

2014. aasta laia matemaatika riigieksami analüüs

Tartu Ülikooli matemaatika- ja informaatikateaduskonna emeriitdotsent
Tiit Lepmann

1. Üldandmed

2014. aasta matemaatika riigieksam oli esimene uue õppekava kohane riigieksam, mis oli kõigile gümnaasiumi lõpetajatele kohustuslik. Iga eksaminand võis valida kas kitsa või laia matemaatika eksami.

Laia matemaatika eksam oli kaheosaline. Esimeses osas oli seitse ja teises viis ülesannet. Kummagi osa eest võis eksaminand saada maksimaalselt 50 punkti (tabel 1). Koos alaülesannete ehk osistega võis eksami ülesehituses eristada 23 ülesannet/töökorraldust. Lisaks sellele sisaldasid nii laia kui ka kitsa matemaatika eksamid seitset ühist ülesannet või ülesande osa (tabelis 1 toonitud lahtrid), mis olid nn ühisosa ülesanded ja mille eesmärk oli paigutada nii laia kui ka kitsa matemaatika eksami sooritanud eksaminandid samale skaalale. Ühisosa ülesannete eest võis eksaminand saada kokku 50 punkti. Tabelis 1 on toodud eksamiga kontrollitavate kursuste järjekorranumbrid ja üldisemad kognitiivsed pädevused, mille märkimiseks kasutatakse järgmisi tähistusi:

A – tüüpiline, õpitud algoritme ja mudeleid rakendav arvutus-teisendusülesanne;

B – ühe- või kaheetapilise, lihtsama matemaatilise mudeli koostamine ja rakendamine suhteliselt tuntud olukorras;

C – kahe- või enamaetapilise, keerukama matemaatilise mudeli loomine ja rakendamine.

Tabel 1. Eksami ülesehitus, sisu ja lahendamisel rakenduv kõrgem kognitiivne tase

Eksami osa	I osa														II osa													
Ülesanne	1	2			3		4		5		6		7		1			2		3		4		5				
Alaülesanne	-	1	2	3	1	2	1	2	1	2	-	1	2	1	2	3	1	2	1	2	1	2	1	2	-			
Punktide arv	5	5			5		5		10		10		10		10			10		10		10		10				
Kognitiivne tase	A	B			B		B		A		C		C		C			C		C		C		C				
Kursus	I	VI, XIV			V, XI		I, XII		II, VII		XI, XI,V		VII, XIV		IX, X			V, XI		II, XIV		IV		III, XIII				

Kokku sai laia matemaatika eksami sooritanutest tulemust 8238 eksaminandi, neist 4171 (50,6%) olid valinud laia ja 4067 (49,4%) kitsa matemaatika eksami. Seega oli mõlemat eksamit valinuid enam-vähem võrdselt. Erisusi võis täheldada eksaminandide soo ja soorituskeele lõikes. Selgus, et eesti soorituskeelega eksaminandid valisid eelistatult laia matemaatika eksami (53,3%), vene soorituskeelega eksaminandid aga oluliselt rohkem kitsa matemaatika eksami (61,3%) (tabel 2, kus sulgudes on esitatud vastavasse rühma kuuluvate eksaminandide arvud). Laia matemaatika eksami valinute hulk vene soorituskeelega eksaminandide seas (38,7%) sarnanes eelnevatel aastatel matemaatika riigieksami valinute osakaaluga. Kolm inglise keeles

eksami sooritanut olid kõik valinud kitsa matemaatika eksami. Tabelist 2 on näha, et mehed eelistasid laia, naised aga kitsa matemaatika eksamit. Ilmselt tingis sellise valiku tulevane eriala.

Tabel 2. Eksami valik soo ja soorituskeelega järgi

	Eesti soorituskeel	Vene soorituskeel	Naised	Mehed
Laia matemaatika eksam	53,3% (3585)	38,7% (586)	45,3% (2112)	57,6% (2059)
Kitsa matemaatika eksam	46,7% (3137)	61,3% (927)	54,7% (2548)	42,4% (1519)
Kokku	100% (6722)	100% (1513)	100% (4660)	100% (3578)

Laia matemaatika eksamit eelistasid gümnaasiumi päevase õppe läbinud eksaminandid (55,3%) ja varemlõpetanud (72,8%). Seevastu kitsa matemaatika eksam oli eelistatum eksternide (74,6%), gümnaasiumi õhtuse õppe (85,1%) ja kutseõppe (70,0%) läbinute seas.

Ka maakondade lõikes varieerus laia matemaatika eksami valinute osakaal suuresti. Protsentuaalselt kõige rohkem valisid laia matemaatika eksami Põlva maakonna (81,0%), Hiiu maakonna (72,9%), Valga maakonna (68,6%) ja Tartu maakonna (64,2%) eksaminandid, kõige vähem aga Lääne maakonna (34,2%), Jõgeva maakonna (36,8%), Saare maakonna (38,4%) ja Rapla maakonna (39,5%) eksaminandid.

2. Laia matemaatika eksami tulemused

2.1. Tulemused eksaminandide soo, soorituskeelega ja õppevormi järgi

Nii laia kui ka kitsa matemaatika eksamil oli võimalik koguda maksimaalselt 100 punkti. Laia matemaatika eksami keskmine tulemus oli 54,0 punkti. Mehed ja naised saavutasid sellel eksamil peaaegu võrdse keskmise tulemuse (vastavalt 54,2 punkti ja 53,8 punkti) (tabel 3). Samuti oli meeste ja naiste jaotumine skaala otstes suhteliselt sarnane. Siiski võis täheldada meeste pisut suuremat osakaalu nende eksaminandide hulgas, kes saavutasid tulemuse 90–100 punkti. Kui kõikidest meestest kuulus sellesse vahemikku 8,5%, siis naistest 6,3%. Eksam loeti sooritatuks (tulemus vähemalt 1 punkt) kõikidel meestel. Eksam jäi sooritamata (tulemus 0 punkti) kahel naisel (üks neist sooritas eksami eesti ja teine vene keeles). Maksimumtulemuse (100 punkti) saavutas kokku 12 eksaminandi (11 neist sooritasid eksami eesti ja üks vene keeles). Maksimumtulemuse saavutanutest 4 olid mehed ja 8 naised. Vene soorituskeelega eksaminandide keskmine tulemus oli mõnevõrra parem kui eesti soorituskeelega eksaminandidel. See erinevus osutus statistiliselt oluliseks. Vene soorituskeelega

eksaminandide seas oli ka mõnevõrra rohkem tippe, so neid eksaminande, kes said eksamil 90 või enam punkti (tabel 3). Vene soorituskeelega eksaminandide parem tulemus võib olla tingitud sellest, et vene keeles eksami sooritanud õpilased olid valinud laia matemaatika eksamit vähem kui kitsa matemaatika eksamit (vt tabel 2) ja kelle valik oli adekvaatsem. Eesti soorituskeelega eksaminandide valik oli aga vastupidine – rohkem oli valitud laia matemaatika eksamit. Vene soorituskeelega eksaminandide valik oli olnud teadlikum ja nad olid arvestanud rohkem oma võimeid ning oskusi.

Tabel 3. Tulemused soorituskeele ja soo järgi

	Mehed	Naised	Eesti soorituskeel	Vene soorituskeel
Keskmine tulemus	54,2	53,8	53,5	56,8
Alla 20 punkti saanute osakaal (%)	10,8	10,4	10,5	11,1
90-100 punkti saanute osakaal (%)	8,5	6,3	7,1	9,0

Valdava osa laia matemaatika eksami sooritanutest (92,4%) moodustasid gümnaasiumi päevase õppe läbinud õpilased (tabel 4). Järgnesid õhtuse või kaugõppe läbinud (3,1%), gümnaasiumi varem lõpetanud (2,8%) ja kutsõppe (1,4%) läbinud.

Tabel 4. Tulemused õppevormi järgi

Õppevorm	N	N(%)	Keskmine	90-100 p (%)
Eksternõpe või muu	18	0,4	19,2	5,6
Gümnaasiumi päevane õpe	3853	92,4	55,8	6,9
Gümnaasiumi õhtune või kaugõpe	128	3,1	27,7	0
Kutseõpe	57	1,4	21,4	0
Varem lõpetanud	115	2,8	43,1	2,6
Kokku	4171	100	54,0	6,5

Kui uurida tulemusi sõltuvalt õppevormist, siis on näha, et teistest märkimisväärselt paremini sooritasid laia matemaatika eksami gümnaasiumi päevase õppe läbinud õpilased (keskmine tulemus 55,8 punkti). Järgnesid gümnaasiumi varem lõpetanud (keskmine tulemus 43,1 punkti), gümnaasiumi õhtuse või kaugõppe lõpetanud (keskmine tulemus 27,7 punkti) ning pingerea lõpus on kutseõppe (keskmine tulemus 21,4 punkti) ja eksternõppe (keskmine tulemus 19,2 punkti) läbinud. Et teistest õppevormidest (kõik, v.a gümnaasiumi päevane õpe) laia matemaatika eksami sooritanute osakaal oli suhteliselt väike (7,6%), siis oli ka nende eksamitulemuse mõju eksami keskmisele tulemusele väike (tabel 4). Kindlasti väärib märkimist, et madalate tulemustega seonduvate õppevormide puhul torkab eriti silma see, et alla 20 punkti saanute osakaal oli suur. Vastav protsent kõigub koguni vahemikus 40,6% kuni 66,7%.

