



Põhikooli matemaatika lõpueksami eristuskiri

Eksami eristuskiri on eksamitöö koostamise alusdokument, mis määratleb eksami sihtrühma, nõutava taseme, eksaminandile esitatavad nõuded, eksami sisu, kasutatavad ülesannete ja küsimuste tüübid, eksami vormi ja korralduse. Eristuskirja saab kasutada kõigi asjast huvitatute teavitamiseks eksami sisust, vormist ja seal esitatavatest nõuetest.

Sisukord

1. Eksami eesmärgid ja vorm	2
Eksami eesmärgid.....	2
Eksami vorm	2
2. Eksami sihtrühm ja oodatavad õpitulemused	2
Eksami sihtrühm.....	2
Põhikooli lõpetaja õpitulemused.....	3
Õpitulemused.....	3
Õppesisu ja õpitulemused	4
2. PROTSENT	4
3. Eksami väljatöötamine ja eksamitöö ülesehitus	8
Eksamitöö väljatöötamine	8
Eksamitöö ülesehitus.....	8
4. Eksami korraldamine	9
Eksami korraldus.....	9
Eksami aeg	9
Abivahendid.....	9

Erivajadused	10
Eksamilt kõrvaldamine.....	10
5. Eksami hindamine, korduseksam ja eksamitulemuse vaidlustamine	10
Hindamise korraldus	10
Eksami sooritamine	10
Korduseksam	11
Eksamitulemuse vaidlustamine	11
6. Õppematerjalid.....	12
7. SA Innove koostatud eksamimaterjalid.....	12
8. Ülesannete näiteid	12
Näiteid varasematel eksamitel kasutatud ülesannetest (koos lahenduste ja hindamisjuhendiga).....	13

1. Eksami eesmärgid ja vorm

Alus: haridus- ja teadusministri määrus nr 59 § 7; vastu võetud 17.septembril 2010.

Eksami eesmärgid

Põhikooli lõpueksamiga hinnatakse riiklikus õppekavas või õpilasele koostatud individuaalse õppekavaga määratletud üld- ja valdkonnapädevuste kujunemist, matemaatika õppe- ja kasvatusesmärgide saavutatust ning III kooliastme õpitulemuste omandatust eesmärgiga:

- 1) saada tagasisidet õppimise ja õpetamise tulemuslikkusest;
- 2) suunata eksami sisu ja vormi kaudu õppeprotsessi;
- 3) teha otsus põhikooli lõpetamise kohta.

Eksami vorm

Põhikooli matemaatika lõpueksam on üheosaline kirjalik eksam.

2. Eksami sihtrühm ja oodatavad õpitulemused

Eksami sihtrühm

Alus: haridus- ja teadusministri määrus nr 59 § 8; vastu võetud 17. septembril 2010.

Eksami sihtrühm on põhikoolide lõpetajad, kes on läbinud Põhikooli riikliku õppekava.

Põhikooli lõpetaja õpitulemused

Alus: Vabariigi Valitsuse määrus nr 1; vastu võetud 6. jaanuaril 2011

Põhikooli matemaatikaõpetus annab õppijale valmisoleku mõista ning kirjeldada maailmas valitsevaid loogilisi, kvantitatiivseid ja ruumilisi seoseid. Matemaatikakursuses omandatakse kirjaliku, kalkulaatoril ja peast arvutamise oskus, tutvutakse õpilast ümbritsevate tasandiliste ja ruumiliste kujundite omadustega, õpitakse kirjeldama suurustevahelisi seoseid funktsioonide abil ning omandatakse selleks vajalikud algebra põhioskused. Saadakse esmane ettekujutus õpilast ümbritsevate juhuslike nähtuste maailmast ja selle kirjeldamise võtetest. Matemaatikat õppides tutvuvad õpilased loogiliste arutluste meetoditega. Põhikooli matemaatikas omandatud meetodeid ja keelt saavad õpilased kasutada teistes õppeainetes, eeskätt loodusteaduslikke protsesse uurides ja kirjeldades.

