MATEMAATIKA RIIGIEKSAM 2004

Helgi Uudelepp, Ahto Lõhmus

SISUKORD

1. ÜLEVAADE 2004. A MATEMAATIKA RIIGIEKSAMIST

1.1. Eksami eesmärk

Matemaatika riigieksami eesmärgiks oli:

1. Välja selgitada
- kui hästi saab gümnaasiumilõpetaja matemaatika mõistetest, faktidest, printsiipidest ja protseduuridest aru;
- kuivõrd struktureeritud ja korrastatud on tema teadmised;
- kui hästi ta suudab õpitut rakendada, lahendada mitterutiinseid ülesandeid;
- milline on 2004. a gümnaasiumilõpetaja matemaatikaalane ettevalmistus õpingute jätkamiseks järgmisel astmel.

2. Anda gümnaasiumilõpetajale võimalus
- võrrelda oma matemaatikaalaseid teadmisi ja oskusi ühelt poolt oma eakaaslaste teadmiste ja oskustega, teiselt poolt – kehtivas matemaatika õppeprogrammis taotletavate õpitulemustega võimalikult objektiivsetel alustel;
- hinnata oma valmidust ja suutlikkust langetada iseseisvalt otsustusi.

1.2. Eksamitöö põhiandmed

2004. aastal toimus kaks matemaatika riigieksamit: 17. mail (kõikidele, kes eksamit teha soovisid), 1. juunil (neile, kes 20. mai eksamile mõjuvatel põhjustel tulla ei saanud).

Mõlemad 2004.a matemaatika riigieksamid olid kaheosalised kirjalikud eksamid. Eksami mõlema osa kestvus oli 120 minutit ning vaheaeg kahe osa vahel oli 45 minutit.

Eksamivariantide koostamisel lähtuti "Põhikooli ja gümnaasiumi riikliku õppekavaga", kinnitatud Vabariigi Valitsuse määrusega 25.01.2002. a. nr. 56, määratud õppesisust ja õpitulemustest. Teooriaküsimusi eksamitöös iseseisvate üleannetena ei esinenud. Kõik ülesannete lahendamiseks vajalikud andmed olid vastavate ülesannete tekstidega ette antud.

Valemeid pidi eksaminand teadma peast, teatmike, käsiraamatute ja muude abimaterjalide kasutamine eksamil oli keelatud. Ilma tekstimäluta kalkulaatorite kasutamine oli lubatud. Kui kalkulaatoril, mida eksaminand kasutas, olid klahvid, mis võimaldasid mahukaid arvutusi teha valemeid kasutamata, tuli vastavad valemid eksamitöösse kirjutada.

I osa eksamiülesannete komplekt sisaldas 7 ülesannet (ülesanded 1 – 7), 2. osa ülesannete komplekt 4 ülesannet (ülesanded 8 – 11), vt lisa.

Eksaminand pidi lahendama kõik esimese osa ülesanded, teise osa ülesannetest 8. ja 9. ning omal valikul ülesannete 10 ja 11 hulgast veel kas 10. või 11. ülesande. Igas eksamitöös hinnati seega maksimaalselt 10 ülesande lahendusi. Üks õigesti lahendatud ülesanne andis kas 5, 10, 15 või 20 punkti vastavalt tabelile 1.

Tabel 1

Ülesande järjekorranumber	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Maksimaalne hindepunktide arv	5	5	15	5	5	5	10	15	15	20	20

Tabelist nähtub, et eksamitöö kummastki osast võis eksaminand saada maksimaalselt 50 hindepunkti ning kogu töö eest 100 hindepunkti.

Kuidas gümnaasiumi matemaatika programmiga määratud teemad eksamiülesannetes kajastusid, selgub järgnevast.

Gümnaasiumi 17. mai riigieksami variantide analüüs

Analüüsime eksamivariante ainekursuste (teemad 1...8), klasside (X, XI, XII), omandamistasemete (õpitulemused 1...7), hindepunktide (0...100) ja ülesannete (1...11) lõikes.

Traditsiooniliselt jagunevad ainekava teemad (kursused) klassiti järgmiselt:

10. klass

1- Reaalarvud, võrrandid ja võrratused.
2- Trigonomeetria.
3- Vektor tasandil. Joone võrrandid.

11. klass

4- Jada. Funktsioonid.
5- Funktsioonid II.
6- Funktsiooni piirväärtus ja tuletis.

12. klass

7- Tõenäosusteooria ja kirjeldav statistika.
8- Stereomeetria. Vektor ruumis.

Teema 9 (Kordamine) sisaldub nii eelnevates teemades kui ka eksamiülesannetes. Tabelis 2 on esitatud kogu eksamivariandi (11 ülesannet) hindepunktide (120 punkti) jaotus teemade lõikes ülesannete kaupa.

Tabel 2

<table>
<tr><th rowspan="2">Osa</th><th rowspan="2">Ülesanne</th><th rowspan="2">Punkte</th><th colspan="8">Teema</th></tr>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th></tr>
<tr><td rowspan="7">I</td><td>1.</td><td>5</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>5</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>15</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>15</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>5.</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>6.</td><td>5</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>7.</td><td>10</td><td></td><td></td><td></td><td>10</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">II</td><td>8.</td><td>15</td><td></td><td></td><td>15</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>9.</td><td>15</td><td></td><td>6</td><td></td><td>2</td><td>7</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>10.</td><td>20</td><td></td><td>3</td><td>7</td><td></td><td></td><td>10</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>11.</td><td>20</td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>16</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kokku</td><td>120</td><td>14</td><td>9</td><td>22</td><td>12</td><td>7</td><td>25</td><td>10</td><td>21</td></tr>
</table>

Eksaminand pidi lahendama esimesed 9 ülesannet ja omal valikul kas 10. või 11. ülesande. Valikust sõltuvalt jagunevad ka maksimaalselt võimalikud 100 punkti erinevalt. Tabelis 3 on esitatud 10 eksamiülesande valiku alusel hindepunktide jaotus teemade lõikes.

Tabel 3

Valik	Punkte	Teema							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1...10	100	10	9	22	12	7	25	10	5
1...9,11	100	14	6	15	12	7	15	10	21

Ülesannete 1 kuni 10 valik asetab rõhu matemaatilise analüüsi elementidele (teemad 4, 5, 6). Ülesannete 1 kuni 9 ja 11 valik asetab rõhu stereomeetriale (teema 8). Esimene valik eelistab õpilasi, kellel on analüütiline mõtlemislaad tugevam ja paneb rõhu üheteistkümnendas klassis omandatule. Teine valik eelistab õpilasi, kellel on kujundiline mõtlemislaad tugevam ning paneb rõhu kaheteistkümnendas klassis ja põhikoolis omandatule.

Tabelis 4 on võrreldud teemade jaotumist viimase nelja aasta eksamivariantides. Teemade osakaalud on antud kõikide ülesannete alusel. Teema 9 selles tabelis on integraal, mis viimasel kolmel aastal on ainekava muudatusele vastavalt teemade loendist väljas.

Tabel 4

Aasta	Teema								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2000	22,2	12,6	4,5	8,9	14,8	12,6	9,6	9,6	5,2
2001	25,2	7,4	9,6	3,7	12,6	6,7	10,4	19,2	5,2
2002	25,8	9,2	5,8	2,5	18,3	14,2	4,2	20,0	-
2003	12,5	19,2	12,5	7,5	11,7	12,5	8,3	15,8	-
2004	11,7	7,5	18,3	10,0	5,9	20,8	8,3	17,5	-

Võrreldes tabeli 4 kahe viimase rea andmeid näeme, et teemade 1, 6, 7 ja 8 osakaalud on samad või erinevad vähe. Trigonomeetria teema (teema 2) osakaal on oluliselt vähenenud. Seda tingib 10. klassi teemadest rõhu ümberasetumine kolmandale teemale, eriti sirgega seotud küsimustele. Viimaste puhul jääb vaieldavaks neist mõnede kuulumine 3. või 4. teema alla. Sama probleem on 5. ja 6. teema puhul seoses valikülesandega 10. Tervikuna on suurenenud 11. klassi teemade osakaal ja vähenenud 10. klassi teemade osakaal.

Neid muutusi kirjeldab tabel 5, millest näeme, kuidas on muutunud ainekava teemade osakaal klasside kaupa viimasel kolmel aastal.

Tabel 5

Aasta	Valik	Klass		
		X	XI	XII
2002	1.	44	42	14
	2.	41	35	24
2003	1.	45	38	17
	2.	46	25	29
2004	1.	41	44	15
	2.	35	34	31

Tuletame meelde, et esimesele valikule vastab valikülesanne 10 (funktsioon), teisele valikule vastab valikülesanne 11 (stereomeetria). Tabelis 5 on mõlema valiku puhul maksimaalne võimalik punktisumma 100, seega hindepunktid ja nende osakaal protsentides ühtivad. Suurenenud on analüüsi mõistete ja meetodite osakaal. Stereomeetria osakaal on jäänud praktiliselt samaks.

Viimasena analüüsime hindepunktide jaotust eksamivariandis õpitulemuste lõikes. Õpitulemustes eristatakse 7 aspekti. Neist õpitulemused 1 ja 2 vastavad äratundmise, arusaamise ning memoreerimise tasandile:

1) õpilane teab gümnaasiumi ainekavaga määratud mõisteid, fakte, meetodeid ja protseduure;
2) õpilane saab aru matemaatika ainekavaga määratud mõistetest, faktidest, meetoditest ja protseduuridest ning oskab neid kasutada.

Rakendamisoskuse tasandile vastavad:

1) õpilane saab probleemist aru;
2) õpilane oskab informatsiooni tõlgendada (teha kujundite ja kehade jooniseid, joonistada ning lugeda funktsioonide graafikuid);
3) õpilane oskab valida lahendamisstrateegiat;
4) õpilane oskab andmeid töödelda (teha nõutavaid arvutusi, hinnata tulemusi);
5) õpilane oskab informatsiooni esitada, oskab lahenduskäiku selgitada (põhjendada), annab korrektse vastuse.

Hindepunktide jaotus eksamivariantides õpitulemuste ja ainekava teemade lõikes on antud tabeliga 6.

Tabel 6

Teema	Hindepunktide summa	õpitulemus						
		1	2	3	4	5	6	7
1	10	4	2	1	-	-	2	1
4	10	2	1	2	1	1	2	1
6	15	4	6	-	2	2	-	1
7	10	4	2	2	-	-	2	-
8	5	1	1	1	-	-	1	1
I osa	50	15	12	6	3	3	7	4
Kaaluhinnang	tasandite lõikes	5	4	46				
Valik …9,10 (A)								
2	9	3	2	1	-	2	1	-
3	22	3	7	2	5	3	1	1
4	2	1	1	-	-	-	-	-
5	7	2	-	-	1	1	2	1
6	10	2	3	1	-	1	2	1
II osa	50	11	13	4	6	7	6	3
Kaaluhinnang	tasandite lõikes	4	8	52				
Valik …9,11 (B)								
1	4	-	1	1	-	-	1	1
2	6	2	1	1	-	1	1	-
3	15	2	5	1	3	2	1	1
4	2	1	1	-	-	-	-	-
5	7	2	-	-	1	1	2	1
8	16	4	4	-	4	3	-	1
II osa	50	11	12	3	8	7	5	4
Kaaluhinnang	tasandite lõikes	4	6	54				

Tabel 6 on esitatud kolmeosalisena vastavalt eksamivariandi kahele osale ja teise osa kahele valikule. Teise osa mõlemad valikud on antud eraldi, et oleks lihtsam analüüsida ja võrrelda valikute erinevusi nii ülesannete sisult kui ka lahendusmeetoditelt.