2.2. Tulemused maakonniti

Eksami sooritanute protsentuaalne jaotus maakonniti tõi esile ka demograafilised probleemid. Ligikaudu 74% eksaminandidest sooritas eksami suuremate linnadega maakondades, nagu Harjumaa, Tartumaa, Ida-Virumaa ja Pärnumaa (tabel 5). Samas ei ole eksamitulemus sugugi positiivses korrelatsioonis suurlinna olemasoluga maakonnas. Kõige parema keskmise tulemuse (64,8 punkti) sai just suhteliselt väikese eksaminandide osakaaluga Saare maakond. Väga head tulemused saadi ka suhteliselt väikese eksaminandide arvuga maakondades, nagu Hiiu, Jõgeva ja Lääne maakonnas. Seevastu suurlinnadega maakonnad, nagu Tartu-, Pärnu- ja Harjumaa, asuvad tulemuste pingereas alles vastavalt 8., 9. ja 10. positsioonil. Samas maksimumtulemused (100 punkti) saavutati just suurlinnadega maakondades (tabel 5). Põhjuseks on ilmselt see, et suuremates linnades on koolidel võimalus õpilasi valida ja andekamad õpilased on koondunud sinna. Kui tippudena käsitleda 90 ja enam punkti saanud, siis jagub tippe õnneks ka väiksematesse maakondadesse (Lääne-Viru 7,6%, Jõgeva 7,4% ja Viljandi 7,4% maakond) (tabel 5).

Tabel 5. Tulemused maakonniti

Maakond	N	N (%)	Valinuid (%)	Keskmine	100 punkti	90-100 punkti (%)
Saare maakond	93	2,2	38,4	64,8	0	4,3
Ida-Viru maakond	268	6,4	42,9	60,0	2	10,5
Hiiu maakond	51	1,2	72,9	59,7	0	3,9
Lääne-Viru maakond	159	3,8	44,5	58,3	0	7,6
Jõgeva maakond	68	1,6	36,8	58,0	0	7,4
Lääne maakond	66	1,6	34,2	57,8	0	4,6
Viljandi maakond	135	3,2	48,2	56,9	0	7,4
Tartu maakond	850	20,4	64,2	56,3	2	7,3
Pärnu maakond	293	7	51,7	55,9	1	4,8
Harju maakond	1674	40,1	49,1	52,9	7	7,3
Rapla maakond	88	2,1	39,5	50,7	0	2,3
Võru maakond	104	2,5	41,9	49,0	0	4,8
Järva maakond	85	2,0	42,9	46,1	0	1,2
Põlva maakond	128	3,1	81,0	40,3	0	0,8
Valga maakond	109	2,6	68,6	35,1	0	0
Kokku	4171	100	50,6	54,0	12	6,5

Laia matemaatika eksamil nõrga tulemuse saanud eksaminandide osakaalu poolest torkavad silma Valga, Põlva, Harju ja Rapla maakond. Nendes maakondades (v.a Rapla maakond) oli laia matemaatika eksami valinute osakaal suhteliselt suur (49,1% kuni 81,0%). Sellest ka hüpotees: eksami valik määrab suures osas eksami tulemuse. Analüüs näitaski, et mida suurem

oli laia matemaatika eksami valinute osakaal maakonnas, seda tõenäosem oli ka maakonna nõrgem keskmine tulemus. Vastav korrelatsioon laia matemaatika eksami valinute osakaalu ja eksamitulemuste vahel oli $-0,49$. See aga tähendab, et eksamitulemuse varieeruvusest ca 24% määras just eksami õige valik, teisisõnu oma võimete õige hindamine.

2.3. Tulemused eksamiosade lõikes

Matemaatika riigieksam oli kaheosaline. Esimeses osas oli seitse ja teises viis ülesannet. Kummagi osa ülesannete lahendamise eest võis saada maksimaalselt 50 punkti. Nii laia kui ka kitsa matemaatika eksami ülesannete komplektis oli seitse ühist ülesannet/alaülesannet (ühisosa ülesanded). Nende lahendamise eest võis saada summaarselt 50 punkti.

Kui võrrelda laia matemaatika eksami tulemusi erinevate osade lõikes, siis on näha, et kõikides vaadeldavates tunnusrühmades (sugu, soorituskeel, hariduslik taust) saavutati eksami esimeses osas-paremaid tulemusi (tabel 6). Vastavad erinevused olid kõik ka statistiliselt olulised. Ilmselt oli selline tulemus ootuspärane ka eksami koostajatele. Töö esimese osa ülesanded olid suunatud rohkem teadmiste kontrollile ja nende rakendamisele suhteliselt tuttavas olukorras. Teise osa ülesanded eeldasid aga rohkem matemaatilise arutlemise oskust ja rakendusi mittestandardises olukorras. Ühisosa ülesannete lahenduste eest saadud punktisumma oli pisut kõrgem nii esimese kui ka teise osa ülesannete lahenduste eest saadud punktisummadest (tabel 6). Ka see oli oodatud tulemus. Pidid ju ühisosa ülesanded vastama kitsa matemaatika ainekavale. Eksamil aga lahendasid neid laia matemaatikakursust õppinud.

Kui terviktöö keskmine tulemus ei näidanud olulist erinevust meeste ja naiste keskmistes tulemustes, siis eksami eri osade keskmisi tulemusi võrreldes tuli erinevus siiski ilmsiks. Selgub, et töö teise (raskema) osa sooritasid mehed naistest paremini ja see erinevus on ka statistiliselt oluline. Vene soorituskeelega eksaminandid saavutasid eksami mõlema osa lõikes eesti soorituskeelega eksaminandidest oluliselt paremaid tulemusi (tabel 6).

Tabel 6. Eksami erinevate osade tulemused

	Kokku	Mehed	Naised	Eesti	Vene	Gümnaasium päevane õpe	Gümnaasium õhtu- ja kaugõpe	Kutseõpe
I osa	30,7	30,5	31,0	30,5	32,0	31,7	17,7	13,5
II osa	23,2	23,7	22,7	23,0	24,8	24,1	10,1	8,0
Ühisosa	31,8	31,9	31,6	31,6	33,2	32,7	18,2	15,5

Seoseid eksami erinevate osade tulemuste vahel on kirjeldatud Pearsoni korrelatsioonikordajatega (tabel 7). Tabelist on näha, et kogu eksamitöö tulemus on väga tugevalt seotud eksamitöö erinevate osade tulemustega. See on ka loomulik, sest osade tulemused sisalduvad kogu eksamitöö tulemuses. Kui aga vaadata mittekattuvate osade vahelisi

seosekordajaid, siis näeme ka siin suhteliselt tugevat seotust. Töö esimese ja teise osa tulemuste vaheline korrelatsioon on 0,86. See tähendab, et ca 74% ühe osa tulemuse varieeruvusest on kirjeldatav teise osa tulemuse varieeruvusega. Sama võib väita ka ühisosa ja mitteühisosa ülesannete tulemuste seotuse kohta. See on laia kursuse puhul 0,85, kitsa puhul 0,83. Saadud andmete põhjal võib oletada, et eksamile püstitatud eesmärgid oleks täitnud ka tuntavalt vähemmahukas ülesannete komplekt.

Tabel 7. Eksami erinevate osade vahelised seosed

	I osa	II osa	Ühisosa	Kogu eksam
I osa	1	0,86	0,95	0,96
II osa	0,86	1	0,9	0,97
Ühisosa	0,95	0,9	1	0,96
Kogu eksam	0,96	0,97	0,96	1

2.4. Tulemused ülesannete lõikes

2.4.1. Ülesannete lahendatuse võrdlus

Järgnevas analüüsis toetutakse kõiki laia matemaatika eksami sooritanuid puudutavatele statistilistele andmetele ja 250 eksamitöö läbivaatamisel saadud tulemustele.

Eksamitööde hindamisel tehti vahet lahendamata jäetud ülesannetel ja täiesti valesti lahendatud ülesannetel. Täiesti valesti lahendatud ülesande eest sai eksaminand 0 punkti, lahendamata jäetud ülesanne aga tähistati punktis tabelis kriipsuga ja eksamitulemuse arvutamisel võrdsustati see 0-ga.

Üldjuhul jätsid eksaminandid lahendamata eksamitöö teise osa ülesandeid. Näiteks trigonomeetrilise võrrandi lahendamist ja parameetri avaldamist nõudvat ülesannet (ülesanne II-4) ei üritanud lahendada hakata ca 23% eksaminandidest (tabel 8; NB! kui ülesandel oli mitu alaülesannet, siis on tabelis vastava näitaja arvutamisel ka need arvesse võetud). Probleemiks osutus just selle ülesande teine alaülesanne, milles tuli määrata etteantud tingimusi rahuldav parameeter. Teise alaülesande lahendamisest loobus 34,3%. Samuti tundusid suurele osale eksaminandest üle jõu käivatena tasandilise joone võrrandit (ülesanne II-2) ja võrrandisüsteemi koostamist (ülesanne II-3) nõudvad ülesanded (lahendamata jättis vastavalt 20,0% ja 12,1% eksaminandidest). Ka joone võrrandi koostamise ülesandes (ülesanne II-2) jätsid teise alaülesande paljud eksaminandid lahendamata (36,2%).

Tabel 8. Ülesannete lahendatus¹.

¹ Tärniga on märgistatud statistiliselt oluliselt erinevad andmed.

