. Arvu mõiste on üks keskne osa matemaatikaalaste teadmiste, sh matemaatikapädevuse, arengust. Arvu mõiste arengu alguseks võib pidada juba seda, kui hakatakse eristama erineva suurusega hulkasid. Kõne arengu toel õpivad lapsed seejärel ära arve tähistavad sõnad ja sümboolid (Siegler & Lortie-Forgues, 2015). Esimestel kooliaastatel õpitakse täpsemalt tundma naturaalarve ja kuidas nendega läbi viia erinevaid matemaatilisi protseduure (nt arvutamine, arvude võrdlemine), seega on esimestel õppeaastatel suur rõhk just protseduuriliste teadmiste omandamisel.

Põhikooli teises kooliastmes tutvuvad lapsed ratsionaalarvudega. Ratsionaalarvude omaduste mõistmine ei tähenda lihtsalt naturaalarvu mõiste täiendamist uute omadustega, vaid terve arvu mõiste ümbermõtestamist, ning see osutub keeruliseks paljudele lastele (Merenluto & Lehtinen, 2004). Näiteks on naturaalarvudega arvutama õppinud lapsed

harjunud eeldama, et jagamise tulemuseks on vastus väiksem kui jagatav. Sarnast seaduspära eeldavad paljud lapsed ka ratsionaalarvudega arvutades. Lisaks kiputakse arvama, et suurema lugeja ja nimetajaga arv peaks olema suurem kui väiksema lugeja ja nimetajaga arv. Kuigi naturaalarvudega arvutamine on oluline osa arvu mõiste ja arvude omavaheliste seoste arendamiseks, ei pruugi head oskused naturaalarvudega arvutamises ennustada murdarvudest arusaamist (Fuchs et al., 2013). See tähendab, et lapsed, kes saavad tänu protseduurilistele teadmistele väga hästi hakkama põhikooli esimese astme matemaatikaga, võivad sellegipoolest sattuda raskustesse põhikooli teises ja kolmandas astmes, kui hakatakse ratsionaalarve kasutama. Seetõttu on ka oluline uurida laste arusaamist arvudest lisaks protseduurilisele tasemele ka mõistelisel tasemel.

Erinevate matemaatiliste mõistete ja arvutamisoskuse õppimise kõrval hakatakse esimestes klassides lahendama ka lihtsamaid probleemülesandeid. Probleemülesannetes on vaja esitatud teksti põhjal koostada matemaatiline lahendusmudel, mille abil saab ülesande ära lahendada. Selliseid ülesandeid lahendama õppides saavad lapsed omandada erinevaid strateegiaid, kuidas ka igapäevastes olukordades matemaatikat kasutada. Probleemülesannete lahendamisoskuse areng on tihedalt seotud ka teksti mõistmise (Björn, Aunola & Nurmi, 2016) ja arutlemisoskusega (Vlassis, 2004). Lihtsamate probleemülesannete sõnastus on lühike ja konkreetne ning nende lahendamiseks on vaja sooritada üks või kaks tehet. Keerukamad probleemülesanded on mitmetehtelised, hõlmavad erinevaid matemaatika valdkondi ning eeldavad edasijõudnud teadmisi-oskusi arvutamise ja ka teksti mõistmise osas. Sealjuures sisaldavad keerukamad ülesanded ka ebaolulist infot, mis võib lahendamist takistada (Fuchs & Fuchs, 2002; Fuchs, Fuchs, & Prentice, 2004). Keerukamates ülesannetes on vaja teadmisi paindlikumalt kasutada ning erinevaid matemaatilisi mõisteid omavahel seostada (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004; Gray, Pinto, Pitta & Tall, 1999). Seega, põhikooli esimeses astmes on probleemülesanded suhteliselt lühikese sõnastusega ja eeldavad ühe- või kahtehtelist lahendust. Põhikooli teises kooliastmes on probleemülesannete lahendamiseks vaja õppida erinevate matemaatikaalvaldkondade omavahelist kombineerimist ning olulise ja ebaolulise eristamist.

3.4. Matemaatikaraskused

Matemaatika- ja õpiraskustega õpilaste matemaatikapädevus võib olla madal mitmel põhjusel. Matemaatikaraskustega seoses on ainsana täpsemalt määratletud spetsiifiline arvutamisvõimehäire (F81.2), mis võib esineda 5-6 protsendil koolilastest (Pruulmann, 2010). Arvutamisvõimehäirega lastel on raskusi matemaatiliste faktide omandamise ja oskuste automatiseerumisega, mistõttu on selle häirega lastel ka matemaatikapädevuse omandamisega raskusi. Arvutamisvõimehäire on arvatavasti seotud taju eripäradega, näiteks võib lapsel olla raskusi numbriliste sümbolite äratundmisel ning hulga ja numbri kokkusobitamisel. Sealjuures ei pruugi harjutamine aidata oskusi automatiseerida (Pruulmann, 2010).