Õpet üles ehitades pööratakse erilist tähelepanu õpitavast arusaamisele ning õpilaste loogilise ja loova mõtlemise arendamisele. Rõhutatakse täpsuse, järjepidevuse ja õpilaste aktiivse mõttetöö olulisust kogu õppeaja vältel. Matemaatilisi probleemülesandeid lahendades saavad õpilased kogeda nn ahaa-efekti kaudu eduelamust ning avastamisrõõmu. Nii seoseid visualiseerides, hüpoteese püstitades kui ka teadmisi kinnistades kasutatakse IKT võimalusi.

Õpitulemused

III kooliastme lõpuks õpilane:

- 1) koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid erinevate eluvaldkondade ülesandele lahendades;
- 2) püstitab hüpoteese, kontrollib neid, üldistab ning arutleb loogiliselt, põhjendab väiteid;
- 3) kasutab matemaatiliste seoste uurimisel arvutit ja muid abivahendeid;
- 4) näeb seoseid erinevate matemaatiliste mõistete vahel ning loob neist süsteemi;
- 5) hindab oma matemaatilisi teadmisi ja oskusi ning arvestab neid edasist tegevust kavandades.

1. ARVUTAMINE JA ANDMED

Õppesisu

Arvutamine ratsionaalarvudega. Arvu 10 astmed (ka negatiivne täisarvuline astendaja). Arvu standardkuju. Naturaalarvulise astendajaga aste. Arvu ruutjuur.

Statistiline kogum ja selle karakteristikud (sagedus, suhteline sagedus, aritmeetiline keskmine). Tõenäosuse mõiste.

Arvutiprogrammide kasutamine nõutavate oskuste harjutamiseks.

Õpitulemused

Õpilane:

- 1) liidab, lahutab, korrutab, jagab ja astendab naturaalarvulise astendajaga ratsionaalarve peast, kirjalikult ja taskuarvutiga ning rakendab tehete järjekorda;
- 2) kirjutab suuri ja väikseid arve standardkujul;
- 3) ümardab arve etteantud täpsuseni;
- 4) selgitab naturaalarvulise astendajaga astendamise tähendust ning kasutab astendamise reegleid;
- 5) selgitab arvu ruutjuure tähendust ja leiab peast või taskuarvutil ruutjuure;
- 6) moodustab reaalse andmete põhjal statistilise kogumi, korrastab seda, moodustab sagedust ja suhteliste sageduste tabeli ning iseloomustab statistilist kogumit aritmeetilise keskmise järgi;
- 7) selgitab tõenäosuse tähendust ja arvutab lihtsamatel juhtudel sündmuse klassikalise tõenäosuse.

2. PROTSENT

Õppesisu

Protsendi mõiste ja osa leidmine tervikust (kordavalt). Promilli mõiste tutvustavalt. Terviku leidmine protsendi järgi. Jagatise väljendamine protsentides. Protsendipunkt. Kasvamise ja kahanemise väljendamine protsentides. Eristab muutust protsentides muutusest protsendipunktides.

Arvutiprogrammide kasutamine nõutavate oskuste harjutamiseks.

Õpitulemused

Õpilane:

- 1) leiab terviku protsentides antud osamäära järgi;
- 2) väljendab murruna antud osa protsentides;
- 3) leiab, mitu protsenti moodustab üks arv teisest;
- 4) määrab suuruse kasvamist ja kahanemist protsentides;
- 5) tõlgendab reaalsuses ja teistes õppeainetes esinevaid protsentides väljendatavaid suurusi, sealhulgas laenudega (ainult lihtintress) seotud kulusi ja ohte;
- 6) arutleb maksude olulisuse üle ühiskonnas.

3. ALGEBRA

Õppesisu

Üksliige ja hulkliige. Tehted üksliikmete ja hulkliikmetega.

Ruutude vahe, summa ruudu ja vahe ruudu valemid.

Võrrandi põhiomadused. Lineaarvõrrand. Lineaarvõrrandisüsteem. Täielik ja mittetäielik ruutvõrrand. Võrdekujuline võrrand. Võrdeline jaotamine. Arvutiprogrammide kasutamine võrrandite ja lineaarvõrrandisüsteemide lahendamisel.