Ülesanne ja teema	Lahendatus (%)	Vastamata	Mehed	Naised	Eesti	Vene	Eristusvõime
I-1 Juuravaldisel lihtsustamine	61,7	1,5	61,0	62,4	60,8*	68,0*	0,79
I-2 Tõenäosus	83,4	3,2	84,0	82,8	84,0*	79,8*	0,66
I-3 Integraal ja pindala	63,6	7,6	61,2*	65,8*	63,0*	66,6*	0,76
I-4 Vektor ruumis	60,7	15,1	57,6*	63,6*	60,8	59,8	0,58
I-5 Eksp.- ja logaritmvõrrand	58,9	5,4	56,2*	61,6*	57,5*	68,1*	0,43
I-6 Kolmnurga lahendamine	58,5	1,8	57,7	59,2	58,0*	61,4*	0,65
I-7 Aritm. ja geomeetriline jada	55,3	3,8	58,6*	52,1*	55,6	53,1	0,22
II-1 Funkts. uurimine, puutuja	51,7	10,3	50,6*	52,8*	51,0*	56,0*	0,39
II-2 Joone võrrand tasandil	49,4	20,0	48,9	49,9	48,9*	52,6*	0,46
II-3 Võrrandisüsteem, protsent	60,1	12,1	64,1*	56,2*	59,8	61,7	0,46
II-4 Trigonomeetriline võrrand	33,4	22,9	32,6	34,1	32,5*	38,8*	0,17
II-5 Stereomeetria, püramiid	37,6	3,0	41,0*	34,3*	37,3	39,3	0,25

Ka eksamitöö esimesest osast leiame ühe ülesande, mille jätsid suhteliselt paljud eksaminandid lahendamata. See oli analüütilise geomeetria valdkonda kuuluv ülesanne (ülesanne I-4, lahendamata jättis 15,1% eksaminandidest). Ülesanne eeldas ruumiliste vektorite koordinaatide ja skalaarkorrutise leidmist. Ka selles ülesandes jäi paljudel lahendamata just teine alaülesanne. Vektorite vahelise nurga leidmiseks tuli kasutada vektorite skalaarkorrutist. Selle alaülesande jättis lahendamata 21,1% eksaminandidest. Võiks ju arvata, et lahendamata jäeti n-ö raskemad ülesanded. Viimati mainitud ülesande puhul seda väita ei saa. Ülesanne kuulub paremini lahendatud ülesannete kolmandikku (lahendatus 60,7%). Võib oletada, et teema jäeti koolis kas käsitlemata või eksaminandid ei õppinud/korranud seda.

Vastupidine oli olukord eksamitöö teise osa viimase ülesande puhul (ülesanne II-5). See oli ruumilist kujutlusvõimet eeldav stereomeetriaülesanne, milles rakendusid mitmed geomeetria olulised mõisted ja seosed. Tabelist 8 on näha, et vaid 3,0% eksaminandidest loobus selle ülesande lahendamisest. Ülesande lahendatus oli aga üks madalamatest (37,6%). Ilmselt jättis suhteliselt lihtne ja tuttava sõnastusega tekst eksaminandidele väärar mulje ülesande raskusastmest.

Järjestades eksamiülesanded nende lahendatuse järgi näeme, et saadud pingerea esimesse kolmandikku (st paremini lahendatud ülesannete hulka) kuuluvad eksamitöö esimese osa neli esimest ülesannet, viimasesse kolmandikku aga enamik eksamitöö teise osa ülesannetest. Vaid üks teise osa ülesanne, võrrandisüsteemi koostamist ja protsentarvutust nõudev ülesanne (ülesanne II-3), oli lahendatud suhteliselt hästi (lahendatus 60,1%). See oli üks ühisosa ülesannetest ja selline tulemus on ootuspärane. Eksamitöö ülesannete järjestus lihtsamast

raskemani oli ilmselt eksami koostajate taotlus. Tabelist 8 on näha, et see õnnestus suurepäraselt.

Kui eksami keskmine tulemus oli meestel ja naistel enam-vähem võrdne, siis üksikülesannete lõikes võib leida huvitavaid erinevusi. Töö esimese osa seitsmest ülesandest kolme (ülesanded I-3, I-4 ja I-5) lahendasid naised oluliselt paremini kui mehed. Neid ülesandeid võiks iseloomustada järgmiselt: puht matemaatilised ja kindla, äraõpitava algoritmi järgi lahendatavad ülesanded. Vaid ühte selle osa ülesannet (ülesanne I-7) lahendasid mehed märkimisväärselt paremini. Selle ülesande võiks liigitada eluliste, mitmeetapilise matemaatilise mudeli koostamist ja selle mudeli rakendamist nõudvate ülesannete hulka. Töö teise osa ülesannete korral domineerisid aga meeste paremad keskmised tulemused. II osa viiest ülesandest kahes (ülesanded II-3 ja II-5) saavutasid mehed ja ühes (ülesanne II-1) naised vastassoost oluliselt kõrgema tulemuse. Ka II osas lahendasid mehed paremini elulise situatsiooni, mitmeetapilise matemaatilise mudeli koostamist nõudvat ülesannet (ülesanne II-3). Samuti olid mehed edukamad ruumigeomeetria ülesande lahendajad (ülesanne II-5). Naistele sobis aga paremini puht matemaatilise ja kindla algoritmi järgi lahendatava funktsiooni uurimise ülesanne (ülesanne II-1).

Kui võrrelda üksikülesannete lahendatust eksaminandide soorituskeeles lõikes, selguvad tulemuste statistiliselt olulised erinevused 8 ülesande korral 12st. Nendest kaheksast ülesandest vaid ühes saavutasid eesti soorituskeelega eksaminandid oluliselt parema tulemuse kui vene soorituskeelega eksaminandid (ülesanne I-2; lahendatused vastavalt 84% ja 79,8%). See oli suhteliselt lihtne, tõenäosusteooria põhitõdesid rakendav ülesanne erinevate valikute tõenäosuse arvutamiseks. See, et vene soorituskeelega eksaminandid said selles ülesandes nõrgema tulemuse, oli ilmselt tingitud tõenäosusteooria väiksemast tähtsustamisest nn vene õppekeelega koolides. PISA 2012 tõi sama tendentsi esile juba kaheksanda klassi matemaatikas.

2.4.2. Ülesannete lahendatus ja tüüpilised vead

Ülesanne I-1

Eksamitöö esimene ülesanne (irratsionaalavaldisel lihtsustamine ja saadud avaldisel väärtuse arvutamine) kuulus laia matemaatika I kursuse *Avaldised ja arvuhulgad* temaatikasse.

Ülesande lahendamine eeldas järgmisi teadmisi ja oskusi: irratsionaalavaldisel teisendamine, sh avaldisel $m - 1$ tegurdamine või irratsionaalsuse kaotamine murru nimetajast, ruutjuure sulgude ette toomine, ühise nimetaja ja laiendajate leidmine, sulgude avamine, koondamine, taandamine, negatiivse murrulise astendaja esitamine juurena ja tehted juurtega ning avaldisel väärtuse arvutamine etteantud parameetri korral. Ülesanne ei eeldanud keerulise matemaatilise mudeli koostamist, ülesande lahendus toetus vaid õpitud mudelite ja algoritmide kasutamisele. Ülesanne oli lahendatud suhteliselt hästi. Lahendatus 61,7% asetab ülesande lahendatuse pingereas paremuselt kolmandale positsioonile (tabel 8). Vaid 1,5% eksaminandidest jättis selle ülesande lahendamata. Meeste ja naiste keskmine lahendatus oli praktiliselt ühesugune. Vene soorituskeelega eksaminandide keskmine tulemus oli aga 7,2 protsendipunkti võrra kõrgem. Ülesanne oli eksamitöös parima eristusvõimega (eristusindeks¹ 0,79). Eksaminandid kasutasid selle ülesande lahendamiseks vähemalt viit erinevat lahendusviisi. Kasutussageduse kahanemise järjekorras olid need järgmised: (1) tegurdati teise murru nimetaja ja liideti murrud; (2) esimese murru nimetaja vabastati irratsionaalsusest ja liideti murrud; (3) leiti ühine nimetaja kui antud murdude nimetajate korrutis ja püüti siis murrud liita; (4) tehti asendus $\sqrt{m} = t$ ja lihtsustati saadud avaldis kui ratsionaalavaldis; (5) mindi üle murrulisele astendajale ja üritati saadud avaldist lihtsustada. Parimaid tulemusi andsid kaks esimest lahendusvõtet. Kolmas variant, kus ühiseks nimetajaks võetakse kohe antud murdude nimetajate korrutis, viis enamuse ummikusse. Nimelt saadi tulemuseks murd, mille lugejas oli avaldis $m\sqrt{m} + 2m + \sqrt{m}$ ja selle tegurdamisega toime ei tulnud. Maksimum, mida suudeti, oli $\sqrt{m}$ sulgude ette toomine. Seda, et siis jäi sulgudesse kakslükme ruut, suutsid näha väga vähesed.

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Ühise nimetaja kui nimetajate korrutise leidmine oli üks sagedasemaid mittetäieliku lahenduse põhjusi.
- Lisaks ebaõnnestunud lahendustee valikule tehti suhteliselt palju ka arvutus- ja teisendusvigu laiendajate leidmisel ja murdude laiendamisel.
- Taandati summast liidetavaid.

¹ Eristusindeks omab väärtusi lõigul $[-1;1]$ ja näitab ülesande võimet eristada õpilasi nende teadmiste taseme järgi. Ülesanne loetakse piisavalt heaks, kui selle eristusindeks on suurem kui 0,3.

- Probleemseks osutus avaldise $m - 1$ tegurdamine.

Kokkuvõttes oli antud ülesanne igati sobiv I osa ülesanne. Ülesandel oli väga hea eristusvõime ja sobiv raskusaste.

Ülesanne I-2

Eksamitöö teine ülesanne kuulus gümnaasiumi matemaatika VI kursuse *Tõenäosus ja statistika* temaatikasse. Ülesandega kontrolliti suhteliselt elementaarsete tõenäosusteooria mõistete ja mudelite kasutamisoskust. Ülesande lahendamisel rakendatav õppesisu oli järgmine: sündmus, selle liigid; klassikaline tõenäosus; kombinatsioonide arv; sündmuste summa ja korrutis, nende tõenäosuse arvutamine. Ülesanne eeldas reaalse, elulise situatsiooni tarbeks sobivate matemaatiliste mudelite leidmist ja nende kasutamisoskust.