Tabelist 6 nähtub, et nii valikus A (ülesanded 1...10) kui ka valikus B (ülesanded 1...9 ja 11) on äratundmise ja loovuse tasandite lõikes võimalike punktide suhe sama. Eksamivariandi esimeses osas on eelistus 8 punkti võrra äratundmise kasuks, variandi teises osas on eelistus vastupidine loovuse kasuks. Seega vastab eksamivariantide ülesannete valik ja variandi struktuur riigieksami eesmärkidele.

1.3. Hindamine

Matemaatika riigieksami tööde hindamisel lähtuti järgmistest kriteeriumidest.
Kas eksaminand:

- teab keskkooli matemaatika kursuses käsitletavaid mõisteid, fakte, meetodeid ja protseduure;
- saab matemaatika mõistetest, faktidest, meetoditest ja protseduuridest aru, oskab neid kasutada;
- saab probleemist (ülesandest) aru;
- oskab teha ülesandes nõutud arvutusi, oskab kasutada arvutusvahendeid ning arvutustulemusi hinnata;
- oskab lahenduskäiku selgitada (põhjendada);
- oskab teha tasandiliste kujundite ja ruumiliste kehade jooniseid, joonestada funktsioonide graafikuid ning neid lugeda;
- vastab küsimustele korrektselt.

Eksamitöid hinnati ülesannete kaupa. Hindepunktide jaotust näitab 17. mai eksamitöö I variandi põhjal koostatud tabel 7. Kuna eksamivariandid teineteisest põhimõtteliselt ei erinenud, siis II variandi hindamisjuhend on põhimõtteliselt sama ja seda ei ole siin põhjust anda.

Tabel 7

1. VARIANT

ÜLESANNE	HINDAMINE	
1. (5 punkti) Antud on avaldis $(1+a^{\frac{1}{2}})(a^{-\frac{1}{2}}-1)\cdot\frac{a}{a^0-a}$, $a>0$ ja $a\neq 1$.	Astendajaga 0 ja negatiivse astendajaga astme mõiste teadmine	1+1
1) Lihtsustage avaldis.	Korrutamine, taandamine	1+1
2) Arvutage avaldise väärtus, kui $a=25^{-2}$.	Arvutamine	1
2.(5 punkti) 50-liitrise silindrikujulise anuma läbimõõt on 3,4 dm. Leidke sama läbimõõduga, kuid kaks korda vähem mahutava silindrikujulise anuma kõrgus täpsusega 0,1 dm.	Ruumala valemi teadmine	1
	Ruumala valemist h avaldamine	1
	Ülesande sisu mõistmine	1
	Kõrguse etteantud täpsusega arvutamine	1+1

3.(15 punkti) On antud funktsioon $y = 2x^3 - 3x^2 + 2$. 1) Leidke funktsiooni tuletis. 2)Leidke funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud. 3)Arvutage funktsiooni maksimum- ja miinimumpunkti koordinaadid. 4)Joonestage funktsiooni $y = 2x^3 - 3x^2 + 2$ graafik. 6) Koostage võrrand joone $y = 2x^3 - 3x^2 + 2$ puutujale punktis (2; 6).	Funktsiooni tuletise leidmine2 Tingimuste teadmine 1 Ruutvõrratuse lahendamine 1 Kasvamisvahemike leidmine 1 Ruutvõrratuse lahendamine 1 Kahanemisvahemiku leidmine 1 Maksimum- ja miinimumkoha olemasolu tingimuste teadmine 1 Ekstreemumkohtade liigi määramine 1 Ekstreemumpunktide ordinaatide leidmine 1 Funktsiooni y = x^3 – 3x graafiku joonestamine 2 Puutuja võrrandi teadmine 1 Puutuja tõusu arvutamine 1 Puutuja võrrandi koostamine 1
4. (5 punkti) Müügipunkti otstarbekuse hindamiseks registreeriti päevade kaupa mobiiltelefonide oste. Päevade järjekorras saadi ostetud telefonide arvu statistiline rida 7, 10, 8, 12, 8, 8, 11, 15, 13, 10, 12, 12, 10, 12, 9. 1) Korrastage statistiline rida. 2) Leidke mediaan. 3) Leidke päevas ostetud telefonide keskmine arv.	Teadmine, mida tähendab statistilise rea korrastamine 1 Variatsioonrea moodustamine 1 Mediaani mõiste teadmine, mediaani leidmine 1 Aritmeetilise keskmise mõiste teadmine, 1 arvutamine 1
5. (5 punkti) Tõenäosus, et ostetud lillesibul läheb kasvama on 0,85. Leidke tõenäosus, et 1)lillesibul ei lähe kasvama; 2)kümnest lillesibulast läheb kasvama kaheksa.	Teadmine, et $P(A) + P(\overline{A}) = 1$ 1 Vastandsündmuse tõenäosuse arvutamine 1 Binoomjaotuse tundmine 1 Tõenäosuse, et sündmus A tuleb 10 katse korral esile 8 korda avaldamine, 1 arvutamine. 1
6. (5 punkti) Rännumees mõõtis kaardil mõõtkavaga 1: 6000000 Tallinna ja Mikkeli vaheliseks kauguseks 4,9 cm. Kaardil mõõtkavaga 1: 9000000 mõõtis ta Tallinna ja Stockholmi vaheliseks kauguseks 4,1 cm. Kumb nimetatud linnadest on Tallinnale linnulennult lähemal ja mitme kilomeetri võrra?	Kaardi mõõtkava interpreteerimine 2 (st 1 cm vastava kilomeetrite arvu leidmine kummalgi juhul) Tallinna ja Mikkeli vahelise kauguse, Tallinna ja Stockholmi vahelise kauguse arvutamine 1+1 Leitud kauguste võrdlemine 1

7. (10 punkti) Teibilint paksusega 0,2 mm on keritud silindrikujulisele südamikule, mille raadius on 1 cm. Teibirulli läbimõõt on 6 cm. Leidke teibilindi pikkus täpsusega 0,5 m. Näpunäide. Lähtuge sellest, et küllalt suure täpsusega võib iga rullis oleva teibikihi ristlõike lugeda ringjooneks, kusjuures iga järgmise kihi raadius on 0,02 cm võrra suurem kui eelmisel. Seega on esimeses kihis 2π cm teipi, teises kihis $2{,}04\pi$ cm jne.	Ülesande andmete esitamine aritmeetilise jada parameetrite abi: a_1, a_2 1+1 d 1 n 1 Teibikihtide paksuse ja kihtide arvu leidmine 1+1 Aritmeetilise jada summa valemi teadmine ja selle kasutamise oskus 1+1 Arvutuste teostamine, vastuse esitamine ette antud täpsusega 1+1
8. (15 punkti) Antud on sirged $y = x$, $y = -4x$ ja $y = -x + 6$. 1) Arvutage nende sirgete lõikepunktide koordinaadid. 2) Joonestage antud sirged ühes ja samas teljestikus. 3) Leidke antud sirgete lõikepunkte läbiva parabooli $y = ax^2 + bx + c$ võrrand. 4) Arvutage eelmises punktis saadud parabooli haripunkti koordinaadid.	Lineaarvõrrandisüsteemi kasutamise oskus 1 Lõikepunktide koordinaatide leidmine 1+1+1 Sirgete joonestamine 1+1+1 Kordajate a, b, c määramise idee ja selle esitamine 1 Võrrandisüsteemi moodustamine 1 Kordajate a, b, c arvuliste väärtuste leidmine 3 Parabooli võrrandi koostamine 1 Parabooli haripunkti koordinaatide leidmine 1+1
9. (15 punkti) Antud on funktsioon $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$. 1) Lihtsustage funktsiooni avaldist. 2) Arvutage $f(\alpha)$ täpne väärtus, kui $\cos\alpha = -\frac{2}{\sqrt{7}}$. 3) Määrake, kas $f(x)$ on paaris- või paaritu funktsioon. 4)) Lahendage võrrand $f(x) = 0$ lõigul $[-\pi;\pi]$. 5) Joonestage ühes ja samas teljestikus funktsioonide $y = \cos x$ ja $y = \cos 2x$ graafikud lõigul $[-\pi;\pi]$.	Ruutude vahe valemi kasutamine 1 Asendus $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 1 Kahekordse nurga koosinuse valemi kasutamine 1 Funktsiooni $f(\alpha)$ avaldamine $\cos^2\alpha$ kaudu või $\sin^2\alpha$ väärtuse arvutamine, 1 $f(\alpha)$ täpse väärtuse arvutamine 2 Paaris- ja paaritu funktsiooni mõiste teadmine ja selle teadmise rakendamine 1+1 Erilahendite leidmine 1+1+1+1

10. (20 punkti) Antud on funktsioonid $f(x) = \ln x$ ja $g(x) = -\ln x$.

1) Lahendage võrrand $f(x) = g(9x)$.

2) Leidke puutuja võrrand joonele $y = f(x)$ punktis, mille x-koordinaat on e ja joonele $y = g(x)$ punktis, mille x-koordinaat on $\frac{1}{e}$.

3) Tõestage, et leitud puutujad on teineteisega risti.

4) Joonestage kolmnurk, mille moodustavad leitud puutujad ja sirge y = 1.

Arvutage selle kolmnurga pikima külje pikkus ja pindala.

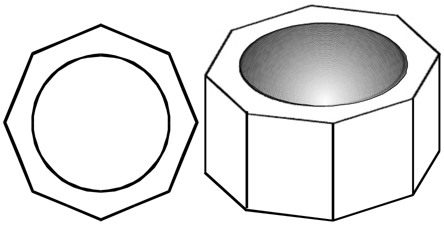
Võrrandi moodustamine	1
Logaritmi omaduste teadmine ja kasutamine	1
Võrrandi lahendi leidmine	1
Joone puutuja võrrandi teadmine	1
Puutujate tõusude leidmine	1+1
Puutepunktide ordinaatide leidmine	1+1
Puutujate võrrandite kirjutamine	1+1
Kahe sirge ristseisu tunnuse teadmine ja kasutamine	1+1
Sirge y = 1 joonestamine	1
Sirge $y = \frac{1}{e}x$ joonestamine	1
Sirge y = – ex + 2 joonestamine	1
Kolmnurga pikima külje määramine ja selle pikkuse arvutamine	1+1
Pindala leidmine	3

11. (20 punkti) Lillepott on korrapärane kaheksanurkne prisma, mille õõnsus on poolkera, vt joonist. Kusjuures

a) poolkera suurringi tasand ühtib prisma ülemise põhja tasandiga,
b) poolkera sümmeetriatelg ja prisma sümmeetriatelg ühtivad,
c) poolkera ruumala on pool prisma ruumalast,
d) keha põhja paksus (kõige õhemas kohas) võrdub külgseina paksusega (kõige õhemas kohas).

1) Avaldage keha poolkerakujulise õõnsuse ruumala prisma põhiserva pikkuse a kaudu.

2) Milline on a väärtus täissentimeetrites, et poolkerakujulise õõnsuse maht oleks vähemalt 0,5 liitrit?



Tähistus	2
Prisma kõrguse leidmine	5
Prisma põhjapindala avaldise leidmine	3
Prisma ruumala valemi teadmine ja ruumala avaldamine	3
Poolkera ruumala leidmine	3
Võrratuse moodustamine a väärtuse leidmiseks	2
Täissentimeetrites a väärtuse leidmine	2

2. MATEMAATIKA RIIGIEKSAMI TULEMUSTE STATISTILINE ANALÜÜS

2.1. Eksaminandide arv, jaotus kooli lõpetamise aja, õppekeele, soo ja kooli asukoha järgi

Riiklikus Eksami- ja Kvalifikatsioonikeskuses hinnati 2004. aastal kokku 6894 matemaatika riigieksamitööd, millest 6852 tööd olid kirjutatud 17. mail ja 42 tööd 1. juunil.