Arvutamisvõimehäire kõrval pole muid matemaatikaalaseid raskusi täpsemalt defineeritud, mistõttu pole ka võimalik täpsemalt hinnata, kui suurel osal lastest on matemaatikaraskused. Mitmetes varasemates uuringutes on matemaatikaraskuste määratlemisel lähtutud näiteks matemaatikatestide skooridest – kui lapse tulemus on alla teatud piiri, siis võib tal esineda matemaatikaraskusi. Erinevates uuringutes selleks piiriks määratud 10-35 protsentiili (nt. Fuchs et al., 2008; Jordan, Hanich & Kaplan, 2003; Murphy, Mazzocco, Hanich & Early, 2007). Sellise lähenemise puhul pole eelkõige lähtutud konkreetsetest oskustest, vaid sellest, kuivõrd hästi laps ülesandeid lahendab võrreldes teiste valimisse sattunud lastega.

Matemaatkaraskuste paremaks määratlemiseks pakuvad Karagiannakis, Baccaglini-Frank ja Papadatos (2014) välja raskuste klassifitseerimiseks neli suuremat valdkonda: 1) hulga suuruse mõistmine ja loendamisoskus; 2) matemaatiliste faktide teadmine (nt peast arvutamine jt protseduurilised teadmised ja oskused); 3) arutlemisoskus (mõistelised teadmised); 4) visuaal-ruumilised teadmised ja oskused (nt geomeetriliste kujundite tundmine ja nendega seotud ülesannete lahendamine). Oskuste hindamine valdkondade kaupa aitaks täpsemalt teada saada, milles seisnevad õpilase raskused ja samuti ka, millised on õpilase tugevused, millele toetudes saaks tema teadmisi ja oskusi edasi arendada (Karagiannakis, Baccaglini-Frank & Roussos, 2017). Ka käesoleva uuringu raames hinnatakse õpilaste oskusi protseduurilisel ja mõistelisel tasemel, et välja selgitada, milliste teadmiste-oskuste võimalikud puudujäägid takistavad matemaatikapädevuse arengut.

Matemaatkaraskused võivad tihti esineda ka koos lugemisraskustega. Lugemistehnilised oskused on seotud matemaatikaoskustega pigem esimeses kooliastmes, kus kehvade lugemistehniliste oskustega lastel võib olla ka raskusi matemaatikas (Vilenius-Tuohimaa, Aunola & Nurmi, 2008; Vukovic & Siegel, 2010). Hilisemates kooliastmetes on suuremal osal lastest lugemistehnilised oskused üsna sarnased, kuid matemaatilised tekstülesanded eeldavad väga head tekstimõistmisoskust ning matemaatkaraskustega õpilasel võib olla ka probleeme teksti mõistmisega (Björn, Aunola & Nurmi, 2014). Lisaks on leitud, et ainult matemaatkaraskustega õpilased arenevad matemaatikaalaselt kiiremini kui õpilased, kellel on nii matemaatika- kui ka lugemisraskused (Jordan, Kaplan & Hanich, 2002), seega on matemaatkaraskuste ilmnemise puhul oluline uurida, millisel tasemel on õpilase lugemisoskus, et vajadusel pakkuda õpilasele abi lugemisoskuse arendamiseks. Samuti on matemaatikapädevuse arengu toetamiseks oluline teada õpilase lugemispädevuse taset. Matemaatkaraskustega õpilaste toetamise õppekorralduslikud ja -metoodilised võimalused koolis

Matemaatikaoskuste arendamise võimalusi uuritakse tavaliselt sekkumisuuringutega, milles püütakse kindlaks teha, milline õpetamismeetod on konkreetse teadmise-oskuse õpetamiseks tõhus. Uuritakse nii lihtsamate protseduuriliste teadmiste ja oskuste (nt loendamine: Siegler & Ramani, 2008) kui ka keerukamate mõisteliste teadmiste arendamise võimalusi (nt eluliste probleemülesannete lahendamine: Bottge & Hasselbring, 1993). Olenemata konkreetsest arendatavast oskusest-teadmistest soovitatakse matemaatikapädevuse arendamise eesmärgil esmalt õpilastele selgitada õpetatava vajalikkust ning seostada seda igapäevaeluga. Lisaks on oluline uurida, kas õpilastel on vajalikud eelteadmised, et olla valmis uue teema õppimiseks. Kui eelteadmised ei ole piisaval tasemel, oleks vaja kõigepealt keskenduda nende teadmiste täiendamisele (Hudson, Miller & Butler, 2006).