See oli kõige paremini lahendatud ülesanne (lahendatus 83,4%). Laia matemaatika eksami sooritanud eksaminandidest jättis selle ülesande lahendamata vaid 3,2%. Mehed ja naised lahendasid ülesande võrdselt hästi. Eesti soorituskeelega eksaminandid olid selle ülesande lahendamises vene soorituskeelega eksaminandidest 4,2 protsendipunkti võrra edukamad. Ülesanne oli suhteliselt hea eristusvõimega. Eristusindeksi (0,66) järgi kuulus see parima eristusvõimega ülesannete esikolmandikku. Kolmest alaülesandest lahendati kõige paremini esimest (lahendatus 90,7%), seejärel teist (lahendatus 87,2%) ning kõige raskemaks osutus kolmas alaülesanne (lahendatus 76,0%). Samas järjestuses olid alaülesanded ka eristusvõime poolest. Esimese alaülesande eristusindeks 0,23 viitab kehvale eristusvõimele. Õigete lahenduste jaotus näitas, et esimene alaülesanne osutus ühtmoodi lihtsaks erineva võimekusega eksaminandidele (tabel 9).

Tabel 9. Ülesande I-2 esimese alaülesande lahendatus erinevates võimekusklassides

Punktivahemik (võimekusklass)	(87-100]	(78-87]	(71-78]	(63-71]	(55-63]	(47-55]
Eksaminandide arv võimekusklassis	389	409	424	432	412	402
Ülesande lahendatus	99,2%	99%	98,6%	97,5%	96,4%	94%

Nii esimese kui ka teise alaülesande lahendamisel kasutati nii mõnelgi juhul valemeid puht mehaaniliselt. Kuigi ülesannetes oli võimalik soodsate ja kõigi võimaluste arvud leida loendamise teel, kasutati siiski kombinatsioonide arvu leidmise valemit (kombinatsioonide arvud leiti ühe kaupa). Teise alaülesande lahendamisel kasutati rohkem sündmuste summa tõenäosuse arvutamist. Samas oli ka hulgaliselt lahendusi, kus kasutati vastandsündmuse

tõenäosust. Kolmandas alaülesandes toetuti kõige sagedamini kombinatsioonide arvu leidmisele ($\frac{C_7^2}{C_{15}^2}$). Tunduvalt vähem oli tõenäosuste korrutamisele tuginevaid lahendusi

$$(\frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14}).$$

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Ei osatud leida õigesti situatsiooni kirjeldavat matemaatilist mudelit. Seda nii soodsate ja kõikide võimalike sündmuste arvu leidmisel kui ka soovitud tõenäosuse arvutamisel. Teises ja kolmandas alaülesandes aeti segamini tõenäosuste summa valem ja tõenäosuste korrutamine (summa $\frac{7}{15} + \frac{3}{15}$ asemel leiti nende murdude korrutis). Kolmandas alaülesandes loeti soodsateks võimalusteks juhuslikult võetavate melonite arv 2. Teises alaülesandes jäeti leidmata vastandsündmuse tõenäosus. Tõenäosuste korrutamisel (kolmandas alaülesandes) ei arvestatud situatsiooni muutumisega pärast esimest melonite võtmist ($\frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14}$ asemel arvutatakse $\frac{7}{15} \cdot \frac{6}{15}$). Mõnedel juhtudel saadud murrud korrutamise asemel liideti.
- Kasutatava valemi ja saadud vastuse suhtes ei olnud kriitilised. Näiteks ei nähtud probleemi selles, kui arvutati kombinatsioone kahest seitsme kaupa, samuti ei tekitanud küsimust vastuseks saadud ühest suurem tõenäosus.
- Eksiti arvutustes ja valemities (kombinatsioonide arvu valemis vahetati m ja n).
Kombineeriti uusi „valemeid” (kolmandas alaülesandes näiteks $\frac{C_7^1 \cdot C_6^1}{C_{15}^2}$).

Kokkuvõttes oli ülesanne täiesti sobiv nii kitsa kui ka laia matemaatika eksami I osa ühisosa ülesandeks. Ülesannet lahendati suhteliselt hästi ja sellel tervikuna oli ka piisavalt hea eristusvõime. Siiski võiks kaaluda ülesande esimese alaülesande sobivust laia matemaatika eksamitöös. Esimene alaülesanne oli liiga triviaalne ja seetõttu ei olnud ka piisavalt hea eristusvõimega.

Ülesanne I-3

Ülesanne toetus laia matemaatika VI kursusele *Tõenäosus ja statistika* ja põhiliselt XI kursusele *Integraal. Planimeetria kordamine*. Samas olid olulised ka oskused ja teadmised V kursusest *Vektor tasandil. Joone võrrand*.

Ülesande lahendamine eeldas järgmisi teadmisi ja oskusi: jooniselt sirge ja parabooli äratundmine, nende joonte lõikepunktide leidmise oskus, nende joonte poolt määratud kujundi määramine, oskus rakendada määratud integraali tasandilise kujundi pindala arvutamisel, määratud integraali arvutamine. Ülesanne oli suhteliselt tüüpiline matemaatilise mudeli matemaatilises kontekstis rakendamise ülesanne.

Ülesanne kuulus paremini lahendatud ülesannete kolmandikku (lahendatus 63,6%). 7,6% laia matemaatika eksami sooritanutest jättis selle ülesande lahendamata. Naised lahendasid ülesannet 4,6 protsendipunkti võrra paremini kui mehed, vene soorituskeelega eksaminandid 3,6 protsendipunkti võrra edukamalt kui eesti soorituskeelega eksaminandid. Ka ülesande eristusindeks oli üks kõrgematest (0,76). Ülesande kahest alaülesandest lahendati kõige paremini esimest (lahendatus 86,1%), teise alaülesande lahendatus oli 58,0%. Esimese alaülesande eristusindeks oli suhteliselt madal (0,31) ja alaülesanne eristas nõrgalt just neid eksamine, kelle võimekus oli üle keskmise. Uurides aga eksaminandide tüüpilisi eksimusi, tundub sellise ülesande valik siiski mõistlik.

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Ei teatud kõvertrapetsi pindala arvutamise valemit ja/või ei osatud seda rakendada. Integreeritavas funktsioonis järjestati esialgsete funktsioonide valemid valesti, jäeti üks funktsioonidest (tavaliselt n -ö „alumine”) hoopiski arvestamata, eksiti rajade määramisega (rajad vahetati, integreeriti kas ühest viieni või siis ühte funktsiooni ühest viieni, teist kahest viieni).
- Ei osatud leida määratud integraali. Jäeti ära integraali märk ja asendati rajad, võeti funktsioonist hoopis tuletist, kaotati ära algfunktsiooni väärtus kohal a .
- Paljudel juhtudel ei osatud joonisel viirutada otsitavat kujundit. Viirutamisel kaasati piiravateks joonteks sageli ka koordinaatteljed.
- Eraldi tuleb esile tuua vormistuslikke vajakajäämisi. Sageli puudus sümbol dx , integreeritav avaldis integraali märgi all jäeti sulustamata, sama ka algfunktsiooni avaldises enne rajade asendamist.

Kokkuvõttes oli see igati sobiv laia matemaatika eksami ülesanne. Ehk oleks ülesande tekst olnud üheselt mõistetavam ja ka üheselt lahendatavam, kui joonist ei oleks ette antud ning kõik lahendajad oleksid pidanud joonise ise konstrueerima ja ka integreerimisrajad algebraliselt arvutama.

Ülesanne I-4

Ülesanne toetus põhiliselt XII kursuse *Stereomeetria* temaatikale. Lisaks eeldas ülesanne oskusi ja teadmisi kursustest V kursusest *Vektor tasandil*. *Joone võrrand* ning I kursusest *Avaldised ja arvuhulgad*.

Ülesande lahendamisel rakendusid järgmised teadmised ja oskused: tehned reaalarvudega (sh astendamine ja juurimine), vektori mõiste ja tähistamine, lineaartehted vektoritega, vektorite pikkuse ja skalaarkorrutise leidmine, vektorite vahelise nurga arvutamine, arkusfunktsioonide

kasutamine nurga väärtuse määramisel. Ülesande osised olid suhteliselt tüüpilised matemaatilise mudeli matemaatilises kontekstis rakendamise ülesanded.

Ülesanne kuulus paremini lahendatud ülesannete kolmandikku (lahendus 60,6%). 15,1% laia matemaatika eksami sooritanutest jättis selle ülesande lahendamata. Viimase tingis suures osas just teine alaülesanne, mille jättis lahendamata 21,4% eksaminandidest. Ülesande lahendasid naised 6 protsendipunkti võrra paremini kui mehed ja eesti soorituskeelega eksaminand 1 protsendipunkti võrra edukamalt kui vene õppekeelega eksaminandid. Ülesanne oli suhteliselt hea eksaminandide võimekuse eristaja (eristuseindeks 0,58) mõlema alaülesande osas. Kahest alaülesandest lahendati paremini esimest (lineaartehted vektoritega koordinaatkujul; lahendus 73,3%), teise alaülesande (vektorite vahelise nurga leidmine) lahendus oli 52,2%.

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Mõlema alaülesande puhul oli probleemiks tehtemärkidega arvestamine.
- Esimeses alaülesandes tõlgendati ühe vektori koordinaate kui vektori alguspunkti koordinaate ja teise vektori koordinaate kui vektori lõpp-punkti koordinaate ning rakendati neile õpitud algoritme.
- Teise alaülesande üheks tüüpilisemaks veaks oli väär ülekanne sirgete, sirgete ja tasandite, ning tasandite vahelise nurga arvutuskäigust. Väga sageli teisendati saadud nürinurk teravnurgaks. Samale tulemusele viis negatiivses skalaarkorrutises miinuse ignoreerimine.
- Väga sagedaseks puuduliku või vigase lahenduse põhjuseks oli vektorite vahelise nurga arvutamise valemi mitteteadmine. Sageli esines olukordi, kus seda valemit teati, aga ei osatud arvutada selles valemis sisalduvat skalaarkorrutist ja/või vektori pikkust. Skalaarkorrutise valemi mitteteadmist esines sagedamini kui vektori pikkuse arvutamise valemi mitteteadmist (kas Pythagorase teoreemi mõju?).