Tabeleis 8 ja 9 toodud arvud on saadud 17. mail ja 1. juunil kehtivaks tunnistatud riigieksamitulemuste põhjal. 1. juuni riigieksami vastavaid andmeid siin eraldi välja toodud ei ole.

17. mail matemaatika riigieksamil osalenud abiturientide, varemlõpetanute, meeste ja naiste, eesti või vene keeles kirjutanute arvud on antud tabelis 8.

Tabel 8

Abituriendid	Varemlõpetanud	Eesti keel	Vene keel	Mees	Naine
6581	313	5025	1869	3419	3475

Emakeele kirjandit kirjutas käesoleval aastal 12569 abiturienti. Võrreldes viimast arvu matemaatika riigieksamit teinud abiturientide arvuga, võime öelda, et käesoleval aastal valis matemaatika riigieksami ligikaudu 54,8 % abiturientidest, mis on veidi suurem 2002. aasta vastavast näitajast (54,0 %), kuid kõikide teiste aastate vastavast näitajast väiksem (2003. aastal ligikaudu 56 %, 2001. aastal 65 %, 2000. aastal 58%, 1999. aastal 65% ja 1998. aastal 60%).

Matemaatika riigieksamil osalevate varemlõpetanute arv aasta-aastalt väheneb, 2003. aasta eksamil oli varemlõpetanuid 359, 2002. aasta eksamil 512, 2001. a eksamil 741.

Haridusministri 9. aprilli 1999. a käskkirjaga nr 98 on kinnitatud "Õpitulemuste välishindamise süsteemi põhimõtted, tööde koostamise ja analüüsi alused", selles sätestatakse, et koolid jaotatakse riigieksamite tulemuste avalikustamisel järgmistesse gruppidesse:

1) teeninduspiirkonnaga koolid:
   a) suurlinnad Tallinn, Tartu, Pärnu, Narva, Kohtla-Järve;
   b) maakonnalinnad;
   c) väikelinnad ja vallad;
2) teeninduspiirkonnata koolid (vt "Haridusministeeriumi Teataja" nr 15, 1999).

Tuues eraldi välja veel kutseõppeasutused ja õhtukoolid ning lähtudes ülaltoodud gruppidest, jaotusid eksaminandid nii, nagu näidatud tabelis 9.

Tabel 9

Koolide grupp	Eksaminandide arv	Koolide arv	Abiturientide arv	Varemlõpetanute arv	Meeste arv	Naiste arv
Teeninduspiirkonnata koolid	579	22	558	21	287	292
Maakonnakeskus	1151	29	1094	57	553	598
Suurlinn	3025	90	2907	118	1459	1566
Vald, väikelinn	1487	98	1431	56	658	829
Kutseõppeasutused	417	37	364	53	347	70
Täiskasvanute gümnaasiumid	235	25	227	8	115	120

Võrreldes tabelis 9 toodud arve 2003. aasta vastavate näitajatega, näeme, et
a) teeninduspiirkonnata koolide korral on eksaminandide arvu iseloomustavad näitajad vastavate tabelite igas veerus praktiliselt samad,
b) maakonnakeskuste eksaminandide arv on 2004. aastal 3,0 % võrra suurem;
c) ülejäänud koolide gruppide korral on 2004. aasta vastavad arvud väiksemad, suurlinnade eksaminandide arv on 6,0 % võrra, valdade ja väikelinnade eksaminandide arv 7,5 % võrra, kutseõppeasutuste eksaminandide arv 6,3 % võrra ja täiskasvanute gümnaasiumide eksaminandide arv 16,4 % võrra väiksem kui sama koolide grupi 2003. aasta vastav näitaja. Vaadeldavas kontekstis on kolme viimase aasta lõikes kõige rohkem muutunud täiskasvanute gümnaasiumide abiturientide arv, ülejäänud gruppides on muudatused olnud suhteliselt väiksed.

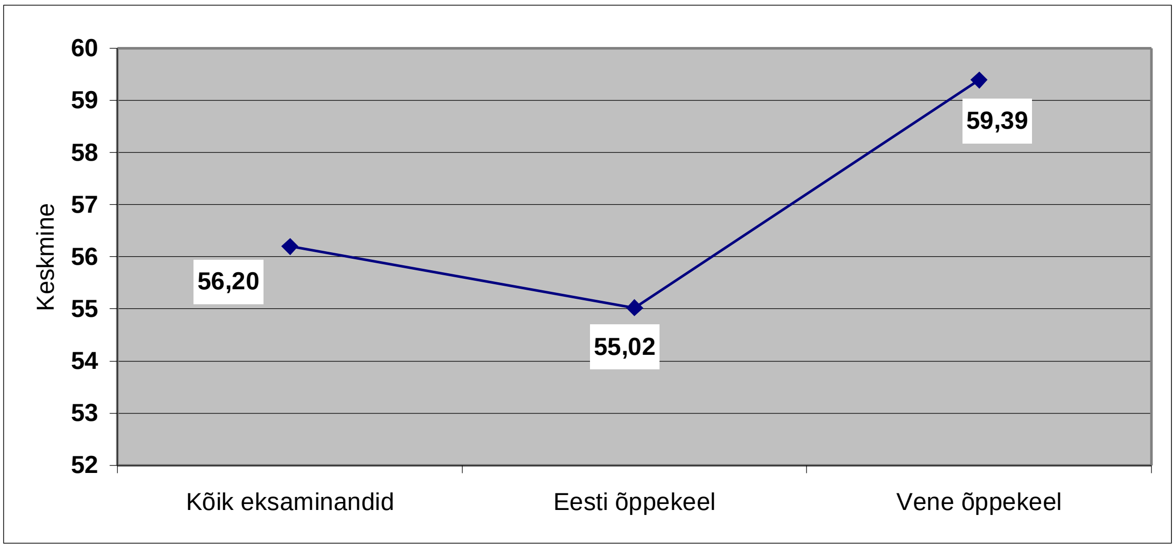
2.2. MATEMAATIKA RIIGIEKSAMITÖÖDE HINDEPUNKTIDE ARITMEETILISED KESKMISED

Matemaatika riigieksami tulemuste aritmeetiline keskmine oli 2004. aastal 56,20 (standardhälve 23,57) punkti, st 56,20% maksimaalselt võimalikust tulemusest (100 punkti).

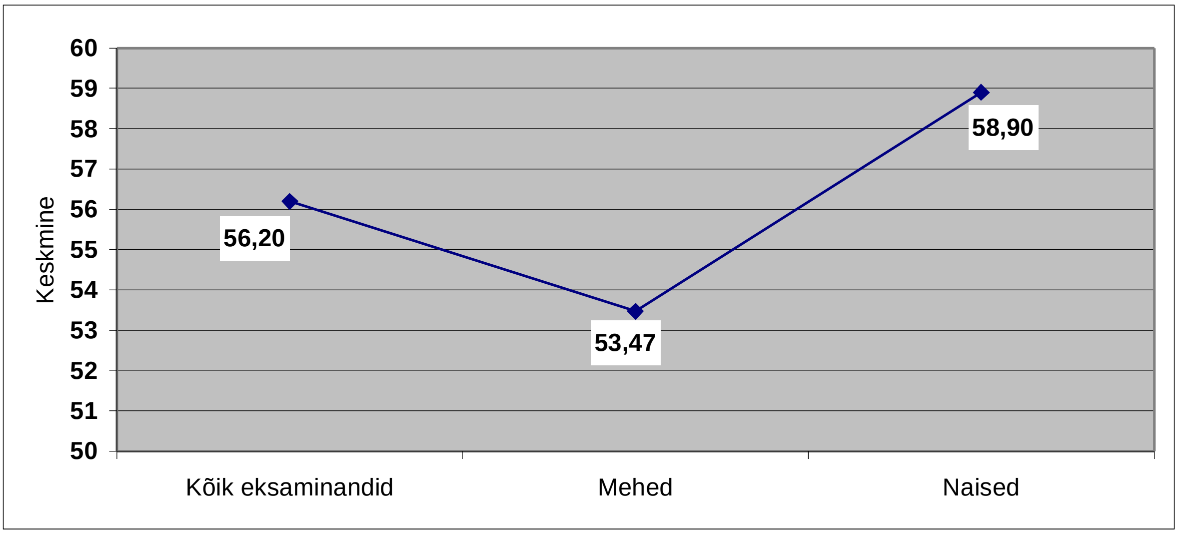
Tabelis 10 on toodud abiturientide ja varemlõpetanute, eesti ja vene õppekeelega koolide ning meeste ja naiste tulemuste aritmeetilised keskmised (k) koos vastavate standardhälvetega (s). Graafiliselt on illustreeritud nimetatud tulemusi joonistel 1a ja 1b.

Tabel 10

Abituriendid		Varem-lõpetanud		Eesti õppekeel		Vene õppekeel		Mehed		Naised	
k	s	k	s	k	s	k	s	k	s	k	s
56,83	23,41	42,95	22,91	55.02	23,58	59,39	23,23	53,47	23,99	58,90	22,83



Joonis 1a. Eesti ja vene õppekeelega koolide eksaminandide keskmised tulemused

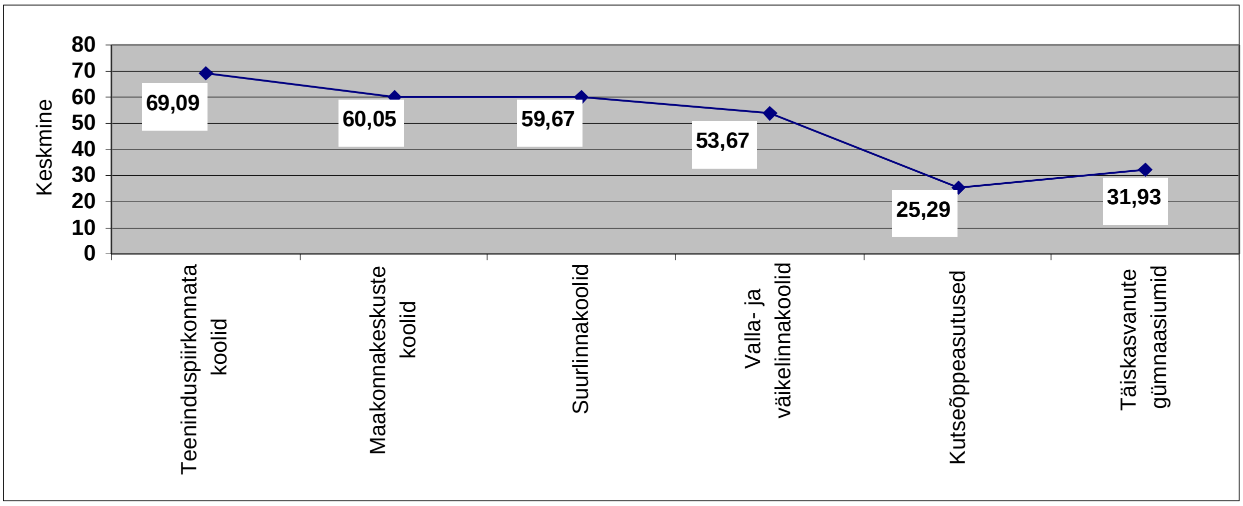


Joonis 1b. Meeste ja naiste keskmised tulemused

Tabelis 9 loetletud eksaminandide gruppide tulemuste aritmeetilised keskmised on antud tabelis 11. Tabelis 11 toodud tulemusi illustreerib graafiliselt joonis 2.