Algebraalne murd. Tehted algebraliste murdudega.

Tekstülesannete lahendamine võrrandite ja võrrandisüsteemide abil.

Õpitulemused

Õpilane:

- 1) korrastab üks- ja hulkliikmeid, liidab, lahutab ning korrutab üks- ja hulkliikmeid ning jagab üksliikmeid ja hulkliiget üksliikmega;
- 2) tegurdab hulkliikmeid (toob sulgude ette, kasutab abivalemeid, tagurdab ruutkolmeliiget);

- 3) taandab ja laiendab algebralist murdu; liidab, lahutab, korrutab ja jagab algebralisi murde;
- 4) lihtsustab kahetehtelisi ratsionaalavaldisi;
- 5) lahendab võrrandi põhiomadusi kasutades lineaar- ja võrdekujulisi võrrandeid;
- 6) lahendab lineaarvõrrandisüsteeme;
- 7) lahendab täielikke ja mittetäielikke ruutvõrrandeid;
- 8) lahendab tekstülesandeid võrrandite ja võrrandisüsteemide abil.

4. FUNKTSIOONID

Õppesisu

Muutuv suurus, funktsioon. Võrdeline ja pöördvõrdeline sõltuvus. Praktiline töö: võrdelise ja pöördvõrdelise seose määramine (nt liikumisel teepikkus, ajavahemik, kiirus).

Lineaarfunktsioon. Ruutfunktsioon.

Õpitulemused

Õpilane:

- 1) selgitab võrdelise sõltuvuse tähendust eluliste näidete põhjal;
- 2) joonestab valemi järgi funktsiooni graafiku (nii käsitsi kui arvutiprogrammiga) ning loeb graafikult funktsiooni ja argumendi väärtusi;
- 3) selgitab (arvutiga tehtud dünaamilisi jooniseid kasutades) funktsiooni graafiku asendi ja kuju sõltuvust funktsiooni avaldises olevatest kordajatest (ruutfunktsiooni korral ainult ruutliikme kordajast ja vabaliikmest);
- 4) selgitab nullkohtade tähendust ning leiab nullkohad graafikult ja valemist;
- 5) loeb jooniselt parabooli haripunkti ja arvutab parabooli haripunkti koordinaadid.

5. GEOMEETRIA

Õppesisu

Definitsioon, teoreem, eeldus, väide, tõestus. Hulknurgad (kolmnurk, rööpkülik, trapets, korrapärane hulknurk), nende ümbermõõt ja pindala. Ring ja ringjoon. Kesknurk. Piirdenurk, Thalese teoreem. Ringjoone puutuja. Kolmnurga ning korrapärase hulknurga sise- ja ümberringjoon. Sirgete paralleelsuse tunnused. Kolmnurga ja trapetsi kesklõik. Kolmnurga mediaan ja raskuskese. Kolmnurkade sarnasuse tunnused. Hulknurkade sarnasus.

Maa-alade plaanistamine. Pythagorase teoreem. Teravnurga trigonomeetrilised funktsioonid. Ruumilised kujundid (püströöptahukas, püstprisma, püramiid, silinder, koonus, kera), nende pindala ja ruumala.

Õpitulemused

Õpilane:

- 1) joonestab ning konstrueerib (käsitsi ja arvutiga) tasandilisi kujundeid etteantud elementide järgi;
- 2) arvutab kujundite joonelemendid, ümbermõõdu, pindala ja ruumala;
- 3) teab kujundeid, kolmnurga ja trapetsi kesklõiku, kolmnurga mediaani, kolmnurga ümber- ja siseringjoont ning kesk- ja piirdenurka;
- 4) kirjeldab kujundite omadusi ning klassifitseerib kujundeid ühiste omaduste põhjal;
- 5) eristab teoreemi, eeldust, väidet ja tõestust, selgitab mõne teoreemi tõestuskäiku;
- 6) lahendab geomeetrilise sisuga probleemülesandeid;
- 7) leiab täisnurkse kolmnurga joonelemendid;
- 8) kasutab kolmnurkade ja hulknurkade sarnasust probleemülesandeid lahendades;
- 9) kasutab infotehnoloogilisi vahendeid seaduspärasusi avastades ja hüpoteese püstitades.