Matemaatikaalaste sekkumisuuringute metanalüüsist selgus, et võimalikult täpsete juhiste andmine, aga ka arutelude tekitamine ja õpilastele iseseisvuse lubamine on efektiivsed võimalused matemaatikaoskuste arendamiseks. Eraldi toodi siiski välja, et protseduuriliste teadmiste-oskuste õpetamisel võivad täpsed juhised olla eriti olulised (Kroesbergen & Van Luit, 2003). Täpsete juhiste andmisel võib järgida tunnitöö ülesehitust, milles esmalt teeb õpetaja ülesande ise ära, seejärel tehakse ülesannet koos õpetajaga ning lõpuks jõuavad lapsed ka iseseisva tööni. Seega, esmalt õpetaja näitab konkreetse oskuse õpilastele ette, samal ajal rääkides võimalikult täpselt, mida ta seda oskust-teadmisi kasutades teeb ja ka mõtleb. Seejärel harjutavad õpilased vastavat oskust koos õpetajaga ning kui õpetajaga koos on saavutatud piisav meisterlikkuse tase, saavad õpilased juba iseseisvalt õpitut oskusi kasutada (Hudson, Miller & Butler, 2006). Näiteks on arvutamiseks võimalik kasutada erinevaid strateegiaid (Siegler & Araya, 2005), õpetaja saab need strateegiad sõna-sõnalt õpilastele ette öelda ning samal ajal neid ka kasutada.

Matemaatilikapädevuse arendamiseks on arvutamisoskuse juures oluline lisaks täpsele arvutamisele õpetada õpilastele ka ligikaudset vastuste hindamist. Igapäevastes olukordades ei

pruugi täpne arvutamine olla piisavalt kiiresti kättesaadav (nt mitmekohaliste arvudega peast arvutamine) ja seetõttu võivad paljud inimesed arvutamise kasutamisest üldse loobuda. Ligikaudse hindamise harjutamine võimaldab igapäevastes olukordades teha kiiresti ja piisava täpsusega arvutusi. Ligikaudsete hinnangute andmist saab harjutada arvkiirel arvu märkimisega, aga ka arvutamist õppides. Näiteks, kui on teada, et laps oskab liita kümne piires, võib esitada talle ülesande „ $8+7=...$ “ ja paluda hinnata, mis võiks olla ligikaudne vastus. Analoogeid ülesandeid saab teha ka keerukamate ülesannetega, näiteks seoses murdude ja protsentide arvutamisega või pindala ja ruumala arvutamisel. Ligikaudsete hinnangute andmise harjutamine näitab lastele, et probleeme on võimalik edukalt lahendada ka siis, kui päris täpselt lahendamiseks veel piisavalt oskusi pole, kuid on olemas vajalikud eelteadmised (Dowker, 2003).

Protseduuriliste teadmistega samaaegselt arenevad ka õpilaste mõistelised teadmised (Rittle-Johnson, 2017) ning täpsete juhiste kasutamine on ka mõisteliste teadmiste arendamisel oluline (Hudson, Miller & Butler, 2006; Fuchs et al., 2015; Rittle-Johnson, 2006). Lisaks täpsete juhiste andmisele saab kasutada ka arutelu, grupitööd ning iseseisva töö võimalusi (Kroesbergen & Van Luit, 2003). Arutlemisioskuse arendamise juures on vaja arvestada sellega, et õpilastel ei pruugi see oskus olla piisaval tasemel, et iseseisvalt lahendusprotsessi üle arutleda (nt oma lahenduskäike sõnastada). Sellisel juhul saab ka siin õpetaja arutluskäike ise ette öelda või täiendavate küsimustega arutelu sisukamaks muuta (Fuchs et al., 2015; Rittle-Johnson, 2006). Arutelude tekitamiseks saab kasutada näiteks kolme tüüpi küsimusi: 1) Ümberpööratud küsimused, milles on vastus juba ette antud ja õpilased peavad arvama, kuidas vastus saadi. Seda tüüpi küsimused panevad mõtlema erinevate lahendusvõimaluste peale ja õpilased näevad ka arutelu käigus, et nende klassikaaslastel võivad lahenduste jaoks olla erinevad viisid. 2) Paindlikkusele suunavad küsimused, mille puhul õpilased esmalt lahendavad ülesande kindlat strateegiat järgides ning seejärel püüavad sama tulemuse kinnitada teistsuguseid strateegiaid kasutades. 3) Üldistamisele suunavad küsimused, mille juures mõeldakse, kas ja kuidas saab ühte tüüpi lahendusstrateegiaid kasutada erinevate ülesannete puhul. Otsitakse seoseid erinevate matemaatiliste mõistete vahel ning seostatakse eelteadmisi uute mõistetega (Dougherty, Bryant, Bryant, Darrough & Pfannenstiel, 2015).