Tabel 11

Koolide grupp	Hindepunktide keskmine		Abiturientide keskmine		Varem-lõpetanute keskmine		Meeste keskmine		Naiste keskmine	
	k	s	k	s	k	s	k	s	k	s
Teeninduspiirkonnata koolid	69,09	21,86	69,84	21,43	49,10	24,11	65,60	23,72	72,52	19,29
Maakonnakeskus	60,05	21,17	60,62	20,96	48,98	22,38	59,13	21,45	60,89	20,89
Suurlinn	59,67	22,46	60,20	22,31	46,66	22,46	58,17	22,56	61,07	22,29
Vald, väikelinn	53,67	20,31	54,22	20,04	39,63	22,29	51,15	19,99	55,67	20,35
Kutseõppeasutused	25,29	17,86	24,55	17,32	30,36	20,71	25,95	17,77	22,00	18,12
Täiskasvanute gümnaasiumid	31,93	17,19	31,79	17,29	35,75	14,54	32,64	16,42	31,24	17,95

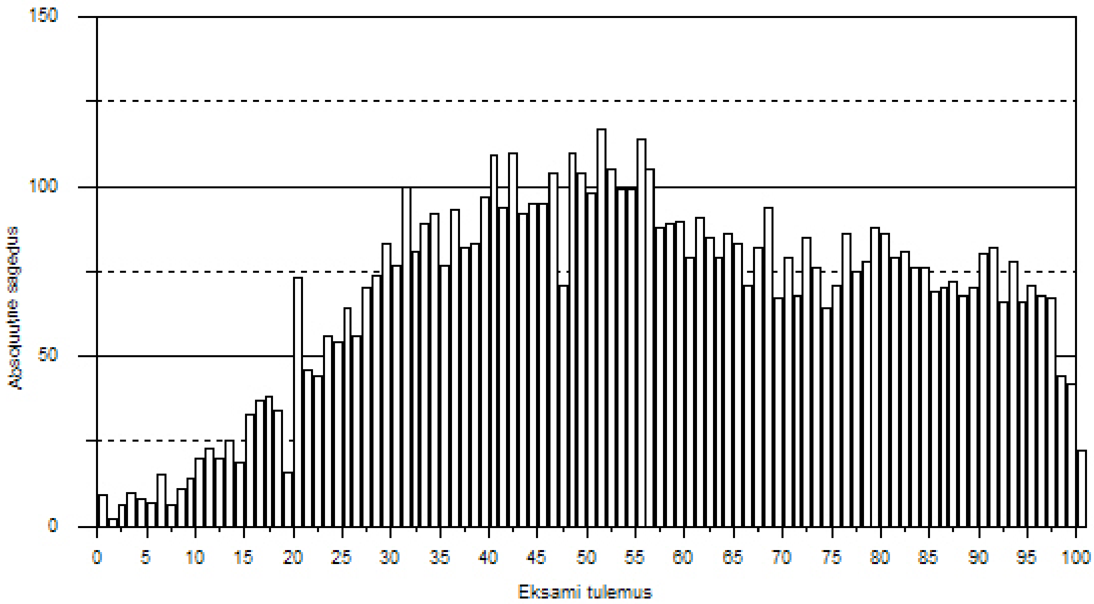


Joonis 2. Tabelis 9 antud gruppide tulemuste aritmeetilised keskmised

2.3. MATEMAATIKA RIIGIEKSAMITULEMUSTE SAGEDUSJAOTUS

Matemaatika riigieksamil oli võimalik saada 101 erinevat tulemust (0 – 100 hindepunkti). 17. mai eksamitulemuste esinemissagedused absoluutarvudes ja protsentides on antud tabelis 12 ning tabelile vastav histogramm joonisel 3.

Eksami-tulemus	Esinemissagedus		Eksami-tulemus	Esinemissagedus		Eksami-tulemus	Esinemissagedus	
	Arv	Protsent		Arv	Protsent		Arv	Protsent
0	9	0,13	34	92	1,34	68	94	1,37
1	2	0,03	35	77	1,12	69	67	0,98
2	6	0,09	36	93	1,36	70	79	1,15
3	10	0,15	37	82	1,20	71	68	0,99
4	8	0,12	38	83	1,21	72	85	1,24
5	7	0,10	39	97	1,42	73	76	1,11
6	15	0,22	40	109	1,59	74	64	0,93
7	6	0,09	41	94	1,37	75	71	1,04
8	11	0,16	42	110	1,61	76	86	1,26
9	14	0,20	43	92	1,34	77	75	1,09
10	20	0,29	44	95	1,39	78	78	1,14
11	23	0,34	45	95	1,39	79	88	1,28
12	20	0,29	46	104	1,52	80	86	1,26
13	25	0,36	47	71	1,04	81	79	1,15
14	19	0,28	48	110	1,61	82	81	1,18
15	33	0,48	49	104	1,52	83	76	1,11
16	37	0,54	50	98	1,43	84	76	1,11
17	38	0,55	51	117	1,71	85	69	1,01
18	34	0,50	52	105	1,53	86	70	1,02
19	16	0,23	53	99	1,44	87	72	1,05
20	73	1,07	54	99	1,44	88	68	0,99
21	46	0,67	55	114	1,66	89	70	1,02
22	44	0,64	56	105	1,53	90	80	1,17
23	56	0,82	57	88	1,28	91	82	1,20
24	54	0,79	58	89	1,30	92	66	0,96
25	64	0,93	59	90	1,31	93	78	1,14
26	56	0,82	60	79	1,15	94	66	0,96
27	70	1,02	61	91	1,33	95	71	1,04
28	74	1,08	62	85	1,24	96	68	0,99
29	83	1,21	63	79	1,15	97	67	0,98
30	77	1,12	64	86	1,26	98	44	0,64
31	100	1,46	65	83	1,21	99	42	0,61
32	81	1,18	66	71	1,04	100	22	0,32
33	89	1,30	67	82	1,20			



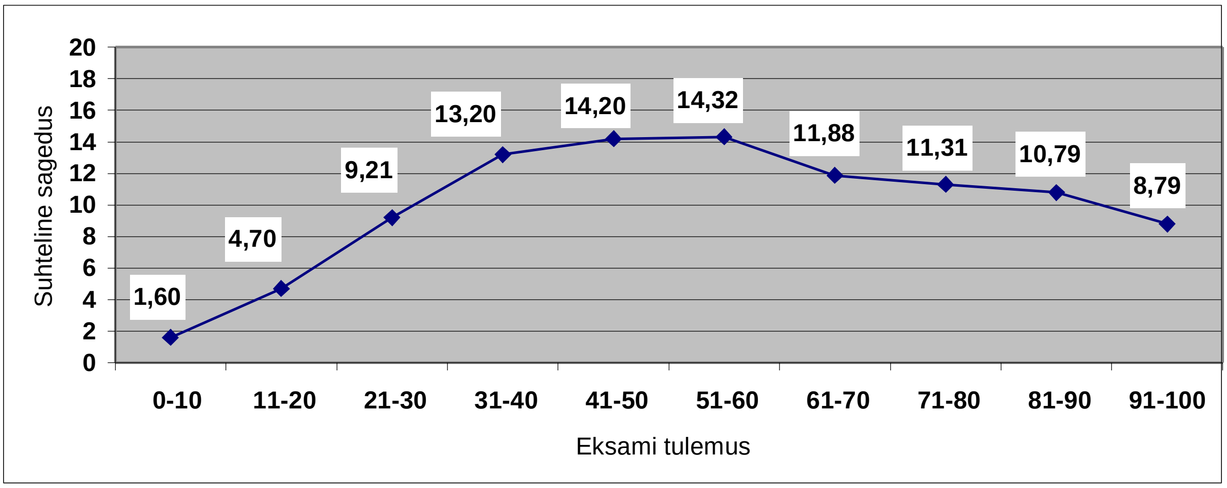
Joonis 3. Matemaatika riigieksamitulemuste histogramm

Tabelis 14 moodustavad uuritava kogumi 2004. aasta kõik 6894 matemaatika riigieksami tulemust. Hindepunktid 0 kuni 100 punktini on jaotatud 10 intervalliks ning toodud igale intervallile vastav absoluutne ja suhteline esinemissagedus.

Joonisel 4 on tabelis 14 sisalduv informatsioon esitatud graafiliselt.

Tabel 14

Tulemus	Esinemissagedus	
	Arv	Protsent
0 – 10	110	1,60
11 – 20	324	4,70
21 – 30	635	9,21
31 – 40	910	13,20
41 – 50	979	14,20
51 – 60	987	14,32
61 – 70	819	11,88
71 – 80	780	11,31
81 – 90	744	10,79
91 – 100	606	8,79



Joonis 4. Matemaatika riigieksami tulemuste jaotus

2004. aasta 17. mai riigieksamil oli 353 eksaminandi (ligikaudu 5,2 %) ja 1. juuni eksamil 8 eksaminandi 40-st (ligikaudu 19,0 %), kelle tulemus oli väiksem kui 20 punkti. Nimetatud 361 eksaminandist 201 (55,7 %) olid gümnaasiumilõpetajad ja ülejäänud 160 (44,3 %) kutseõppeasutuste õpilased või varemlõpetanud.

0-punktilisi töid oli k.a ainult 9 (eelmisel aastal 28) ja 100-punktilisi töid 22 (eelmisel aastal 28).

Eksamitöödes ilmnenud eksamikorra rikkumiste tõttu tühistati k.a 71 riigieksamitööd, millest 58 olid ühe ja sama kooli tööd.

2. 4. EKSAMITULEMUSED OSADE JA VARIANTIDE LÕIKES

Valimite moodustamisel alajaotustes 2.4. ja 2.5. ei ole tühistatud eksamitöid arvesse võetud. Eksamitöö kummagi osa eest oli võimalik saada maksimaalselt 50 hindepunkti. Hindepunktide aritmeetilised keskmised eksamitöö osade lõikes on antud tabelis 15.

Tabel 15

	Osa nr.	Tulemus			Osalahendatuse protsent *
		Keskmine	Max	Min	
Korraline eksam 17.05.2004.	1	34,12	50	0	68,23
	2	22,20	50	0	44,39
Lisaeksam 01.06.2004.	1	26,14	47	1	52,29
	2	12,45	44	0	24,90

* *Osa lahendatuse protsendi all mõeldakse protsentides väljendatud vastava osa tulemuste keskmise ja maksimaalselt võimaliku punktide arvu suhet. (Allpool tabeleis: Osa lah. %)*

Nagu eespool öeldud, korralisel matemaatika riigieksamil 17. mail kasutati kummaski osas paralleelselt kaht komplekti ülesandeid, nimetame neid I ja II variandiks. Lisaeksamil 1. juunil oli käibel ainult üks variant.

Tabeleis 16 on kirjas 17. mai eksami tulemused variantide lõikes.

Mõlema osa korral oli kummagi variandi maksimaalne tulemus 50 punkti ja minimaalne tulemus 0 punkti, seetõttu vastavad veerud tabelis 16 puuduvad.

Tabel 16

Osa	Variant	Tööde arv	Keskmine	Osa lah. %	Standardhälve	Korrelatsioon**
1	I	3479	34,35	68,70	10,51	0,93
	II	3369	33,92	67,84	10,52	0,93
2	I	3425	22,30	44,60	14,24	0,96
	II	3381	22,39	44,79	14,16	0,96

Tabelis 17 on vaadeldud eraldi eesti ning tabelis 18 vene õppekeelega koolide eksaminandide tulemusi 17. mai eksamil variantide ja osade lõikes, 1. juuni eksamil osade lõikes.