3. Eksami väljatöötamine ja eksamitöö ülesehitus

Eksamitöö väljatöötamine

Eksamiks vajalikud materjalid töötab välja SA Innove juures töötav matemaatika lõpueksamit ettevalmistav komisjon. Komisjon eeltestib kõiki eksamitöö ülesandeid, koostab neist eksamitöö ning töötab välja hindamisjuhendi.

Eksamitöö ülesehitus

Küsimused ja ülesanded hõlmavad järgmisi tasandeid:

- 1) teadmised (mõisted, faktid, seaduspärasuste tundmine);
- 2) mõistmine/arusaamine (kirjeldamine, selgitamine, ümbersõnastamine);
- 3) teadmiste rakendamine (kasutamine uues situatsioonis, prognoosimine);
- 4) analüüs ja süntees (seoste näitamine, võrdlemine, rühmitamine, eristamine, faktide ja seaduspärasuste ühendamine);
- 5) hinnangu andmine (järeltuste, otsustuste tegemine).

Eksamitöö sisaldab erineva raskusastmega ülesandeid, st eksamitöö mahust ca 20% moodustavad äratundmis- ja mõistmistasandi, ca 30% rakendamistasandi ja ca 50% analüüsi- ja sünteesitasandi ülesanded.

Kõikide õppekavas esitatud üld- ja valdkonnapädevuste kujunemist, õppeaine õppeeesmärkide saavutatust ning kooliastme õpitulemuste omandatust ei hinnata igal aastal ning kõikide õpitulemuste omandatust ei võimalda eksami vorm ka kontrollida.

VALDKOND/ teema	Osakaal
I Arvutamine ja andmed	ca 25%
II Protsent	ca 10%
III Algebra	ca 30%
IV Funktsioonid	ca 10%
V Geomeetria	ca 25%
KOKKU	100%

- Eksam on kirjalik.
- Eksamitöö on üheosaline.
- Ülesanded on esitatud vihikuna, kus on ülesannete tekstid ja iga ülesande juures vaba ruum lahenduste vormistamiseks.
- Eksamitöös on 5 (viis) n-ö „kohustuslikku“ ülesannet (a´8 punkti) ja 2 (kaks) valikülesannet (a´10 punkti), mille hulgast õpilane valib ühe. Eksamitöö korrektse lahendamise eest on kokku võimalik saada 50 punkti.
- Eksamitöö koostatakse ühes variandis.

4. Eksami korraldamine

Alus: haridus- ja teadusministri määrus nr 59; vastu võetud 17. septembril 2010.

Eksami korraldus

Eksami korraldab kooli eksamikomisjon SA-s Innove välja töötatud eksami korraldusjuhendi põhjal. Eksamikomisjon on vähemalt kolmeliikmeline. Kui põhikooli lõpueksamit sooritab korraga enam kui 60 õpilast on lõpueksamikomisjonis vähemalt üks liige iga 20 eksaminandi kohta.

Eksami aeg

- Eksami toimumise kuupäeva kinnitab Haridus- ja teadusminister vastava määrusega.
- Eksami ametlik algus on kell 10.00.
- Eksam kestab 180 minutit.
- Eksami aega hakatakse arvestama hetkest, kui kõik õpilased on saanud kätte eksamitöö ning eksamikomisjoni esimees annab märku töö alustamiseks.
- Eksamiks ette nähtud aega ei tohi ületada.
- Eksamil ei ole vaheaegu.
- Õpilane saab kätte kogu eksamitöö ning planeerib ise ülesannete lahendamise aja ning järjekorra.

Abivahendid

- Õpilane kasutab eksamil isiklikke kirjutus- ja joonestusvahendeid ning taskuarvutit.