Kokkuvõtvalt võib öelda, et õpetaja saab tunnitöö käigus õpilaste matemaatikapädevust erinevate võtetega küll arendada, kuid paljud õpilased võivad (ajutiselt) vajada ka lisatoetust eripedagoogi ja/või koolipsühholoogi poolt. Töö efektiivsuse tõstmiseks on nii õpetajatel kui ka tugitöötajatel vaja hindamisvahendeid, millega nad saaksid võimalikult täpselt määratleda õpilase teadmiste ja oskuste taseme ning vastavalt koostada õppetöö sisu.

Viidatud allikad

- Allen, R. R., & Wood, B. S. (1978). Redefining literacy and basics: Beyond reading and writing to communication competence. *Communication Education*, 27(4), 286-292.
- Andreassen, R. & Bråten, I. (2011). Implementation and effects of explicit reading comprehension instruction in fifth-grade classrooms. *Learning and Instruction*, 21(4), 520–537.
- Arthur, J., & Davison, J. (2000). Social literacy and citizenship education in the school curriculum. *Curriculum Journal*, 11(1), 9-23.
- Arthur, J., Davison, J., & Stow, W. (2000). *Social literacy, citizenship education and the national curriculum*. London: Routledge.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M. -K., & Nurmi, J. -E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96, 699–713. <http://dx.doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.699>.
- Bassett, R. E., Whittington, N., & Staton-Spicer, A. (1978). Assessing communication literacy: The basics in speaking and listening for high school graduates: What should be assessed? *Communication Education*, 27(4), 293-303.
- Björn, P. M., Aunola, K., & Nurmi, J.-E. (2014). Primary school text comprehension predicts mathematical word problem- solving skills in secondary school, *Educational Psychology*, 37–41. <http://doi.org/10.1080/01443410.2014.992392>
- Block, E. L. (1992). See how they read: Comprehension monitoring of L1 and L2 readers. *TESOL Quarterly*, 26, 319–343.
- Bottge, B. A., & Hasselbring, T. S. (1993). A comparison of two approaches for teaching complex, authentic mathematics problems to adolescents in remedial math classes. *Exceptional Children*, 59, 556-566.
- Burnett, N., & EFA Global Monitoring Report Team. (2005). *Education for All. Literacy for life. Education for All global monitoring report 2006*. Paris: UNESCO.
- Cain, K. (2009). Children's reading comprehension difficulties: A consideration of the precursors and consequences. Kogomikus C. Wood & V. Connelly (toim-d), *Contemporary Perspectives on Reading and Spelling* (lk 59–75). London: Routledge.
- Cain, K. & Oakhill, J. (2007). Reading comprehension difficulties: Correlates, causes and consequences. Kogomikus K. Cain & J. Oakhill (toim-d), *Children's Comprehension Problems in Oral and Written Language: A Cognitive Perspective* (lk 41–75. New York: Guildford Press.
- Cain, K. & Oakhill, J. (2006). Profiles of children with specific reading comprehension difficulties. *British Journal of Educational Psychology*, 76, 683–696.
- Clarke P. J., Snowling M. J., Truelove E., Hulme C. (2010). Ameliorating children's reading comprehension difficulties: A randomised controlled trial. *Psychological Science*, 21, 1106–1116.
- Dougherty, B., Bryant, D. P., Bryant, B. R., Darrough, R. L., & Pfannenstiel, K. H. (2015). Developing concepts and generalizations to build algebraic thinking: The reversibility, flexibility, and generalization approach. *Intervention in School and Clinic*, 50, 273-281.
- Dowker, A. (2003). Young children's estimates for addition: The zone of partial knowledge and understanding. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: constructing adaptive expertise* (pp. 243-266). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ehrlich, M. F., Remond, M. & Tardieu, H. (1999). Processing of anaphoric devices in young skilled and less skilled comprehenders: Differences in metacognitive monitoring. *Reading and Writing*, 11, 29–63.
- Florit, E. & Cain, K. (2011). The simple view of reading: Is it valid for different types of alphabetic orthographies? *Educational Psychology Review*, 23, 553–576.
- Fuchs, L. S., & Fuchs, D. (2002). Mathematical problem-solving profiles of students with mathematics disabilities with and without comorbid reading disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 35, 563–573.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., & Prentice, K. (2004). Responsiveness to mathematical problem solving instruction: Comparing students at risk of mathematics disability with and without risk of reading disability. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 293–306.
- Fuchs, L. S., Malone, A., Schumacher, R. F., Namkung, J., Hamlett, C. L., Jordan, N. C., Siegler, R. S., Gersten, R., & Changas, P. (2015). Supported self-explaining during fraction intervention. *Journal of Educational Psychology*, 108, 493-508. <http://doi.org/10.1037/edu0000073>.
- Fuchs, L. S., Schumacher, R. F., Long, J. Namkung, J., Hamlett, C. L., Cirino, P. T., Jordan, N. C., Siegler, R., Gersten, R., & Changas, P. (2013). Improving at-risk learners understanding of fractions. *Journal of Educational Psychology*, 105, 683-700. <http://dx.doi.org/10.1037/a0032446>