Eesti õppekeel

Tabel 17

Osa	Variant	Tööde arv	Keskmine	Osa lah. %	Standardhälve	Korrelatsioon
17.05. 1	I	2532	34,21	68,42	10,59	0,93
	II	2449	33,80	67,59	10,63	0,93
17.05. 2	I	2496	21,25	42,51	14,11	0,96
	II	2458	21,36	42,72	14,09	0,96
01.06. 1		40	26,13	52,25	10,87	0,89
01.06. 2		38	13,16	26,32	14,09	0,93

Vene õppekeel

Tabel 18

Osa	Variant	Tööde arv	Keskmine	Osa lah. %	Standardhälve	Korrelatsioon
17. 05. 1	I	947	34,72	69,44	10,29	0,93
	II	920	34,24	68,48	10,22	0,93
17. 05. 2	I	929	25,10	50,21	14,20	0,96
	II	923	25,15	50,30	14,00	0,96
01.06. 1		2	26,50	53,00	0,71	0,50
01.06. 2		2	11,50	23,00	7,78	0,50

** *Osa tulemuse ja eksami tulemuse vaheline korrelatsioon.*

Tabelitest 17 ja 18 on näha, et eesti ja vene õppekeelega koolide hindepunktide keskmised I osa puhul on praktiliselt samad, kuid II osa korral on vene õppekeelega koolide hindepunktide keskmised eesti õppekeelega koolide vastavatest keskmistest ligi 8 % võrra kõrgemad.

Tabelis 19 on antud eraldi meeste ja naiste tulemused osade ja variantide lõikes.

Tabel 19

Osa	Variant	Mehed			Naised		
		Tööde arv	Keskmine	Osa lah. %	Tööde arv	Keskmine	Osa lah. %
17.05. 1	I	1732	33,79	67,59	1747	34,90	69,79
	II	1648	33,25	66,49	1721	34,56	69,12
17.05. 2	I	1700	20,35	40,70	1725	24,22	48,44
	II	1648	20,35	40,70	1733	24,34	48,68
01.06. 1		36	26,11	52,22	6	26,33	52,67
01.06. 2		34	12,32	24,65	6	17,33	34,67

Tabelist 19 nähtub, et naiseksaminandide keskmised tulemused on meeseksaminandide vastavatest tulemustest üldiselt kõrgemad, II osa puhul näiteks ligi 8 % võrra.

Tabelis 20 on antud eraldi ühelt poolt gümnaasiumide abiturientide ja teiselt poolt kutseõppeasutuste ning täiskasvanute gümnaasiumide abiturientide tulemused osade ja variantide lõikes.

Tabel 20

Osa	Vari-ant	Gümnaasiumide abituriendid			Täiskasvanute gümnaasiumide ja kutseõppeasutuste abituriendid		
		Tööde arv	Keskmine	Osa lah. %	Tööde arv	Keskmine	Osa lah. %
17.05. 1	I	3027	36,09	72,18	299	20,21	40,43
	II	2955	35,53	71,06	279	19,74	39,48
17.05. 2	I	3005	23,93	47,87	279	7,87	15,74
	II	2975	24,01	48,03	270	7,86	15,72
01.06. 1		8	23,75	47,50	10	21,60	43,20
01.06. 2		8	10,50	21,00	9	7,44	14,89

2.5. Eksamitulemused ülesannete kaupa

Matemaatika riigieksamil pidi eksaminand lahendama 1. osa kõik 7 ülesannet ja teisest osast ülesanded 8 ja 9 ning omal valikul kas 10. või 11. ülesande. Valikülesannetest eelistati 10. ülesannet. Analüüsides eksamitulemusi ülesannete kaupa, vaatleme gümnaasiumide ja kutseõppeasutuste eksaminandide tulemusi teineteisest eraldi.

Gümnaasiumide eksaminandide tulemused ja kutseõppeasutuste eksaminandide tulemused võrdlevalt üleannete kaupa on esitatud tabelis 21.

Tabelis 22 on vaadeldud võrdlevalt eesti ja vene õppekeelega gümnaasiumide eksaminandide tulemusi ülesannete kaupa.

Tabelis 23 on vaadeldud võrdlevalt eesti ja vene õppekeelega kutseõppeasutuste eksaminandide tulemusi ülesannete kaupa.

Tabelis 24 on antud gümnaasiumide ja kutseõppeasutuste mees- ja naissoost eksaminandide hindepunktide keskmised ülesannete kaupa.

Tabel 21

1. osa

Ülesande nr	Gümnaasiumid			Kutseõppeasutused		
	Tööde arv	Keskmine	Keskmine lahendatus %	Tööde arv	Keskmine	Keskmine lahendatus %
1	6438	4,00	80,00	407	2,00	39,90
2	6438	3,91	78,16	407	2,48	49,58
3	6438	12,14	80,97	407	5,01	33,40
4	6438	4,52	90,35	407	3,01	60,20
5	6438	3,11	62,18	407	1,05	21,03
6	6438	3,82	76,33	407	3,44	68,58
7	6438	3,65	36,52	407	1,23	12,31

2. osa

Ülesande nr	Gümnaasiumid			Kutseõppeasutused		
	Tööde arv	Keskmine	Keskmine lahendatus %	Tööde arv	Keskmine	Keskmine lahendatus %
8	6418	8,73	58,19	385	4,51	30,06
9	6418	7,39	49,25	385	1,96	13,09
10	4105	9,52	47,58	69	3,62	18,12
11	1854	3,56	17,80	140	1,59	7,93

Võrreldes tabeli 21 andmete põhjal gümnaasiumide ja kutseõppeasutuste lõpetajate ülesannete hindepunktide keskmisi, näeme, et kõige suurem on erinevus ülesannete 1, 3, 9 korral. Ülesandes 1 oli vaja osata teisendada algebralist avaldist. Algebraliste avaldiste teisendamise oskusele pannakse alus põhikoolis, k.a põhikooli lõpueksamitööde analüüs näitas, et leidub põhikoole, kus enamik õpilasi nimetatud oskust ei omanda. Kui uurisime, kes eelmisel õppeaastal selliste koolide 9. klassis matemaatikat õpetasid, siis olid need eranditult ilma matemaatikaõpetaja kutseta inimesed.

Kolmandas ülesandes oli vaja osata uurida algebralist funktsiooni tuletise abil, sellised ülesanded on viimastel aastatel muutunud juba riigieksami nn tüüpülesanneteks, mille lahendamise oskust kutseõppeasutuste lõpetajad ei olnud lihtsalt omandanud. Viimati öeldu käib ka üheksanda ülesande kohta, mis nõudis gümnaasiumis õpitava trigonomeetria tundmist.

Kuuenda ülesande lahendamise tulemused on gümnaasiumi ja kutseõppeasutuste lõpetajatel praktiliselt samad. Selliseid elulisi ülesandeid lahendatakse nii matemaatika kui ka geograafia tundides.

Tabel 22

1. osa

Ülesande nr	Eesti õppekeel			Vene õppekeel		
	Tööde arv	Keskmine	Keskmine lahendatus %	Tööde arv	Keskmine	Keskmine lahendatus %
1	4679	3,97	79,33	1759	4,09	81,80
2	4679	3,87	77,32	1759	4,02	80,42
3	4679	12,06	80,38	1759	12,38	82,53
4	4679	4,55	91,04	1759	4,43	88,50
5	4679	3,14	62,78	1759	3,03	60,60
6	4679	3,84	76,82	1759	3,75	75,03
7	4679	3,64	36,43	1759	3,68	36,76

2. osa

Ülesande nr	Eesti õppekeel			Vene õppekeel		
	Tööde arv	Keskmine	Keskmine lahendatus %	Tööde arv	Keskmine	Keskmine lahendatus %
8	4668	8,23	54,89	1750	10,05	66,98
9	4668	7,04	46,95	1750	8,31	55,39
10	2882	9,25	46,24	1223	10,15	50,74
11	1560	3,62	18,12	294	3,22	16,11

Võrreldes eelmise aastaga, on tabelis 22 kajastuvad tendentsid jäänud üldjoontes samaks. Ainus, mida märkida võiks, on suhteliselt madala stereomeetria ülesande (11. ülesanne) keskmise lahendatuse korral eesti õppekeelega koolide õpilaste veidi parem tulemus. Eelmisel aastal olid eesti ja vene õppekeelega koolide stereomeetria ülesannete lahendamise tulemused praktiliselt ühesugused.

Tabel 23

1. osa

Ülesande nr	Eesti õppekeel			Vene õppekeel		
	Tööde arv	Keskmine	Keskmine lahendatus %	Tööde arv	Keskmine	Keskmine lahendatus %
1	301	1,85	37,01	106	2,41	48,11
2	301	2,49	49,70	106	2,46	49,25
3	301	4,29	28,59	106	7,06	47,04
4	301	3,12	62,39	106	2,70	53,96
5	301	1,08	21,66	106	0,96	19,25
6	301	3,54	70,76	106	3,17	63,40
7	301	1,29	12,86	106	1,08	10,75

2. osa

Ülesande nr	Eesti õppekeel			Vene õppekeel		
	Tööde arv	Keskmine	Keskmine lahendatus %	Tööde arv	Keskmine	Keskmine lahendatus %
8	285	3,99	26,62	100	5,98	39,87
9	285	1,55	10,34	100	3,14	20,93
10	43	3,44	17,21	26	3,92	19,62
11	121	1,64	8,18	19	1,26	6,32

Tabel 24

1. osa

Ülesande nr	Gümnaasiumid				Kutseõppeasutused			
	Mehed		Naised		Mehed		Naised	
	Arv	Keskmine	Arv	Keskmine	Arv	Keskmine	Arv	Keskmine
1	3040	3,83	3398	4,16	338	2,04	69	1,80
2	3040	3,99	3398	3,84	338	2,60	69	1,87
3	3040	11,67	3398	12,57	338	4,98	69	5,14
4	3040	4,49	3398	4,54	338	3,06	69	2,78
5	3040	3,04	3398	3,17	338	1,09	69	0,84
6	3040	4,25	3398	3,43	338	3,70	69	2,19
7	3040	3,92	3398	3,41	338	1,28	69	0,97

2. osa

Ülesande nr	Gümnaasiumid				Kutseõppeasutused			
	Mehed		Naised		Mehed		Naised	
	Arv	Keskmine	Arv	Keskmine	Arv	Kesk-mine	Arv	Keskmine
8	3027	8,69	3391	8,76	319	4,66	66	3,80
9	3027	6,76	3391	7,95	319	1,96	66	1,98
10	1642	8,92	2463	9,91	54	3,56	15	3,87
11	1115	3,78	739	3,22	118	1,68	22	1,09

Tabeli 24 andmete põhjal võib öelda, et meessoost eksaminandid lahendasid 2004.a matemaatika riigieksamitöös naissoost eksaminandidest paremini suhteliselt avarat kujutlusvõimet nõudvaid praktilisi ülesandeid (ülesanded 6, 7, 11), ülejäänud ülesannete lahendamise tulemused on naissoost eksaminandidel paremad.

2.6. EKSAMITULEMUSTE SISUANALÜÜS

Vaadeldaval 2004. aastal ei ole võimalik võrrelda abiturientide eksamitulemust aastahindega, sest viimaseid tsentraalselt meie andmetel ei kogutud. Järgnevas analüüsime ülesannete lahendatuse kaudu ainekava omandatust ning erisusi ainekava teemade ja õppekeele järgi. Lähtume tabeli andmetest.