Kokkuvõttes oli ülesanne igati sobiv laia matemaatika eksami I osa ülesanne. See, et ülesande jättis lahendamata küllalt suur osa eksaminandidest, viitab sellele, et ülesande temaatika on koolis vähetähtsustatud. Ehk aitabki taoliste ülesannete kasutamine eksamitöös nimetatud probleemi lahendada.

Ülesanne I-5

Ülesanne toetus I kursusele *Avaldised ja arvuhulgad*, II kursusele *Võrrandid ja võrrandisüsteemid* ja VIII kursusele *Funktsioonid II*. Ülesande lahendamisel pidi eksaminand teadma ja oskama kasutada astendamise ning logaritmimeisega seonduvaid valemeid, võrrandite

lahendamisel kasutatavaid samaväärsusteisendusi ning korrutamise abivalemeid, tehteid astmete, juurte ja logaritmidega. Samuti pidi eksaminand teadma, millal ja kuidas tuleb võrrandi lahendeid kontrollida.

Ülesande mõlemad alaülesanded olid tüüpilised matemaatilise mudeli matemaatilises kontekstis rakendamise ülesanded. Ülesanne kuulus keskmise raskusega ülesannete kolmandikku (lahendatus 58,5%). Kergemaks osutus eksaminandidele eksponentvõrrandi (I alaülesanne; lahendatus 68,2%), raskemaks aga logaritmivõrrandi lahendamine (II alaülesanne; lahendatus 52,8%). 5,4% laia matemaatika eksami sooritanutest jättis ülesande lahendamata, seejuures sagedamini jäeti lahendamata teine (6,6%), harvemini aga esimene alaülesanne (4,2%). Ülesande lahendasid naised 5,4 protsendipunkti võrra paremini kui mehed. Vene soorituskeelega eksaminandide keskmine tulemus oli eesti soorituskeelega eksaminandide tulemusest koguni 10,6 protsendipunkti võrra kõrgem. Eristusvõime poolest kuulus see ülesanne keskpäraste hulka (eristusindeks 0,43). Tuntavalt paremini eristas eksaminande just esimene, n-ö lihtsam alaülesanne.

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Eksponentvõrrandi lahendamisel ei osatud leida võrrandis olevatele astmetele ühist sobivaimat astmealust, st arvu 2. Enamus arvust 2 erinevate astmealuste valik viis aga ülesande märgatavamalt keerulisemale lahendusele ja üldjuhul ei tulnud sellega toime.
- Eksaminandid üritasid lahendada ka eksponentvõrrandit mõlema võrrandi poole logaritmimise teel. Esines lahendusi, kus püüti rakendada juurvõrrandite lahendamise strateegiat, st võrrandi poolte ruutu tõstmise võtet.
- Väga paljudele eksaminandidele oli komistuskiviks astendamise seotud valemite mitteteadmised.
- Võrrandite lahendamisel ei toetunud funktsiooni võrdsete väärtuste seotusele argumendi vastavate väärtustega, vaid jäeti valemitest funktsiooni sümbol lihtsalt ära, nt logaritmivõrrandi lahendamisel jäeti võrrandi mõlemal poolel logaritmi sümbol ära. Paremal juhul teisendati enne seda pisut võrrandit, aga see polnud piisav. Tüüpilised olid järgmised üleminekud: $\log_a b + \log_a c = 2\log_a d \rightarrow b + c = 2d$ või $b + c = d^2$.
Logaritmi sümbolit käsitleti sageli tegurina ja jagati sellega võrrandi mõlemaid pooli.
- Väga palju oli eksimusi, mis tulenesid valemite mitteteadmisest või segamini ajamisest. Tüüpilised olid järgmised eksimused: logaritm summast on logaritmid korrutis, logaritm vahest on logaritmid jagatis, logaritm summast/vahest on logaritmid summa/vahe.

- Logaritmivõrrandite lahendamisel tekitas probleeme saadud lahendite kontroll. Enamasti jäeti kontroll üldse tegemata.
- Kontrollimisel ei asendatud saadud lahendeid esialgsesse võrrandisse ja saadi nii võõrlahendi 0 sobivus (asendus võrrandi paremasse poolde kujul $\log_2(x - 5)^2$). Asendamisel esialgsesse võrrandisse eksiti massiliselt ka sellega, et vaatamata negatiivsele logaritmitavale teisendati saadud avaldist edasi: $2\log_2(-5) = \log_2(-5)^2 = \log_2 25$.
- Lahendite kontrollimisel piirduti sellega, et vaadati, kas saadud lahend kuulub võrrandi määramispiirkonda või mitte. Jaatava vastuse korral loeti lahend sobivaks.

Kokkuvõttes võib antud ülesannet pidada igati õnnestunud laia matemaatika eksami I osa ülesandeks.

Ülesanne I-6

Ülesanne kuulus geomeetria valdkonda ja toetus põhiliselt järgmistele kursustele: III kursus *Võrratused. Trigonomeetria I*, IV kursus *Trigonomeetria II*, XI kursus *Integraal. Planimeetria kordamine*, XIV kursus *Matemaatika rakendused, reaalse protsesside uurimine*.

Ülesande lahendamiseks pidid eksaminandid koostama reaalse elu situatsiooni peegeldava matemaatilise mudeli (joonise). Selleks tuli teada ja kasutada trapetsiga seonduvaid mõisteid. Edasi tuli leida matemaatika vahendid, mis võimaldasid saadud mudelis otsitavad leida. Olenevalt ülesande erinevatest lahendusteedest võisid rakenduda järgmised matemaatilised teadmised ja neile vastavad tegevused: koosinus- ja siinusteoreemi rakendamine, Pythagorase teoreemi rakendamine, täisnurkse kolmnurga trigonomeetrilised seosed, erinevad kolmnurga pindala valemid jt. Samuti pidi eksaminand teadma, millise täpsusega tuleb arvutused sooritada. Ülesanne kuulus eksamitöö keskmise raskusega ülesannete kolmandikku (lahendus 58,5%) ja oli hea eristusvõimega (eristusindeks 0,65). Täiesti lahendamata jättis selle ülesande vaid 1,8% eksaminandidest. Meeste ja naiste keskmiste tulemuste vahel statistiliselt oluline erinevus puudus. Seevastu vene soorituskeelega eksaminandide tulemus oli 3,4 protsendipunkti võrra kõrgem eesti soorituskeelega eksaminandide keskmisest tulemusest.

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Lahenduseks vajaliku mudeli (st joonise) konstrueerimine üldjuhul suuri raskusi ei valmistanud. Probleemiks osutus see ligikaudu ühele eksaminandile kümnest. Üksikutel juhtudel joonestati siiski rööpkülik või võrdhaarne trapets. Mõnedel juhtudel märgiti antud nurk α joonisele valesti. Väga paljudes töödes oli aga tõsiseks probleemiks lahendamisel kasutatavate elementide tähistamine joonisel ja nende tähiste vastavuse tagamine algebralise lahenduskäiguga.

- Suurimaks takistuseks ülesande lahendamisel oli lahendamiseks vajaliku lahendusidee leidmine. Kui lahenduse esimeses, lihtsaimas etapis koosinusteoreemi rakendamisevõimalust veel märgati, siis lahenduse jätkamiseks edasi ei osatud enam liikuda. Lahenduse jätkamiseks oli aga mitmeid võimalusi. Kõige sagedamini kasutati järgmises etapis siinusteoreemi, harvemini Pythagorase teoreemi ja mõnedes üksikutes lahendustes kolmnurga pindala valemit.
- Suhteliselt palju esines selliseid vigaseid lahendusi, kus püüti lahendust märgatavalt lihtsustada väärade eeldustega, nt diagonaal poolitab täisnurga, nurga α tipust joonestatud trapetsi kõrgus jaotab selle nurga ülesande lahendamist lihtsustavateks osadeks (nt poolitab nurga või siis üks neist nurkadest on 30° ja teine 90° jms).
- Esines lahendusi, kus õpitud seoseid rakendati väljaspool nende seoste kehtivusala, nt täisnurkse kolmnurga trigonomeetriat ning Pythagorase ja Eukleidese teoreemi rakendati suvalises kolmnurgas jms.
- Vahetehete ebatäpsus ei taganud nõutud täpsusega lõppvastust. Kokkuvõttes võib ülesande lugeda igati õnnestunud laia matemaatika eksami I osa ülesandeks.

Ülesanne I-7

Ülesanne toetus põhiliselt kursuste VII kursusele *Funktsioonid I. Arvjadad* ja XIV kursusele *Matemaatika rakendused, reaalse protsesside uurimine*.

Ülesande lahendamiseks pidi eksaminand leidma ja rakendama reaalse elu situatsiooni peegeldavad matemaatilised mudelid (arvjadad). Selleks tuli teada geomeetrilise jadaga või liitkasviku valemiga ning aritmeetilise jadaga seonduvaid mõisteid ja seoseid. Eksaminandil tuli situatsiooni kirjeldavast tekstist leida ülesande lahenduseks olulised arvnäitajad ja arvjadadest/liitkasvikust teadmisi kasutades need oskuslikult siduda uueks, probleemi täpselt kirjeldavaks mudeliks.

Ülesanne kuulus eksamitöö keskmise raskusega ülesannete kolmandikku (lahendatus 55,3%). Ülesanne tundus eksaminandidele sõnastuselt tuttav ja selle lahendamisest loobus vaid 3,8% laia matemaatika eksami sooritajatest. Mehed lahendasid selle reaalse elu mudeli koostamist nõudva ülesande oluliselt paremini kui naised (lahendatud vastavalt 58,6% ja 52,1%). Eesti ja vene soorituskeelega eksaminandide tulemustes statistiliselt oluline erinevus puudus. Siiski tuleb märkida, et see oli üks vähestest ülesannetest, mille keskmine tulemus eesti soorituskeelega eksaminandidel oli vene soorituskeelega eksaminandidest mõnevõrra kõrgem (55,6% ja 53,1%). Selle ülesande tegi teiste seas eriliseks ka madal eristusvõime (0,22). Suures

osas põhjustas selle ilmselt I alaülesanne, mille tulemuste jaotuses torkas silma koondumine keskmise ümber ja vähene tippude osakaal.