- Fuchs, L. S., Seethaler, P. M., Powell, S. R., Fuchs, D., Hamlett, C. L., & Fletcher, J. M. (2008). Effects of preventative tutoring on the mathematical problem solving of third-grade students with math and reading difficulties. *Exceptional Children*, 74, 155-173.
- Gough, P. B. & Tunmer, W. E. (1986). Decoding, reading, and reading disability. *RASE: Remedial & Special Education*, 7, 6-10.
- Gray, E., Pinto, M., Pitta, D., & Tall, D. (1999). Knowledge construction and diverging thinking in elementary & advanced mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 111-133.
<http://dx.doi.org/10.1023/A:1003640204118>.
- Guthrie, J. T., van Meter, P., McCann, A. D., Wigfield, A., Bennett, L., Poundstone, C. C., Rice, M. E., Faibisch, F. M., & Mitchell, A. M. (1996). Growth of literacy engagement: changes in motivations and strategies during concept-oriented reading instruction. *Reading Research Quarterly*, 31, 306-332.
- Haridus- ja teadusminister (2018). Tugispetsialistide teenuse kirjeldus ja teenuse rakendamise kord. *Riigi Teataja I*, 27.02.2018, 10. <https://www.riigiteataja.ee/akt/127022018010>
- Haara, F. O., Bolstad, O. H., & Jenssen, E. S. (2017). Research on mathematical literacy in schools - Aim, approach and attention. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 5, 285-284.
- Heikkilä, R., Aro, M., Närhi, V., Westerholm, J., & Ahonen, T. (2013). Does training in syllable recognition improve reading speed? A computer-based trial with poor readers from second and third grade. *Scientific Studies of Reading*, 17, 398-414.
- Hintikka, S., Landerl, K., Aro, M., & Lyytinen, H. (2008). Training reading fluency: is it important to practice reading aloud and is generalization possible? *Annals of Dyslexia*, 58, 59-79.
- Hoover, W. A. & Gough, P. B. (1990). The simple view of reading. *Reading and Writing*, 2(2), 127-160.
- Hudson, P., Miller, S. P., & Butler, F. (2006). Adapting and merging explicit instruction within reform based mathematics classrooms. *American Secondary Education*, 35, 19-32.
- Huemer, S. (2009). *Training reading skills: Towards fluency*. Doktoriväitekiiri. Jyväskylä University of Jyväskylä.
<https://jyx.jyu.fi/dspace/bitstream/handle/123456789/20133/9789513935863.pdf?sequence=1>
- Huemer, S., Landerl, K., Aro, M., & Lyytinen, H. (2008). Training reading fluency among poor readers of German: many ways to the goal. *Annals of Dyslexia*, 58, 115-137.
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development*, 74, 834-850. <http://dx.doi.org/10.1111/1467-8624.00571>.
- Karagiannakis, G., Baccaglini-Frank, A., & Papadatos, Y. (2014). Mathematical learning difficulties subtypes classification. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8, <http://dx.doi.org/10.3389/fnhum.2014.00057>.
- Karlep, K. (2003). *Kõnearendus. Emakeele abiõpe II*. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Kaska, M. & Anspal, S. (2016). *Haridusliku erivajadusega õpilaste kaasava hariduskorralduse ja sellega seotud meetmete tõhusus. Temaatilise raport: Kaasamise tulemuslikkus*. Eesti Rakendusuuringute Keskus Centar. <http://www.centar.ee/uus/wp-content/uploads/2017/01/Teemaraaport-Tulemuslikkus-final.pdf>
- Kerge, K. (2010). *Tekstikeskne keeleõpetus põhikoolis. Eesti keel ja kirjandus. Põhikooli valdkonnaraamat*. Haridus- ja Teadusministeerium.
http://www.oppekava.ee/index.php/LINK_15._Tekstikeskne_kee%C3%B5petus
- Kikas, E., Toomela, A., Männamaa, M., Soodla, P., Jõgi, A.-L., & Kaldoja, M.-L. (2016). *Koolipsühholoogi hindamisvahendite komplekt: manuaal*. Kikas, Eve (Toim.). Tartu: Eesti Ülikoolide Kirjastus.
- Kim, W., Linan-Thompson, S., & Misquitta, R. (2012). Critical factors in reading comprehension instruction for students with learning disabilities: A research synthesis. *Learning Disabilities Research & Practice*, 27, 66-78.
- Kintsch, W. (1998). *Comprehension: A paradigm for cognition*. New York: Cambridge University Press.
- Kintsch, W. (2013). Revisiting the construction-integration model of text comprehension and its implications for instruction. Kogumikus D. Alvermann, N. J. Unrau & R. B. Ruddell (toim-d), *Theoretical models and processes of reading* (6. tr) (lk 807-839). Newark, DE: International Reading Association.
- Kolić-Vehovec, S., Rončević Zubković, B., & Pahljina-Reinić, R. (2014). Development of metacognitive knowledge of reading strategies and attitudes toward reading in early adolescence: The effect on reading comprehension. *Psychological Topics*, 23, 77-98.
- Kroesbergen, E., & Van Luit, J. E. H. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs: A meta-analysis. *Remedial and Special Education*, 24, 97-114.
- Lee, S. H. & Tsai, S.-F. (2017). Experimental intervention research on students with specific poor comprehension: A systematic review of treatment outcomes. *Reading and Writing*, 30, 917-943.
- Lindquist, M., Philpot, R., Mullis, I. V. S., & Cotter, K. E. (2017). TIMSS 2019 Mathematics Framework. In I. V. S. Mullis & M. O. Martin (Eds.), *TIMSS 2019 Assessment Frameworks* (pp. 11-25). Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website:
<http://timssandpirls.bc.edu/timss2019/frameworks/>.