Tabel 25

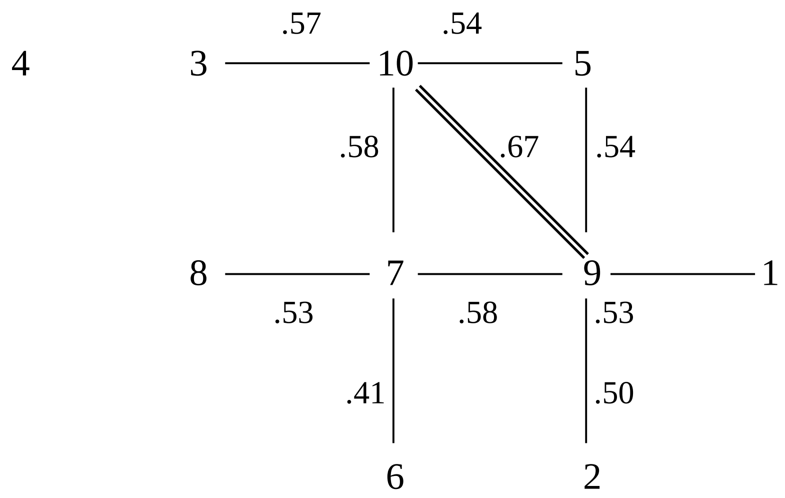
Ülesande nr	Punktid	Märksõnad	Õppekeel: Eesti – Ülesande lahendatuse %	Õppekeel: Eesti – Järjestus % alusel	Õppekeel: Vene – Ülesande lahendatuse %	Õppekeel: Vene – Järjestus % alusel
1.	5	avaldis, aste	76,76	3.	79,90	3.
2.	5	silinder, V, joonelemendid	75,63	5.	78,63	4.
3.	15	tuletis, ekstreemum, puutuja	77,23	2.	80,52	2.
4.	5	sagedustabel, Me, $\bar{x}$	89,30	1.	86,53	1.
5.	5	tõenäosus	60,29	6.	58,21	7.
6.	5	mõõtkava, suhe	76,45	4.	74,33	5.
7.	10	aritmeetiline jada	34,99	10.	35,25	10.
8.	15	sirge, parabool, lõikumine	53,26	7.	65,48	6.
9.	15	trigonomeetria, (teisendused, võrrand, graafik)	44,84	9.	53,50	8.
10.	20	eksponent- ja logaritmfunktsioon	45,81	8.	50,09	9.
11.	20	prisma, poolkera, V	17,39	11.	15,51	11.

Kui 2003. aasta matemaatika riigieksami ülesannete järjestus lahendatuse protsendi alusel oli eesti ja vene õppekeelega gümnaasiumide lõpetajatel sama (erines vaid ülesannete 3 ning 8 järjekord), siis 2004. aasta tulemuste põhjal on erinevaid paare koguni kolm: ülesanded 2 ja 6, 5 ja 8 ning 9 ja 10. Aastal 2003 põhjustas erinevuse ainekava teema 7- tõenäosusteooria ja kirjeldav statistika. Sellele teemale vastavat ülesannet 5 (tõenäosus) lahendasid eesti õppekeelega gümnaasiumide lõpetajad paremini. Samas lahendasid paremini tasandiliste joontega seotud kaheksandat ülesannet paremini vene õppekeelega gümnaasiumide lõpetajad. Sama paar eristub ka 2004.a. eksamitulemuste põhjal, aga lisandub veel kaks paari – ülesannete 2 ja 6 puhul on näha, et paranenud on ruumigeomeetria ülesande lahendamise oskus vene õppekeelega gümnaasiumides. Ülesannete 9 ja 10 paari on raske kommenteerida, sest ülesanne 10 on valikülesanne.

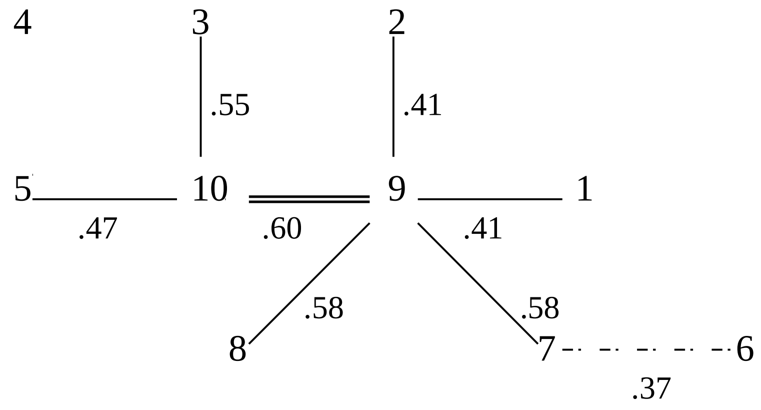
Võrreldes ülesannete lahendatuse protsente näeme, et eesti õppekeelega gümnaasiumide lõpetajatel on see parem ainult ülesannete 4, 5, 6 ja 11 puhul, mille lahendamisel on olulised rakendamisoskused. Keskmine lahendatuse protsent erineb õppekeelte lõikes vähe: eesti õppekeelega koolides 59,26, vene õppekeelega koolides 61,63. Kui vaadata ülesannete lahendatuse protsente ülesannete lõikes, siis on ootuspäraselt kõige paremini lahendatud ülesanded, mis nõuavad vaid mõistete teadmist ja arvutamisoskust. Sellised on ülesanded 4 (kirjeldava statistika põhimõisted), 3 (tuletise rakendamine funktsiooni uurimisel), 1 (astet sisaldava algebralise avaldise lihtsustamine), 6 (suhe ja arvväärtuste võrdlemine) ning 2 (silindri ruumala). Kõik need ülesanded on viie punkti ülesanded välja arvatud ülesanne 3, mille maksimaalselt võimalik 15 punkti jagunes sisuliselt viie kolmepunktilise alaülesande vahel, millest igaüks nõudis vaid ühte-kahte teadmist ja nende rakendamise oskust.

Järgnevalt kasutame korrelatsioonimaatrikseid, et analüüsida üksikülesannete seoseid ja püüda teha nende alusel järeldusi ainekava omandatuse ning teemade omavahelise seotuse kohta. Alustame 154 eestikeelse ja 208 venekeelse abituriendiga, kes valikülesannet (ülesanne 10 või 11) ei lahendanud ning piirdusid üheksa kohustusliku ülesande lahendamisega. Seoste põhjal võib järeldada, et need eksaminandid ei ole gümnaasiumis omandanud terviklikku matemaatika käsitlust, vaid kasutavad seostamata teadmisi ainekursuste üksikteemade kohta tüüpsituatsioonide lahendamiseks. Eestikeelsetel abiturientidel oli minimaalne korrelatsioon viienda ja kuuenda ülesande vahel (r = 0,11) ning maksimaalne teise ja kaheksanda ülesande vahel (r=0,46). Maksimaalseid korrelatsioone arvestades selgitaks iga ülesande lahendamisoskus vaid 10 kuni 20 protsenti selle ülesandega tugevamini seotud teise ülesande lahendamisoskusest. Venekeelsetel abiturientidel, keda vaadeldakse selles lõigus, on seosed veelgi nõrgemad: vähim r = 0,09 (ülesanded 1 ja 7) ning suurim r = 0,35 (ülesanded 5 ja 8). Viimane seos kajastab asjaolu, et ülesanded 5 ja 8 olid ühesuguselt kesiselt lahendatud.

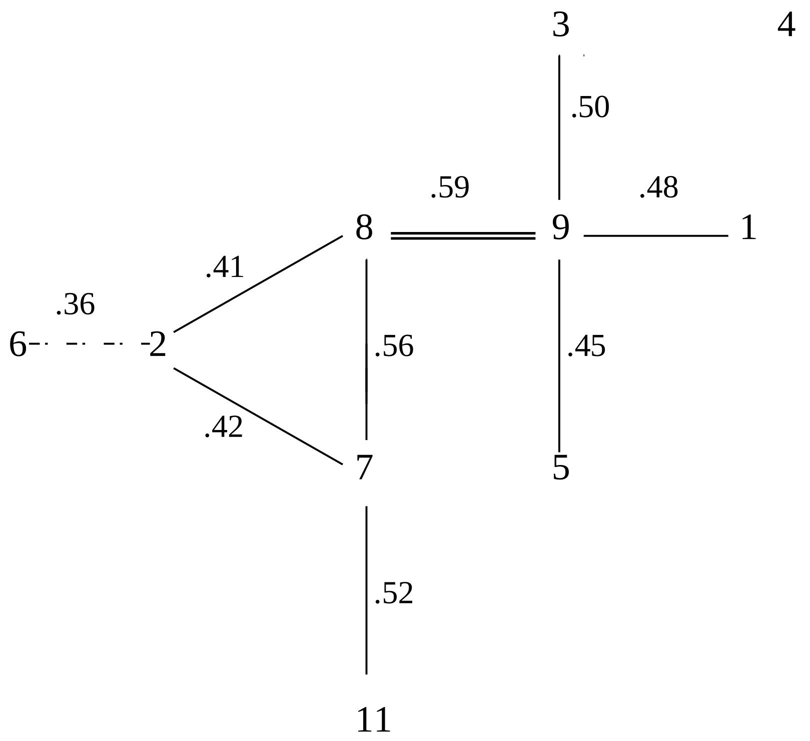
Joonisel 5 on toodud seosgraafid 5a, 5b, 5c ja 5d. Graafid 5a ja 5b annavad ülesannete vahelised seosed lahendatuse järgi nende abiturientide korral, kes valisid lahendusvariandi 1...10. Graafid 5c ja 5d annavad analoogilised seosed nende abiturientide korral, kes valisid lahendusvariandi 1...9 ja 11.



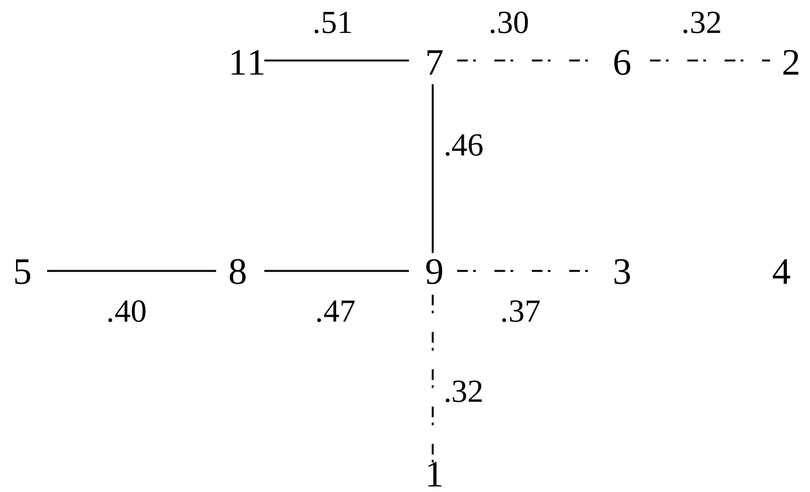
Joonis 5a. Ülesanded 1...10 eesti õppekeelega koolides (1390 eksaminandi)



Joonis 5b. Ülesanded 1…10 vene õppekeelega koolides (269 eksaminandi)



Joonis 5c.Ülesanded 1…9 ja 11 eesti õppekeelega koolides (2701 eksaminandi)



Joonis 5d. Ülesanded 1...9 ja 11 vene õppekeelega koolides (1163 eksaminandi)

Joonis 5. Ülesannete seosgraafid lahendusvariandi ja õppekeele lõikes

Mida võib järeldada joonisel 5 toodud seosgraafidelt? Lahendusvariandi ülesannetega 1 kuni 10 valis tunduvalt rohkem eksaminande kui variandi ülesannetega 1 kuni 9 ja 11. Esimene valik eeldab analüütilise mõtlemisviisi ülekaalu. Oma mõju võib olla ka valikujäikusel või lahendamise järjekindlusel. Graafidelt 5a ja 5b näeme, et nii eesti kui ka vene õppekeelega koolide lõpetajatel on graafi struktuur sama. Eestikeelsete koolide lõpetajatel on aineteemade vahelised seosed tugevamad.