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- I alaülesande korral oli võimalik jadade temaatikal mittetuginev aritmeetiline lahendus, (leiti valemeid kasutamata kasvu samm ja jada teised otsitavad liikmed). Selline lahendus eeldas aga selgitusi, mis sageli puudusid. Ka II alaülesannet oli võimalik lahendada geomeetrilise jada või siis liitkasviku valemitele toetumata (leitakse ükshaaval kõik jada liikmed kuni selleni, mis rahuldab pakutud tingimust). Seda lahendusideed kasutati suhteliselt palju.
- I alaülesande tüüpiliseks eksimuseks oli jada liikmete indeksite väär määramine. Väga sageli loeti esimeseks liikmeks alghind, antuks a_{10} ja otsitavaks a_{30} . Vaid 19% analüüsitud töödest olid sellised, milles jada liikmete indeksid olid õigesti määratud.
- I alaülesandes kasutati jada üldliikme valemi asemel summa valemit.
- II alaülesande lahendustes eristusid selgelt erinevad lahendusstrateegiad. Enam-vähem võrdselt kasutati nii geomeetrilise jada kui ka liitkasviku valemit. Vähem, aga siiski märkimisväärselt palju kasutati kõikide aastate hindade ükshaaval väljaarvutamist.
- Leiti küll võrrandist $1,04^n = \frac{2500}{1900} n$ väärtus, aga jäeti näitamata, kuidas seda tehti. Võib arvata, et kasutati taskuarvutit. Tegelikult tulnuks see leida logaritmi mõistele toetudes. See oli II alaülesande kõige tüüpilisem viga.
- II alaülesannet püüti lahendada aritmeetilise jada abil või siis kasutati üldliikme valemi asemel summa valemit.
- Paljudele eksaminandidele valmistas probleeme sõnaühendite *mitmendal aastal* ja *pärast mitmendat aastat* eristamine. Sõltuvalt valitud lahendustest (jada või liitkasvik) saadi vastused kas esimesele või teisele küsimusele.

Kokkuvõttes ei saa ülesannet lugeda kõige õnnestunumaks laia matemaatika eksami I osa ülesandeks järgmistel põhjustel: (1) ülesandel oli madal eristusvõime, nt I alaülesandes tegi ligikaudu 80% eksaminandidest sama vea; (2) mõlemaid alaülesandeid oli võimalik lahendada jada kõikide liikmete väljaarvutamise teel. Seega, kui eksamiülesannete koostajad seadsid eesmärgiks jadade teemaga seonduva kontrollimise, siis see eesmärk jäi täitmata. Samas olid ülesandes püstitatud eluline probleem ning selle lahendamiseks vajaminev matemaatiline „aparatuur“ või ka võimalik loov aritmeetiline lähenemine lahendusele äärmiselt tänuväärne eksamimaterjal.

Ülesanne II-1

Ülesanne toetus põhiliselt VII kursusele *Funktsioonid I. Arvjadad*, IX kursusele *Funktsiooni piirväärtus ja tuletis* ja X kursusele *Tuletise rakendused*.

Ülesande kaks esimest alaülesannet olid suhteliselt tüüpilised ja tuttavas matemaatilises kontekstis algoritme rakendavad ülesanded (funktsiooni uurimise ülesande osad). Seevastu kolmas alaülesanne nõudis eksaminandilt oskust luua probleemi lahendamist võimaldav ja matemaatika erinevaid valdkondi siduv mudel. Ülesande erinevate alaülesannete lahendamisel pidi eksaminand tundma funktsiooni uurimise ja funktsiooni graafiku puutujaga seotud mõisteid, teadma astmefunktsiooni diferentseerimise reegleid ja graafikule antud kohal joonestatud puutuja võrrandit, oskama lugeda funktsiooni graafikut ja lahendada lineaar-, ruut ning kõrgema astme võrrandeid ja võrratusi.

Ülesanne kuulus eksamitöö raskemate ülesannete kolmandikku (lahendatus 51,7%). Ülesanne tundus eksaminandidele tuttav ja oli eksami II osa ülesannete seas eksaminandide jaoks üks kergemaid. Ülesande kaks esimest alaülesannet olid väga hea lahendatusega (vastavalt 80,3% ja 75,1%). Probleemiks osutus aga just viimane alaülesanne (lahendatus vaid 26,2%). 10,3% laia matemaatika eksami sooritanutest jättis ülesande lahendamata. Seejuures ülesande esimest kahte alaülesannet jäeti väga harva täiesti lahendamata (vastavalt 1,6% ja 6,7%). III alaülesandes etteantud tingimusi rahuldava puutuja leidmine jäi paljudel eksaminandidel leidmata (22,6%). Naised lahendasid ülesande oluliselt paremini kui mehed (keskmised tulemused vastavalt 52,8% ja 50,6%) ja vene soorituskeelega eksaminandid paremini kui eesti soorituskeelega eksaminandid (keskmised tulemused vastavalt 56,0%, 51,0%). Samasugused erinevused ilmnesid ka ülesande esimese alaülesande korral. Vaid kolmanda alaülesande lahendasid mehed ja naised enam-vähem sama hästi. Ülesande eristusindeks 0,39 ületab napilt kriitilist väärtust 0,3. Samas oli alaülesannetel suhteliselt hea eristusvõime (eriti teine alaülesanne, mille eristusindeks oli koguni 0,73).

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Kõikide alaülesannete korral torkas silma märgatavalt suurenenud arvutus- ja hooletusvigade arv. Võib oletada, et selles kajastus eksaminandide teatav väsimus või siis eksami vaheajale järgnev ärevus. Palju eksiti tehetes harilike murdudega ja võrrandite ning võrratuste lahendamisel. Arvutusvigadest tingitud valed piirkonnad ja punktid jäid sageli kriitiliselt seostamata tekstis oleva joonisega, mis oleks võimaldanud oluliselt vigu vältida.
- Lahenduse vormistamine oli ebakorrektn. Puudusid selgitused (mida ja mis eesmärgil tehti). Ei märgitud isegi seda, mis alaülesannet oli lahendatud. Sageli ei kirjutatud välja alaülesannete vastuseid, need jäeti kusagile lahenduskäiku ja olid eraldi välja toomata;

- I alaülesandes leiti küll nullkohad, kuid jäadi ikkagi hätta negatiivsuspierkonna määramisega.
- II alaülesande tüüpilisemad vead (lisaks arvutusvigadele) olid maksimumpunkti teise koordinaadi leidmata jätmise, ekstreemumi liigi määramata jätmise ja vead funktsiooni tuletise leidmisel või siis vastava võrrandi lahendamisel.
- III alaülesande põhiprobleemiks osutus otsitava puutuja puutekoha abstsissi x_0 leidmine, st kas võrrandi $f'(x) = 2$ koostamine või siis selle lahendamine. Väga paljud valisid abstsissiks antud puutuja puutekoha abstsissi -2 . Paremal juhul saadi siis arvutustega ülesande tekstis antud puutuja võrrand. Paraku puudus osal eksaminandidest oskus seda märgata. Väga sageli võeti x_0 -ks ka mingi suvaline arv: nullkoht, ekstreemumkoht jms.
- Ei teatud joone puutuja võrrandi üldkuju.

Kokkuvõttes võib antud ülesannet lugeda õnnestunud valikuks. Mõningaid küsitavusi tekitas ehk joonis ülesande tekstis. Tekkis küsimus: miks tuleb määrata ekstreemumi liik, kui seda on võimalik otse jooniselt lugeda? Ka negatiivsuspierkonna leidmisel lubati leitud nullkohta kasutades lugeda vastus välja jooniselt.

Ülesanne II-2

Ülesande lahendamisel rakendusid kursustes V kursuses *Vektor tasandil*. Joone võrrand ja XI kursuses *Integraal*. *Planimeetria kordamine* omandatud teadmised ning oskused.

Ülesande I alaülesande lahendus eeldas teadmisi sirge võrrandist ja selle koostamise oskust, II alaülesanne teadmisi kolmnurga ümberringjoonest ning ringjoone võrrandi koostamise oskust. Ülesanne kuulus eksamitöö raskemate ülesannete kolmandikku (lahendatus 49,4%). Samas oli see eksami II osa ülesannete hulgas keskmise raskusega. I alaülesanne (sirge võrrand) lahendati II alaülesandest (kolmnurga ümberringjoone võrrand) märgatavalt paremini (lahendatused vastavalt 63,6% ja 28,1%). See oli ka loomulik, sest I alaülesanne nõudis vaid kahe põhiteadmise (sirge võrrandi koostamine, ristuvate sirgete tõusude omadus) seostamist ja rakendamist. Seevastu II alaülesandes oli vajalike teadmiste rakendamist palju rohkem (täisnurkse kolmnurga ümberringjoon, selle keskpunkti asukoht, ringjoone raadius, ringjoone võrrand, lõigu keskpunkti koordinaadid jm). Selle ülesande jätsid ka väga paljud eksaminandid lahendamata (20%,). Põhjuseks oli ülesande teine alaülesanne, mida ei lahendanud üle kolmandiku eksaminandidest (36,2%). Esimese alaülesande vastav näitaja oli vaid 3,8%. Küllap oli II alaülesande selline püstitus eksaminandidele võõras. Vene soorituskeelega eksaminandid lahendasid seda ülesannet oluliselt paremini kui eesti soorituskeelega eksaminandid (lahendatused vastavalt 52,6% ja 48,9%%). Meeste ja naiste lahendatuse

näitajate vahel statistiliselt oluline erinevus puudus (lahendatused vastavalt 49,9% ja 48,9%). Samasugused erisused ilmnemiseid ka ülesande mõlema alaülesande korral. Ülesandel oli suhteliselt hea eristusindeks 0,46.