- Lorch, R. F. & van den Broek, P. (1997). Understanding reading comprehension: Current and future contributions of cognitive science. *Contemporary Educational Psychology*, 22, 213–246.
- Lyon, G. R. (1995). Research initiatives and discoveries in learning disabilities. *Journal of Child Neurology*, 10, 120–126.
- Lyytinen, H., Leinonen, S., Nikula, M., Aro, M. & Leiwo, M. (1995). In search of the core features of dyslexia. Observations concerning orthographically highly regular Finnish language. Kogumikus V. W. Berninger (toim), *The varieties of orthographic knowledge II* (lk 175–204). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Merenluto, K., & Lehtinen, E. (2004). Number concept and conceptual change: towards a systemic model of the processes of change. *Learning and Instruction*, 14, 519–534.
<http://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2004.06.016>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., & Sainsbury, M. (2015). Chapter I. PIRLS 2016 Reading Framework. Kogumikus Mullis, I. V. S., & Martin, M. O. (toim-d), *PIRLS 2016 Assessment Framework* (2. tr) (lk 11–29). TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.
https://timssandpirls.bc.edu/pirls2016/downloads/P16_FW_Chap1.pdf
- Müller, B., Richter, T., Karageorgos, P., Krawietz, S., & Ennemoser, M. (2017). Effects of a syllable-based reading intervention in poor-reading fourth graders. *Frontiers in Psychology*, 8. doi: 10.3389/fpsyg.2017.01635
- Murphy, M. M., Mazzocco, M. M., Hanich, L. B., & Early, M. C. (2007). Cognitive characteristics of children with mathematics learning disability (MLD) vary as a function of the cutoff criterion used to define MLD. *Journal of Learning Disabilities*, 40, 458–478.
- Nation, K. (2009). Reading comprehension and vocabulary: What's the connection? Kogumikus R. K. Wagner, C. Schatschneider, & C. Phytian-Sence (toim-d), *Beyond decoding: The behavioral and biological foundations of reading comprehension* (lk 176–194). New York: The Guilford Press.
- Oakhill, J. & Cain, K. (2007). Introduction to comprehension development. Kogumikus K. Cain & J. Oakhill (toim-d), *Children's comprehension problems in oral and written language: A cognitive perspective* (lk 3–40). New York: The Guilford Press.
- OECD (2013). PISA 2012 results: Ready to learn: Students' engagement, drive and self-beliefs (Volume III), PISA. OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264201170-en>
- OECD (2016). *PISA 2018. Draft Analytical Frameworks*. May 2016. <https://www.oecd.org/pisa/data/PISA-2018-draft-frameworks.pdf>
- OECD. (2017). *PISA 2015 assessment and analytical framework: Science, reading, mathematics, financial literacy and collaborative problem solving, revised edition*. Paris: PISA, OECD Publishing.
- Palincsar, A. S., & Brown, A. L. (1984). Reciprocal teaching of comprehension-fostering and comprehension-monitoring activities. *Cognition and Instruction*, 1, 117–175.
- Palu, A. & Kikas, E. (2015). Matemaatikaõpetamine. Kikas, E.; Toomela, A. (Toim.-d). *Õppimine ja õpetamine kolmandas kooliastmes. Üldpõhikõpetamine ja nendele arendamine* (lk 112–146).
- Perfetti, C. A. (1994). Psycholinguistics and reading ability. Kogumikus M. A. Gernsbacher (toim), *Handbook of psycholinguistics* (lk 849–894). San Diego: Academic Press.
- Plado, K. & Sunts, K. (2008). Näiteid sõnavaraliseks tööks. *Eripedagoogika: Logopeedia ja emakeel*, 30, 33–34.
- Pressley, M., El-Dinary, P. B., Gaskins, I., Schuder, T., Bergman, J. L., Almaso, J., & Brown, R. (1992). Beyond direct explanation: Transactional instruction of reading comprehension strategies. *Elementary School Journal*, 92, 511–555.
- Pressley, M. & Gaskins, I. V. (2006). Metacognitively competent reading comprehension is constructively responsive reading: how can such reading be developed in students? *Metacognition and Learning*, 1, 99–113.
- Pruulman, K. (2010). Õpiraskustega õpilased. Kogumikus E. Kikas (toim), *Õppimine ja õpetamine esimeses ja teises kooliastmes* (lk 186–212). Eesti Vabariigi Haridusministeerium.
- Ricketts, J., Sperring, R., & Nation, K. (2014). Educational attainment in poor comprehenders. *Frontiers in Psychology*, 5, 445. doi: 10.3389/fpsyg.2014.00445
- Rittle-Johnson, B. (2006). Promoting transfer: Effects of self-explanation and direct instruction. *Child Development*, 1, 1–15.
- Rittle-Johnson, B. (2017). Developing mathematics knowledge. *Child Development Perspectives*, 11, 184–190.
- Rittle-Johnson, B. & Siegler, R. S. (1998). The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. In C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp. 75–110). London: Psychology Press.
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, 93, 346–362.
<http://doi.org/10.1037//0022-0663.93.2.346>