- Eksamitöö kirjutatakse sinise või musta pasta- või tindipliiatsiga. Harilikku pliiatsit ja värvipliiatseid võib kasutada vaid jooniste tegemisel. Korrektuurlindi või -vedeliku kasutamine ei ole lubatud.
- Õpikuid, käsiraamatuid, valemeid jm matemaatilise sisuga materjale eksamil kasutada ei tohi.
- Eksamil on mobiiltelefoni jm tehniliste vahendite kasutamine (mistahes eesmärgil) keelatud.

Erivajadused

Juhul, kui õpilase erivajadusest tulenevalt on eksamineerimiseks vaja kohaldada Haridus- ja teadusministri määruses nr 59 § 16 lõigetes 1¹– 1³ sätestatud eritingimusi, kooskõlastab kool vajalikud eritingimused SA-ga Innove.

Vt lisaks SA Innove kodulehelt: <http://www.innove.ee/et/yldharidus/pohikooli-lopueksamid/koolidele-lopueksamitest/LE-eritingimustel-eksamineerimine>

Eksamilt kõrvaldamine

Õpilane, kes kasutab eksamil ebaausaid võtteid või lubamatuid abivahendeid, kõrvaldatakse eksamilt ning tema eksamitööd ei hinnata. Hindamisprotokolli tehakse vastavasisuline märge.

5. Eksami hindamine, korduseksam ja eksamitulemuse vaidlustamine

Alus: haridus- ja teadusministri määrus nr 59 § 17; vastu võetud 17. septembril 2010.

Hindamise korraldus

Eksamit hindab kooli eksamikomisjon SA-s Innove välja töötatud hindamisjuhendi alusel.

Eksamikomisjoni otsus muuta hindamisjuhendit kantakse **koos põhjendustega** hindamisprotokolli.

Kui kooli eksamitööd hindab rohkem kui üks õpetaja, peaks eksamikomisjoni tööjaotus põhinema ülesandeti hindamisel. Sellega väheneb hindamise subjektiivsus ning kooli piires on eksamitulemused võrreldavad.

Eksami tulemused protokollitakse vastava vormi kohaselt.

Eksami sooritamine

Alus: põhikooli riiklik õppekava § 21 lg 3; vastu võetud 6. jaanuaril 2011.

Õpilane on eksami sooritanud, kui ta on kogunud kõigi ülesannete peale kokku vähemalt 50% punktidest. Lõpueksami hinde saab õpilane viiepallisüsteemis.

Matemaatika lõpueksami hindamiskriteeriumid on järgmised:

45–50 punkti (90–100%) hinne „5”;

38–44 punkti (75–89%) hinne „4”;

25–37 punkti (50–74%) hinne „3”;

10–24 punkti (20–49%) hinne „2”;

0–9 punkti (0–19%) hinne „1”.

Korduseksam

Põhikoolilõpetaja, kes on eksami päeval haige või ei saa sellel osaleda muul kooli direktori poolt mõjuvaks loetud põhjusel (nt osalemine rahvusvahelistel võistlustel, konkurssidel ja olümpiaadidel vms) või kelle ühtse põhikooli lõpueksami või koolieksami hinne oli „nõrk” või „puudulik”, sooritab korduseksami koolieksamina. Korduseksam sooritatakse kooli direktori poolt määratud ajal, aga hiljemalt jooksva õppeaasta 30. juuniks. Õpilase taotlusel võib eksam toimuda ka pärast 30. juunit, aga hiljemalt jooksva õppeaasta 25. augustiks.

Eksamitulemuse vaidlustamine

Alus: põhikooli- ja gümnaasiumiseadus § 33; vastu võetud 9. juunil 2010.

Eksamitulemuse vaidlustamiseks tuleb esitada vaie Haridus- ja Teadusministeeriumile. Vaie tuleb esitada 5(viie) tööpäeva jooksul kooli lõputunnistuse kättesaadavaks tegemise päevast arvates. Esitatud vaiete läbivaatamiseks moodustab haridus- ja teadusminister vaidekomisjoni.

6. Õppematerjalid

Eksamiks valmistumisel on soovitatav kasutada õppematerjale, mis on kantud Eesti Hariduse Infosüsteemi (<https://enda.ehis.ee/avalik/avalik/opikud/OpikudOtsi.faces>).