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Puudusid lahenduseks vajalikud teadmised. Umbes igas kolmandas eksamitöös jäi lahendus pooleli kohas, kus oli tarvis teada ringjoone võrrandit. Hätta jäädigi kolmnurga ümberringjoone keskpunkti määramisega (selleks pakuti kas kolmnurga mediaanide lõikepunkti, kolmnurga tippu või siis kolmnurga külgede keskpunkte).
- Ei osatud leida täisnurkse kolmnurga ümberringjoone keskpunkti asukohta ning see tõi endaga kaasa uusi ja keerulisemaid lahendusi. Ümberringjoone raadius leiti siis kas võrrandisüsteemi abil (mis oli saadud kolmnurga tippude koordinaatide asendamisel ringjoone üldkujulisse võrrandisse) või siis Heroni pindala valemit, siinusteoreemi ja valemit $S = \frac{abc}{4R}$ kasutades. Mõlemal juhul läks lahendus väga pikaks ning seetõttu tehti rohkem ka arvutus- ja teisendusvigu.
- I alaülesandes tekkisid probleemid antud sirge ja y-telje lõikepunkti määramisel. Parimal juhul tehti seda joonise abil. Samuti eksiti antud sirgega ristuva sirge tõusu määramisel. Selleks võeti tavaliselt antud sirge tõusu vastand arv.
- Probleemiks osutus y-teljega ristuva sirge võrrandi koostamine.
- Ülesande oskuslikult valitud andmed võimaldasid lahendajal konstrueerida suhteliselt täpse joonise. See aga ahvatles eksaminande lugema vastuseid jooniselt, mis omakorda tingis ebatäpsed vastused (nt punkti C koordinaatide määramisel).

Kokkuvõttes oli ülesanne igati õnnestunud valik laia matemaatika eksami II ossa. Ülesanne oli paraja raskusega, pakkus huvitavaid ja erinevaid lahendusvõimalusi ning oli piisavalt hea eristusvõimega. Ehk oleks võinud ülesandes nõuda ka joonise tegemist ning rõhutada seda, et vastuseid ei loetaks jooniselt.

Ülesanne II-3

Ülesanne toetus II kursusele *Võrrandid ja võrrandisüsteemid* ja XIV kursusele *Matemaatika rakendused, reaalse protsesside uurimine*.

I alaülesanne eeldas oskust kasutada juurdekasvu väljendamis protsentides reaalse elu situatsiooni kirjeldava, kahe tundmatuga lineaarvõrrandite süsteemi koostamisel ja lahendamisel. II alaülesandes tuli leida, mitu protsenti üks arv moodustab teisest. Ülesanne kuulus eksamitöö keskmise raskusastmega ülesannete kolmandikku (lahendatus 60,1%). Ülesanne oli eksaminandide jaoks II osa kõige kergem ülesanne. Ülesande I ja II alaülesande

keskmised tulemused olid peaaegu võrdsed (lahendatud vastavalt 60,4% ja 59,4%). Samas oli tegemist ühega neist ülesannetest, mis jäi väga paljudel eksaminandidel täielikult lahendamata. Kui I alaülesande jättis lahendamata vaid 3,7% eksaminandidest, siis II alaülesande korral oli vastav näitaja koguni 20,5%. Põhjuseks oli ilmselt see, et II alaülesande lahendus oli seotud I osa lahendusega. Ülesanne oli üks kolmest ülesandest, mida lahendasid mehed oluliselt paremini kui naised (lahendatud vastavalt 64,1% ja 56,2%). Vene ja eesti soorituskeelega eksaminandide tulemustes statistiliselt olulist erinevust ei ilmnenud (lahendatud vastavalt 61,7% ja 59,8%). Samasugune oli olukord ka ülesande mõlema alaülesande korral. Ülesandel oli suhteliselt hea eristusindeks (0,46).

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Ei osatud väljendada juurdekasvu protsentides, seda kasutada ega koostada elulist situatsiooni kirjeldavat kahe tundmatuga lineaarvõrrandite süsteemi. Tüüpiliselt pakuti siin järgmisi „võrrandeid”: $x + 0,3 + y + 0,2 = 2400$, $x + 30\% + y + 20\% = 2400$, $0,3x + 0,2y = 2400$, $30x + 20y = 2400$ jne.
- Osati õigesti koostada võrrandisüsteemi, aga probleemiks oli koostatud süsteemi lahendamine. Ebaõnnestunult valisid paljud eksaminandid lahendusvõtteks asendusvõtte, mis viis suhteliselt keerukate ja rohkete veavõimalustega arvutusteni.
- Ülesannet püüti lahendada aritmeetiliselt. Seejuures leiti protsente erinevatest summadest ja toimiti saadud tulemustega suhteliselt sihitult.
- Väga suur osa eksaminandidest jättis I alaülesandes saadud (õige) vastuse kontrollimata. Samas ei suhtunud kriitiliselt ka saadud vastustesse, nt juhataja palk võis vabalt olla 7% tõlgi palgast.
- Muutujad x ja y jäeti kirjeldamata või oli kirjeldus ebakorrekne, nt *Olgu x tõlk ja y toimetaja*.
- Ei osatud väljendada protsentides, kui palju moodustab üks arv teisest. Sageli olid leitud arvud küll õiged, aga jagamistehe sooritati nii, et protsendimäär tuleks kindlasti sajast väiksem.

Kokkuvõttes võis ülesande lugeda igati õnnestunud laia matemaatika eksami ülesandeks. Ülesanne oleks võinud kuuluda eksami I ossa. Koostajatel tuleks vältida ülesandeid, milles järgneva alaülesande lahendus toetub eelneva tulemusele.

Ülesanne II-4

Ülesanne toetus põhiliselt IV kursusele *Trigonomeetria II*. Ülesande I alaülesandes tuli koostada ja lahendada üks suhteliselt elementaarne matemaatiline mudel puht matemaatilise

probleemi lahendamiseks (trigonomeetiline võrrand). II alaülesande lahendamiseks vajalik matemaatiline mudel ja selle lahendamine aga ei kuulu enam tavakoolis õpetatava/õpitava materjali hulka. Selles alaülesandes tuli koostada trigonomeetrilise võrrandi lahenditele seatud tingimust rahuldav parameetrit sisaldav võrrand ja siis see võrrand lahendada. Selline ülesanne oli enamikule eksaminandidest kindlasti uudne. Ülesanne osutus eksamitöö raskeimaks ülesandeks (lahendatus 33,4%). Seda eelkõige II alaülesande tõttu (I alaülesande lahendatus oli 58% ja II alaülesande lahendatus vaid 17%). Ülesande raskust tajusid eksaminandid juba tekstist. Siit ka suur eksaminandide hulk, kes jättis ülesande lahendamata (22,9%). Määrav roll oli II alaülesandel, mille jättis lahendamata koguni 34,3% eksaminandidest. Ülesande lahendatus meestel ja naistel statistiliselt oluliselt ei erinenud. Küll aga saavutasid vene soorituskeelega eksaminandid taas oluliselt paremaid tulemusi (lahendatused vastavalt 38,8% ja 32,5%). I alaülesande (mis oli matemaatika riigieksamil suhteliselt tavapärane ülesanne) korral torkab see erinevus eriti silma (lahendatused vastavalt 66,3% ja 56,6%). Kindlasti tuleb veel mainida, et kogu eksamitöö ülesannetest oli sellel ülesandel kõige kehvem eristusjõud. Ülesande eristusindeks 0,17 oli alla kriitilise piiri 0,3. Põhjuseks oli just II alaülesanne.

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Probleemseks osutus avaldise $m - 1$ tegurdamine. Ei osatud määrata etteantud lõiku kuuluvaid lahendeid. Pärast lahendivalemi $x = \pm \arccos a + 2n\pi$ rakendamist leiti x väärtused $n = 0$ ja $n = 1$ korral ja ei kontrollitud saadud lahendite kuulumist etteantud lõiku. $n = 1$ korral läks sageli saadud lahenditest kaduma lahend $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi$.
- Lahendustes tehti palju arvutus- ja teisendusvigu. Ei nähtud võimalust teisendada murd $\frac{1}{\sqrt{8}}$ kujule $\frac{\sqrt{2}}{4}$.
- Ei teatud üldse või teati valesti võrrandi $\cos x = m$ lahendivalimit. Enamlevinud vigadeks oli märgi „ $\pm$ ” ärajätmine või siis kordaja 2 puudumine valemi teises liidetavas. Juhul kui lahendivalemit üldse ei teatud, püüti ülesanne lahendada graafiku abil. See aga ei võimaldanud saada täpset lahendit.
- Ülesande II alaülesandes ei osatud rakendada võrrandi lahenditele etteantud tingimust $|x_1 - x_2| = \frac{\pi}{3}$. Sellele tingimusele vastava mudeli koostamisel toimiti sageli printsiibil: asendame midagi antud arvudest antud seostesse. Nii saadi parameetri a leidmiseks näiteks järgmisi seoseid:

$$\frac{1}{2}\cos x - a = \frac{\pi}{3}; \frac{1}{2}\cos \frac{\pi}{4} - a = \frac{\pi}{3}; \frac{1}{2}\cos x - a = 0; \frac{1}{2}\cos \frac{\pi}{3} - a = 0 \text{ jms.}$$

- Lahenditele seatud tingimusmudeli koostamine ebaõnnestus, sest ei osatud etteantud lõigus määrata võrrandi $\cos x = 2a$ asuvaid lahendeid.
- Eksaminandidele, kes olid jõudnud peaaegu lahenduse lõppu, osutus tõsiseks probleemiks arkuskoosinuse definitsiooni kasutamine parameetri a väärtuse leidmisel seosest $\arccos 2a = \frac{5\pi}{6}$.