- Saine, N. L., Lerkkanen, M.-K., Ahonen, T., Tolvanen, A., & Lyytinen, H. (2010). Predicting word-level reading fluency outcomes in three contrastive groups: Remedial and computer-assisted remedial reading intervention, and mainstream instruction. *Learning and Individual Differences*, 20, 402-414.
- Saine, N. L., Lerkkanen, M.-K., Ahonen, T., Tolvanen, A., & Lyytinen, H. (2011). Computer-assisted remedial reading intervention for school beginners at risk for reading disability. *Child Development*, 82, 1013-1028.
- Siegler, R. S., & Araya, R. (2005). A computational model of conscious and unconscious strategy discovery. *Advances in child development and behavior*, 33, 1-42.
- Siegler, R. S., & Lortie-Forgues, H. (2015). Conceptual knowledge of fraction arithmetic. *Journal of Educational Psychology*, 107, 909-918. <http://doi.org/10.1037/edu0000025>
- Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2008). Palyin linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. *Developmental Science*, 11, 655-661. <http://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2008.00714.x>
- Soodla, P., Lerkkanen, M.-K., Niemi, P., Kikas, E., Silinskas, G., & Nurmi, J.-E. (2015a). Does early reading instruction promote the rate of acquisition? A comparison of two transparent orthographies. *Learning and Instruction*, 38, 14-23.
- Soodla, P., Puksand, H., & Luptova, O. (2015b). Suhtluspädevus. Kogumikus E. Kikas ja A. Toomela (toim-d), *Õppimine ja õpetamine kolmandas kooliastmes. Üldpädevused ja nende arendamine* (lk 147-184). Tallinn: Eesti Ülikoolide Kirjastus.
- Sunts, K. (2000). Metoodilisi v(m)õtteid ühe lugemispala käsitlemisel. *Eripedagoogika: Logopeedia ja emakeel* - 2, 37-48.
- Thaler, V., Ebner, E. M., Wimmer, H., & Landerl, K. (2004). Training reading fluency in dysfluent readers with high reading accuracy: Word specific effects but low transfer to untrained words. *Annals of Dyslexia*, 54, 89-113.
- Thorn, W. (2009). International adult literacy and basic skills surveys in the OECD region. *OECD Education Working Papers*, 26. doi: [dx.doi.org/10.1787/221351213600](https://doi.org/10.1787/221351213600)
- Toomela, A. (2012). Guesses on the future of cultural psychology: Past, present, and past. In J. Valsiner (Ed.), *The Oxford Handbook of Culture and Psychology* (pp. 998-1033). New York: Oxford University Press.
- Toomela, A. (2016a). *Kultuur, kõne ja Minu Ise. (Culture, speech, and My Self)*. Tallinn: Eesti Keele Sihtasutus.
- Toomela, A. (2016b). The ways of scientific anticipation: from guesses to probabilities and from there to certainty. In M. Nadin (Ed.), *Anticipation across disciplines*. (pp. 255-273). Cham: Springer.