Võrreldes graafe 5a ja 5b graafidega 5c ja 5d näeme, et lahendusvariandi ülesannetega 1 kuni 9 ja 11 valinutel on aineteemade vahelised seosed nõrgemad ning tulenevalt valikülesande (10 või 11) valikust ka mõneti erinevad. Selle lahendusvariandi valinutel on oletatavasti ülesannetele lähenemine vähem süsteemne. Ülesannetevariandi 1 kuni 10 valinutel on tugevalt seotud ülesanded 9 ja 10, mis eeldavad peale põhiteadmiste ka avaldistega ja funktsioonidega head opereerimisoskust. Ülesannetevariandi 1 kuni 9 ja 11 valinutel on tugevaim seos ülesannete 7 ja 11 vahel, mis on ilmselt seletuv sellega, et need ülesanded on sarnaselt halvasti lahendatud (vt. tabel 22).

Seega annavad ülesannete lahendatust võrdlev tabel 22 ja joonisel 5 esitatud korrelatsioonigraafid asjasthuvitatule võimaluse õppekava teemade seotuse ja omandatuse põhjalikumaks analüüsimiseks ning oma tähelepanekutega ja olemasoleva kvantitatiivse teabega võrdlemiseks.

3. JÄRELDUSED

1. Matemaatika riigieksamitöö vastas kehtivale ainekavale ja haridusministri 23.jaanuari 2002.a määruse nr 18 peatükis 4 püstitatud nõuetele.
2. Eksamitöö reliaablus, kui hinnata seda Cronbachi α -koefitsiendi abil, on 0,80. (Ülesannete 1-11 korral korrelatsioon eksamitulemusega on vastavalt 0,61; 0,57; 0,66; 0,41; 0,63; 0,37; 0,67; 0,71; 0,78; 0,76; 0,55.)
3. Matemaatika riigieksami valis 2004. aastal ligikaudu 55% abiturientidest, eelmistel aastatel on vastav näitaja olnud samuti 55 – 65 protsendi piirides.
4. Matemaatika riigieksami tulemuste aritmeetiline keskmine 2004. aastal oli 56,2 hindepunkti (56,2% maksimaalselt võimalikust 100 punktist), eelmisel aastal 53,0 hindepunkti.
5. Gümnaasiumiharidust andvate koolide matemaatika riigieksami tulemused on endiselt kooliti väga erinevad. Öeldu illustreerimiseks vaatame koole, kust matemaatika riigieksami kirjutas vähemalt 5 inimest. Nimetame koolide grupi ja anname sulgudes minimaalse ja maksimaalse tulemuste keskmise, mis vastava grupi koolidel esines:
6. Kutseõppeasutused (8,29 ja 49,40); täiskasvanute gümnaasiumid (24,55ja 57,14);
7. valla ja väikelinna koolid (32,50 ja 76,18); maakonnakeskuse koolid (39,46 ja 80,13);
8. suurlinna koolid (24,00 ja 83,87); teeninduspiirkonnata koolid (27,00 ja 83,47).
9. Matemaatika riigieksamil valitakse rohkem ja lahendatakse paremini ülesandeid, millel on väljakujunenud lahendusalgoritm.
10. Kevadise riigieksami tulemuste põhjal võib öelda, et valdav enamus gümnaasiumi lõpetajatest saavutab gümnaasiumi lõpuks matemaatika riiklikus õppekavas ette nähtud taseme.
11. 8. Käesoleval aastal tühistas hindamiskomisjon eksamitöödes esinevate mahakirjutuste tõttu 71 eksaminandi, 2 Tallinna Mustjõe Gümnaasiumi, 2 Tallinna Linnamäe Vene Lütseumi, 58 Tallinna Juhkentali Gümnaasiumi ja 9 Tallinna Polütehnikumi abituriendi matemaatika riigieksami tulemused. Märgime siinjuures, et Tallinna Polütehnikumis rikuti eksamikorda ka eelmisel õppeaastal. Tallinna Juhkentali Gümnaasiumi direktori ja matemaatikaõpetajate ülestunnistuste põhjal võib öelda, et eksamikorra rikkumine oli korraldatud otseselt kooli juhtkonna poolt aineõpetajate kaasabil.

a. Matemaatika riigieksamitööde hindamise kohta esitati 140 apellatsiooni, apellatsioonikomisjon muutis 14 tulemust, ennistas 1 tühistatud tulemuse ja tõstis 13 tulemust (enamasti olid need 18-19 punktiga hinnatud tööd, mis hinnati ümber 20 punktilisteks). Tulemuste muutmise protsent (10%) oli k.a väiksem kui eelmisel aastal, mil esitati 144 apellatsiooni ja muudeti 26% tulemustest.

b. Koolide riigieksamikomisjonid, vaatlejaid riigieksameile suunavad institutsioonid ja vaatlejad ise peaksid oma töö korraldama nii, et riigieksameil oleks tagatud kord. Vaatlejaid, kelle juuresolekul kirjutatud eksamitöödes esineb mahakirjutusi, ei tohiks eksamile uuesti suunata.

I variant

Matemaatika riigieksami ülesanded 20.05.2003.a
I osa

Lahendada tuleb 7 ülesannet.

1. (5 punkti) Antud on avaldis $(1+a^{\frac{1}{2}})(a^{-\frac{1}{2}}-1)\cdot\frac{a}{a^0-a}$, kus $a>0$ ja $a\neq 1$.

   1) Lihtsustage avaldis.

   2) Arvutage avaldise väärtus, kui $a=25^{-2}$.

2. (5 punkti) 50-liitrise silindrikujulise anuma läbimõõt on 3,4 dm. Leidke sama läbimõõduga, kuid kaks korda vähem mahutava silindrikujulise anuma kõrgus täpsusega 0,1 dm.

3. (15 punkti) On antud funktsioon $y=2x^3-3x^2+2$.

1) Leidke funktsiooni tuletis.	2 punkti
2) Leidke funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud.	5 punkti
3) Arvutage funktsiooni maksimum- ja miinimumpunkti koordinaadid.	3 punkti
4) Joonestage funktsiooni $y=2x^3-3x^2+2$ graafik.	2 punkti
5) Koostage võrrand joone $y=2x^3-3x^2+2$ puutujale punktis (2; 6).	3 punkti

4. (5 punkti) Müügipunkti otstarbekuse hindamiseks registreeriti päevade kaupa mobiiltelefonide oste. Päevade järjekorras saadi ostetud telefonide arvu statistiline rida

7, 10, 8, 12, 8, 8, 11, 15, 13, 10, 12, 12, 10, 12, 9.

1) Korrastage statistiline rida.	2 punkti
2) Leidke mediaan.	1 punkt
3) Leidke päevas ostetud telefonide keskmine arv.	2 punkti

5. (5 punkti) Tõenäosus, et ostetud lillesibul läheb kasvama on 0,85.
   Leidke tõenäosus, et
   1) lillesibul ei lähe kasvama;
   2) kümnest lillesibulast läheb kasvama kaheksa.

6. (5 punkti) Rännumees mõõtis kaardil mõõtkavaga 1: 6000000 Tallinna ja Mikkeli vaheliseks kauguseks 4,9 cm. Kaardil mõõtkavaga 1: 9000000 mõõtis ta Tallinna ja Stockholmi vaheliseks kauguseks 4,1 cm. Kumb nimetatud linnadest on Tallinnale linnulennult lähemal ja mitme kilomeetri võrra?

7. (10 punkti) Teibilint paksusega 0,2 mm on keritud silindrikujulisele südamikule, mille raadius on 1 cm. Teibirulli läbimõõt on 6 cm. Leidke teibilindi pikkus täpsusega 0,5 m.

   Näpunäide. Lähtuge sellest, et küllalt suure täpsusega võib iga rullis oleva teibikihi ristlõike lugeda ringjooneks, kusjuures iga järgmise kihi raadius on 0,02 cm võrra suurem kui eelmisel. Seega on esimeses kihis 2π cm teipi, teises kihis $2{,}04\pi$ cm jne.

II osa

Lahendada tuleb 8. ja 9. ülesanne ning veel kas 10. või 11. ülesanne.

8. (15 punkti) Antud on sirged $y = x$, $y = -4x$ ja $y = -x + 6$.

1) Arvutage nende sirgete lõikepunktide koordinaadid.	4 punkti
2) Joonestage antud sirged ühes ja samas teljestikus.	3 punkti
3) Leidke antud sirgete lõikepunkte läbiva parabooli $y = ax^2 + bx + c$ võrrand.	6 punkti
4) Arvutage eelmises punktis saadud parabooli haripunkti koordinaadid.	2 punkti

9. (15 punkti) Antud on funktsioon $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$.

1) Lihtsustage funktsiooni avaldist.	3 punkti
2) Arvutage $f(\alpha)$ täpne väärtus, kui $\cos\alpha = -\frac{2}{\sqrt{7}}$.	3 punkti
3) Määrake, kas $f(x)$ on paaris- või paaritu funktsioon.	2 punkti
4) Lahendage võrrand $f(x) = 0$ lõigul $[-\pi;\pi]$.	4 punkti
5) Joonestage ühes ja samas teljestikus funktsioonide $y = \cos x$ ja $y = \cos 2x$ graafikud lõigul $[-\pi;\pi]$.	3 punkti

10. (20 punkti) Antud on funktsioonid $f(x) = \ln x$ ja $g(x) = -\ln x$.

1) Lahendage võrrand $f(x) = g(9x)$.	3 punkti
2) Leidke puutuja võrrand joonele $y = f(x)$ punktis, mille x-koordinaat on e, ja joonele $y = g(x)$ punktis, mille x-koordinaat on $\frac{1}{e}$.	7 punkti
3) Tõestage, et leitud puutujad on teineteisega risti.	2 punkti
4) Joonestage kolmnurk, mille moodustavad leitud puutujad ja sirge y = 1. Arvutage selle kolmnurga pikima külje pikkus ja pindala.	8 punkti

11. (20 punkti) Lillepott on korrapärane kaheksanurkne prisma, mille õõnsus on poolkera (vt joonist). Sealjuures

a) poolkera suurringi tasand ühtib prisma ülemise põhja tasandiga,

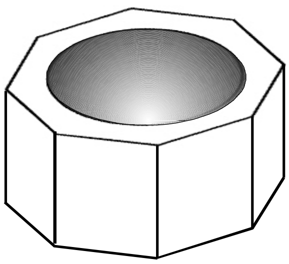
b) poolkera sümmeetriatelg ja prisma sümmeetriatelg ühtivad,

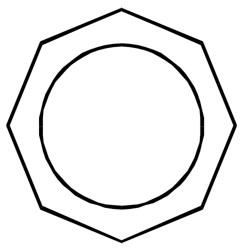
c) poolkera ruumala on pool prisma ruumalast,

d) lillepoti põhja paksus (kõige õhemas kohas) võrdub külgseina paksusega (kõige õhemas kohas).