Kokkuvõttes võib ülesande lugeda siiski laia matemaatika eksamile sobivaks, vaatamata madalale lahendatusele ja halvale eristusjõule. Kuid selliseid ülesandeid tohib eksamitöös olla vaid üks. Väidet kinnitab asjaolu, et selle ülesande II alaülesanne eristas väga hästi just matemaatikas võimekaid õpilasi (tabel 10).

Tabel 10. Ülesande II-4 II alaülesande lahendatus (võimekamad õpilased)

Terviktöö punktisumma e võimekusklass	(87–100]	(78–87]	(71–78]	(63–71]
Eksaminandide arv võimekusklassis	389	409	424	432
Ülesande lahendatus võimekusklassis	79%	41,5%	23,8%	13,7%

Ülesanne II-5

Ülesandes rakendusid põhiliselt järgmiste laia matemaatika kursuste teadmised ja oskused: *Võrratused*, *Trigonomeetria I* (III kursus), *Trigonomeetria II* (IV kursus), *Integraal*, *Planimetria kordamine* (XI kursus), *Geomeetria II* (XIII kursus).

Ülesande lahendus eeldas suhteliselt head ruumikujutlusvõimet ja mitmeetapilise lahendusidee kavandamise ning teostamise oskust. Lisaks sellele pidi eksaminand kindlasti valdama järgmisi teadmisi ja oskusi: sirge ja tasandi ristseisu tunnus, sirge ja tasandi vaheline nurk, kahe tasandi vaheline nurk, täisnurkse kolmnurga trigonomeetria, Pythagorase teoreem, püramiidi ruumala arvutamine jt.

Ülesanne osutus eksamitöös raskuselt teiseks ülesandeks (lahendatus 37,6%). Samas ei kujutanud eksaminandid ise selle raskusastet hästi ette ja üksnes 3% eksaminandidest ei asunud seda ülesannet lahendama. Mehed näitasid statistiliselt oluliselt paremat ruumiliste probleemide lahendamise oskust kui naised (lahendatused vastavalt 41,0% ja 34,3%). Eesti ja vene soorituskeelega eksaminandide tulemustes aga oluline erinevus puudus. Ülesande eristusvõime oli kriitilisest piirist madalam (eristusindeks 0,25).

Tüüpilised eksimused ja puudujäägid lahendustes

- Joonise konstrueerimisel ei osatud rakendada mõisteid *sirge ja tasandi vaheline nurk* ning *kahe tasandi vaheline nurk*. Ligikaudu pooltes analüüsitud töödes (46%) eksiti püramiidi külgserva ja põhitahu vahelise nurga joonisele märkimisel. Omakorda pooles nendest

juhtudest loeti selleks nurgaks külgserva ja põhiserva vaheline nurk ning ülejäänud eksaminandid märkisid joonisele külgserva ja põhja diagonaali vahelise nurga.

- Püramiidi külgserva ja põhja vaheliseks nurgaks võeti külgserva ja põhja diagonaali vaheline nurk. Põhjuseks oli ilmselt see, et joonestati korrapärane püramiid. Jooniselt loeti püramiidi kõrguse alguspunktiks põhja diagonaalide lõikepunkt ning nõutud nurgaks nurk külgserva ja põhja diagonaali vahel.
- Jooniste konstrueerimise oskus oli äärmiselt kehv. Sageli oli näha, et joonise konstrueerijal ei olnud perspektiivitaju. Väga sageli kasutati lahendustes ja joonisel erinevaid tähistusi. Oli ka ilma jooniseta lahendusi, mida oli väga raske jälgida.
- Püstitati ülesande lahendust lihtsustavaid lisaeldusi, nt võrdsustati külgservade pikkused, eeldati, et kõik kolmnurgad on täisnurksed jms.
- Püramiidi põhiserv oli jaotatud osadeks, mis suhtusid nagu 1 : 2. Mõned eksaminandid ei saanud ülesande tekstist aru (nt milline lõikudest oli pikem, milline lühem).
- Ootamatult palju oli püramiidi ruumala valemi modifikatsioone: $V = \frac{1}{4}S_p \cdot S_k$, $V = \pi r^2 H$, $V = S_p H$, $V = \frac{1}{2}S_p H$ jms.

Kokkuvõttes tuleb ka selle ülesande valikut lugeda õigustatuks, vaatamata ülesande madalale lahendatusele ja eristusindeksile. Seda eelkõige just ülesandega kontrollitava matemaatilise sisu tõttu. See oli ainus ruumigeomeetria olulisi mõisteid kontrolliv ülesanne kogu eksamitöös. Ülesanne võinuks nõuda ka korraliku joonise konstrueerimist. Tekstina antud suhete võrduse esitamine matemaatilise võrdena oleks paremini toetanud ülesande ühest mõistmist.

3. Kokkuvõte

3.1. Tulemused ja seosed

- Laia matemaatika riigieksami valis 4171 õpilast, s.o 50,6% kõigist matemaatika riigieksami sooritanutest. Mehed valisid laia matemaatika eksamit naistest rohkem (valinuid vastavalt 57,6% ja 45,3%), vene soorituskeelega eksaminandid aga vähem kui eesti soorituskeelega eksaminandid (valinuid vastavalt 38,7% ja 53,3%). Laia matemaatika eksami keskmiseks tulemuseks oli 54,0 punkti 100st.
- Valik laia ja kitsa matemaatika eksami vahel oli ilmne eksami tulemust mõjutav faktor. Maakondades, kus valiti rohkem laia matemaatika eksamit, oli ka nõrgema tulemuse saavutamine tõenäosem (vastav Pearsoni korrelatsioonikordaja oli $-0,49$). Sama kehtib ka erineva soorituskeelega eksaminandide tulemuste kohta. Laia matemaatika riigieksamit valisid vene soorituskeelega eksaminandid oluliselt vähem ja nende

keskmise tulemus oli ka oluliselt kõrgem kui eesti soorituskeelega eksaminandide keskmine tulemus.

- Vene soorituskeelega eksaminandid saavutasid statistiliselt olulise paremuse 12st ülesandest kaheksa korral. Eriti suur oli oskuste ja teadmiste vahe juuravaldiste lihtsustamise ja logaritm- ning eksponentvõrrandite lahendamises (puht matemaatilised, õpitud algoritme rakendavad ülesanded). Vaid ühe ülesande (tõenäosusteooria elementide rakendamine) korral saavutasid eesti soorituskeelega eksaminandid statistiliselt oluliselt kõrgema tulemuse.
- Vaatamata sellele, et naised eelistasid valida kitsa matemaatika eksami (naistest valis kitsa matemaatika eksami 54,7% ja laia matemaatika eksami 45,3%), ei ilmnenu laia matemaatika eksamitöö tulemuste võrdluses olulisi erinevusi (lahendatus meestel 54,2% ja naistel 53,8%). Naised lahendasid meestest paremini kindla algoritmiga, suhteliselt tavapäraseid, puht matemaatilise kontekstiga ülesandeid, mehed aga elulise kontekstiga, mitmeetapilise mudeli koostamist nõudvaid ja ruumigeomeetria ülesandeid.
- Eksamitöö erinevate osade analüüs näitas, et töö II osa oli eksaminandidele I osast märgatavalt raskem (lahendatused vastavalt 61,5% ja 46,5%). Ootuspäraselt olid laia ja kitsa matemaatika eksami ühisosa ülesanded laia matemaatika eksami sooritanud eksaminandidele ülejäänud ülesannetest märgatavalt lihtsamad (lahendatused vastavalt 63,5% ja 40,4%). Eksami erinevate osade tugev vastastikune seos (korrelatsioonikordaja 0,85 ja rohkem) ning eksamitööde II osa ülesannete lahendustes esinenud väsimusele viitavad vead sunnivad küsima: kas eksamile püstitud eesmärgid võiks täita märgatavalt lühem üheosaline eksam?
- Ülesannete detailne analüüs näitas, et eksaminandid tulid paremini toime ülesannetega, milles tuli kasutada õpitud matemaatilisi mudeleid tuttavates ja suhteliselt hästi algoritmitud tegevustes (ülesanded I-1–I-4). Probleeme tekitasid ülesanded, milles lahendajal tuli ise luua situatsiooni kirjeldav, mitmeid matemaatilisi teadmisi seostav, mitmeetapiline lahendusskeem või mudel (ülesanded II-1.3, II-2.2, II-4.2 ja II-5). Ülesannete lahendust takistas sageli ka valemite mitteteadmine. Suhteliselt palju esines probleeme lahenduste vormistamisel. Eriti torkas see silma tekstülesannete ja funktsiooni uurimise ülesannete korral. Stereomeetria jooniste konstrueerimise oskus oli äärmiselt nõrk. Jääb puudu ka kriitilisest suhtumisest saadud vastustesse.

3.2. Ülesannete tekstid ja valik

Kogu laia matemaatika riigieksami ülesannete komplekti võib lugeda täiesti õnnestunuks. Valitud ülesanded katsid piisavalt hästi kõik gümnaasiumi laia matemaatika kursuse ainekavas käsitletavat teemad. Ülesannete seas oli õiges vahekorras nii puht matemaatilises kui ka reaalse elu kontekstis matemaatikat rakendavad probleemid. Sama võib väita tüüpiliste algoritmiliste ja uut ning loovat lähenemist nõudvate ülesannete suhte kohta. Eksamitöö ülesannete enamik oli hea eristusjõuga.

Ettepanekud, mida võiks edaspidi arvestada eksamiülesannete koostamisel (mitmed neist on tingitud nõudest, et nii laia kui ka kitsa matemaatika eksam sisaldab 50 punkti ulatuses ühiseid ülesandeid):

- vältida liiga triviaalsed ülesandeid laia matemaatika riigieksami töös;
- jälgida ülesannete sõnastust ja vältida ülesandeid, milles ühe alaülesande lahendamine sõltub teise alaülesande vastusest;
- vältida ülesannetes ebavajalikke jooniseid.