- Toomela, A. (2017). *Minu Ise areng: inimlapses Inimeseks. (Development of My Self: From the human child to the Human.)*. Tartu: Väike Vanker.
- Torppa, M., Tolvanen, A., Poikkeus, A.-M., Eklund, K., Lerkkanen, M.-K., Leskinen, E., & Lyytinen, H. (2007). Reading development subtypes and their early characteristics. *Annals of Dyslexia*, 57, 3-32.
- Uibu, K. & Voltein, E. (2010). Eesti keel. Kogumikus E. Kikas (toim), *Õppimine ja õpetamine esimeses ja teises kooliastmes* (lk 215-242). Tartu: Haridus- ja teadusministeerium. <https://www.hm.ee/sites/default/files/edukoraamatkaanega.pdf>
- Unrau, N. J. & Alvermann, D. E. (2013). Literacies and their investigation through theories and models. Kogumikus D. E. Alvermann, N. J. Unrau, & R. B. Ruddell (toim-d), *Theoretical models and processes of reading* (6. tr) (lk 47-90). Newark, DE: International Reading Association.
- Vabariigi Valitsus (2008/2011). Koolieelse lasteasutuse riiklik õppekava. *Riigi Teataja I*, 23, 152. <https://www.riigiteataja.ee/akt/12970917?leiaKehtiv>
- Vabariigi Valitsus (2011/2018). Põhikooli riiklik õppekava. Lisa 1. Ainevaldkond "Keel ja kirjandus". *Riigi Teataja I*, 29.09.2014, 18. <https://www.riigiteataja.ee/akt/lisa/1290/8201/4018/141m%20lisa1.pdf#>
- Vagvölgyi, R., Coldea, A., Dresler, T., Schrader, J., & Nuerk, H.-C. (2016). A review about functional illiteracy: definition, cognitive, linguistic, and numerical aspects. *Frontiers in Psychology*, 7(Article 1617), 1-13. doi: 10.3389/fpsyg.2016.01617
- van Kraayenoord, C. E., Beinicke, A., Schlagmüller, M., & Schneider, W. (2012). Word identification, metacognitive knowledge, motivation and reading comprehension: an Australian study of grade 3 and 4 pupils. *Australian Journal of Language and Literacy*, 35, 51-68.
- Wiemann, J. M. (1978). Assessing communication literacy: Needed research and training in speaking and listening literacy. *Communication Education*, 27(4), 310-315.
- Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K., & Nurmi, J. -E. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology*, 28, 409-426. <http://dx.doi.org/10.1080/01443410701708228>.
- Vlassis, J. (2004). Making sense of the minus sign or becoming flexible in 'negativity'. *Learning and Instruction*, 14, 469-484. <http://dx.doi.org/10.1016/j.learninstruc.2004.06.012>

- Vukovic, R. K., & Siegel, L. S. (2010). Academic and cognitive characteristics of persistent mathematics difficulty from first through fourth grade. *Learning Disabilities Research & Practice, 25*, 25–38. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-5826.2009.00298.x>.
- Wright, T. S. & Cervetti, G. N. (2017). A systematic review of the research on vocabulary instruction that impacts text comprehension. *Reading Research Quarterly, 52*, 203-226.