1) Avaldage poolkerakujulise õõnsuse ruumala prisma põhiserva pikkuse a kaudu.

2) Milline peaks olema a väärtus täissentimeetrites, et õõnsuse maht oleks vähemalt 0,5 liitrit?





II variant
I osa

Lahendada tuleb 7 ülesannet.

1. (5 punkti) Antud on avaldis $(1+a^{-\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}-1)\cdot\dfrac{a}{a-a^0}$, kus $a>0$ ja $a\neq 1$.

   1) Lihtsustage avaldis.

   2) Arvutage avaldise väärtus, kui $a=9^{-2}$.

2. (5 punkti) 100-liitrise silindrikujulise anuma kõrgus on 4,5 dm. Leidke sama kõrgusega, kuid kaks korda vähem mahutava silindrikujulise anuma läbimõõt täpsusega 0,1 dm.

3. (15 punkti) On antud funktsioon $y=x^3-3x-3$.

1) Leidke funktsiooni tuletis.	2 punkti
2) Leidke funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud.	5 punkti
3) Arvutage funktsiooni maksimum- ja miinimumpunkti koordinaadid.	3 punkti
4) Joonestage funktsiooni $y=x^3-3x-3$ graafik.	2 punkti
5) Koostage võrrand joone $y=x^3-3x-3$ puutujale punktis (2; −1).	3 punkti

4. (5 punkti) Uue bussipeatuse asukoha määramiseks loendati ajutises peatuses juhuslikult valitud töö- päeval iga poole tunni järel bussi sisenejad. Kellaaegade järjekorras saadi sisenejate arvu statistiline rida

   9, 6, 10, 15, 10, 13, 11, 12, 9, 11, 9, 9, 8, 7, 9, 10.

1) Korrastage statistiline rida.	2 punkti
2) Leidke mediaan.	1 punkt
3) Leidke ajutises peatuses sellel tööpäeval bussi sisenejate keskmine arv.	2 punkti

5. (5 punkti) Lilleseemne idanemise tõenäosus on 0,75.
   Leidke tõenäosus, et
   1) lilleseeme ei idane;
   2) kaheteistkümnest lilleseemnest idaneb kümme.

6. (5 punkti) Rännumees mõõtis kaardil mõõtkavaga 1: 6000000 Tallinna ja Tampere vaheliseks kauguseks 3,9 cm. Kaardil mõõtkavaga 1: 9000000 mõõtis ta Tallinna ja Riia vaheliseks kauguseks 3,1 cm. Kumb nimetatud linnadest on Tallinnale linnulennult lähemal ja mitme kilomeetri võrra?

7. (10 punkti) Paberilint paksusega on 0,1 mm keritakse silindrikujulisele südamikule, mille raadius on
   5 cm. Leidke paberilindi pikkus (täpsusega 1 m), kui saadava paberirulli läbimõõt on 30 cm.

   Näpunäide. Lähtuge sellest, et küllalt suure täpsusega võib iga rullis oleva paberikihi ristlõike lugeda ringjooneks, kusjuures iga järgmise kihi raadius on 0,01 cm võrra suurem kui eelmisel. Seega on esimeses kihis 10π cm paberilindist, teises kihis 10,02π cm jne.

II osa

Lahendada tuleb 8. ja 9. ülesanne ning veel kas 10. või 11. ülesanne.

8. (15 punkti) On antud sirged $y=-x,\ \ y=4x$ ja $y=x-6$.

1) Arvutage nende sirgete lõikepunktide koordinaadid. 4 punkti
2) Joonestage antud sirged ühes ja samas teljestikus. 3 punkti
3) Leidke antud sirgete lõikepunkte läbiva parabooli $y=ax^2+bx+c$ võrrand. 6 punkti
4) Arvutage eelmises punktis saadud parabooli haripunkti koordinaadid. 2 punkti

9. (15 punkti) Antud on funktsioon $f(x)=\cos^4 x-\sin^4 x$.

1) Lihtsustage funktsiooni avaldist. 3 punkti
2) Arvutage $f(\alpha)$ täpne väärtus, kui $\sin\alpha=-\frac{1}{\sqrt{5}}$. 3 punkti
3) Määrake, kas $f(x)$ on paaris- või paaritu funktsioon. 2 punkti
4) Lahendage võrrand $f(x)=0$ lõigul $[0;2\pi]$. 4 punkti
5) Joonestage ühes ja samas teljestikus funktsioonide $y=\cos x$ ja $y=-\cos 2x$ graafikud lõigul $[0;2\pi]$. 3 punkti

---

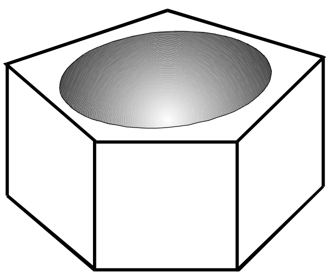
10. (20 punkti) Antud on funktsioonid $f(x)=e^x$ ja $g(x)=\frac{1}{e^x}$.

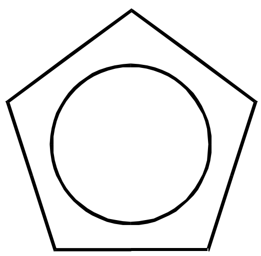
1) Lahendage võrrand $f(x)=10g(x)$. 3 punkti
2) Leidke puutuja võrrand joonele $y=f(x)$ punktis, mille x-koordinaat on 1, ja joonele $y=g(x)$ punktis, mille x-koordinaat on 1. 7 punkti
3) Tõestage, et leitud puutujad on teineteisega risti. 2 punkti
4) Joonestage kolmnurk, mille moodustavad leitud puutujad ja sirge x = 1. Arvutage selle kolmnurga pikima külje pikkus ja pindala. 8 punkti

11. (20 punkti) Kauss on korrapärane viisnurkne prisma, mille õõnsus on poolkera (vt joonist). Sealjuures

a) poolkera suurringi tasand ühtib prisma ülemise põhja tasandiga,
b) poolkera ja prisma sümmeetriatelg ühtivad,
c) poolkera ruumala on pool prisma ruumalast,
d) kausi põhja paksus (kõige õhemas kohas) võrdub külgseina paksusega (kõige õhemas kohas).

1) Avaldage poolkerakujulise õõnsuse ruumala prisma põhiserva pikkuse a kaudu.
2) Milline peaks olema a väärtus täissentimeetrites, et õõnsuse maht oleks vähemalt 1 liiter?





MATEMAATIKA RIIGIEKSAMI ÜLESANDED 01.06.2004.a

I osa

Lahendada tuleb 7 ülesannet.

1. (5 punkti) Lihtsustage avaldis $\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2ab\sqrt{a}}\right)^{-1}+\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2ab\sqrt{b}}\right)^{-1}$ ja arvutage selle väärtus, kui $a=10^{\frac{5}{2}}$ ja $b=10^{-\frac{1}{2}}$.

2. (5 punkti) Ühe silindrikujulise anuma kõrgus 5 dm. Teise sama mahuga silindrikujulise anuma põhja pindala on esimese anuma põhja pindalast 25% võrra suurem. Kui kõrge on teine anum?

3. (15 punkti) On antud funktsioon $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2$.

   1) Leidke funktsiooni tuletis. 2 punkti
   2) Leidke funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud. 5 punkti
   3) Arvutage funktsiooni maksimum- ja miinimumpunkti koordinaadid. 3 punkti
   4) Leidke funktsiooni nullkohad. 3 punkti
   5) Joonestage funktsiooni $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2$ graafik. 2 punkti

4. (5 punkti) Matemaatika riigieksamit kirjutas 7253 õpilast ja nende tulemuste aritmeetiline keskmine oli 51,40 punkti. Üks ajaleht avaldas eksami tulemuste kohta järgmise tabeli:

Punktid	0 - 20	21 - 40	41 - 60	61 - 80	81 - 100
Õpilaste arv	774	1767	1975	1752	985

Arvutage tabeli järgi eksamitulemuse keskmine. Kui palju Teie keskmine erineb antud keskmisest 51,40?

5. (5 punkti) Tõenäosus, et buss saabub peatusse õigeaegselt on 0,90.
Leidke tõenäosus, et viiest bussist vähemalt neli saabuvad peatusse õigeaegselt.

6. (5 punkti) On teada, et kui inflatsioon (üldise hinnataseme aastakasv protsentides) on väiksem
kui 25%, siis aastate arv (N), mille jooksul hinnad kahekordistuvad, on pöördvõrdeline inflatsioonimääraga (R), st N = $\frac{k}{R}$.

   1) Kui inflatsioonimäär on 6%, siis kulub 12 aastat, et hinnad kahekordistuks. Määrake kordaja k.

   2) Inflatsioonimäär on 9%. Mitme aasta pärast nüüd hinnad kahekordistuvad?

7. (10 punkti) Mööda maanteed liiguvad ühes ja samas suunas veoauto ja sõiduauto. Autode vaheline kaugus teatud hetkel on 297 m. Veoauto on eespool ja liigub sel hetkel kiirusega 10 $\frac{m}{s}$ igas järgmises sekundis veoauto kiirus suureneb 0,1 $\frac{m}{s}$ võrra. Sõiduauto kiirus vaadeldaval hetkel on 12 $\frac{m}{s}$ ja igas järgmises sekundis sõiduauto kiirus suureneb 0,2 $\frac{m}{s}$ võrra. Mitme sekundi pärast jõuab sõiduauto veoautole järele?

II osa

Lahendada tuleb ülesanded 8, 9 ning veel kas 10. või 11. ülesanne.

8. (15 punkti) Antud on parabool $y = \frac{1}{6}x^2$ ja ringjoon, mille keskpunkt asetseb koordinaatide alguspunktis ning mis läbib punkti (2; $2\sqrt{3}$).

1) Joonestage antud ringjoon koordinaatteljestikus ja koostage selle ringjoone võrrand.	5 punkti
2) Arvutage ringjoone ja parabooli lõikepunktide koordinaadid.	6 punkti
3) Joonestage ringjoonega samas teljestikus parabool.	1 punkt
4) Arvutage ringjoone ja parabooli lõikepunktide kaugused punktidest, kus ringjoon lõikab y-telge.	3 punkti

9. (15 punkti) Vaatleme lõigul $[-\pi;\pi]$ funktsioone $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ ja $g(x) = \sin 2x$.

1) Lahendage lõigul $[-\pi;\pi]$ võrrand $f(x) = g(x)$.	7 punkti
2) Joonestage ühes ja samas teljestikus funktsioonide $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ ja $g(x) = \sin 2x$ graafikud.	4 punkti
3) Leidke antud funktsioonide graafikute lõikepunktide koordinaadid.	4 punkti

---

10. (20 punkti) Antud on funktsioon $f(x) = \frac{\ln x}{x^3}$.

1) Leidke antud funktsiooni määramispiirkond.	2 punkti
2) Leidke $f(e)$.	2 punkti
3) Leidke funktsiooni positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. .	4 punkti
4) Leidke funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud.	8 punkti
5) Koostage võrrand antud funktsiooni graafiku puutujale punktis, mille abstsiss on e.	4 punkti

11. (20 punkti) Kolmnurkset püramiidi on lõigatud tasandiga, mis jaotab selle kaheks hulktahukaks,
(vt joonist). Leidke, kuidas suhtuvad nende hulktahukate ruumalad, kui on teada, et lõiketasand jaotab püramiidi ühest tipust lähtuvad kolm serva suhtes 1: 2, 1: 2 ja 2 :1, arvestades tipust.