Lisaks tõhusale õppetööle koolis peavad õpilased ka iseseisvalt ülesandeid lahendama. Ülesandeid leiab õpikutest ja vastavasisulistest ülesannetekogudest (nt A. Kauge „Matemaatika ülesanded põhikooli kursuse kordamiseks“, Avita; E. Nurk, V. Paat, A. Telmaa „Matemaatika kordamisülesanded põhikoolile“, Koolibri jt).

Ülesannete lahendamisel tuleb harjutada lahendustele lühikeste selgituste ja põhjenduste lisamist. Hoolega tuleb uurida ja analüüsida kontrolltöodes ning koduste ülesannete lahendustes tehtud vigu, välja selgitada nende tekkimise põhjused ja püüda neid edaspidi vältida.

Tähelepanu tuleks pöörata ka lahenduse vormistamisele. Kui taskuarvutil on klahvid, mis võimaldavad arvutada ilma valemide kasutamata, siis vajalikud valemid ja arvutustehted tuleb eksamitöösse ikkagi kirjutada.

7. SA Innove koostatud eksamimaterjalid

<http://innove.ee/et/yldharidus/pohikooli-lopueksamid>

8. Ülesannete näiteid

Ülesannete tüübid

- **Valik (selektiivse) vastusega ülesannete** puhul ei pea õppija ise midagi kirjutama, vaid valib etteantud variantide hulgast sobiva vastuse. Selle rühma kõige tuntumaks ja enamkasutatavaks ülesandetüübiks on valikvastustega küsimused, kus tuleb tavaliselt 3-5 vastusevariandi hulgast leida üks õige. Aga siia rühma kuuluvad ka õige/vale/vastus puudub-, sobitamis-, järjestamis- ja sorteerimisülesanded.

- **Omavastusega (produktiivse) vastusega ülesanded** võivad olla väga erinevad, sest siia rühma kuuluvad nii sellised ülesanded, kus õppija peab kirjutama ühe või paar sõna (nt lühivastusega ülesanne, lünkülesanne, lausete lõpetamine, skeemide või tabelite täiendamine, tekstide või piltide pealkirjastamine), lahendama matemaatikaülesande ja kirjutama pikema teksti kui ka suulised ettekanded.

Näiteid varasematel eksamitel kasutatud ülesannetest (koos lahenduste ja hindamisjuhendiga)

NB! Näitena kasutatud ülesannete hulgas on ülesandeid, mis vastavad oma sisult 2002. aastal vastu võetud õppekava nõudmistele

2009 (7 punkti) Uuringufirma küsitles 720 õpilast, et teada saada, kuidas nad on rahul koolitoiduga. Firmale vastas 85% küsitletud õpilastest, kellest $\frac{2}{3}$ olid koolitoiduga rahul. Koolitoiduga rahulolematute hulgast soovis 75% menüüsse paremat salatite valikut ja ülejäänud soovisid rohkem mahu.

1) Mitu õpilast vastas küsitlusele?

2) Mitu õpilast jättis küsitlusele vastamata?

3) Mitu küsitlusele vastanud õpilast ei olnud koolitoiduga rahul?

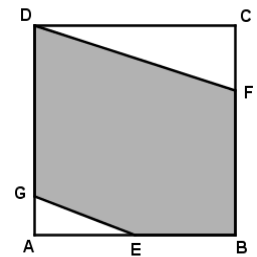
4) Mitu õpilast soovis rohkem mahu?

Lisa oma lahendusele sõnalisi selgitusi!

Lahendus	Hindamine
1) 85% 720st: $0,85 \cdot 720 = 612$ õpilast	1 punkt
2) $720 - 612 = 108$ õpilast (või $0,15 \cdot 720 = 108$ õpilast)	1 punkt
3) $\frac{1}{3} \cdot 204 = 68$ õpilast	2 punkti
4) $0,25 \cdot 204 = 51$ õpilast	2 punkti
	1 punkt sõnaliste selgituste eest

2009 (7 punkti) On antud ruut $ABCD$ (vt joonist), mille külje pikkus on 24 cm.

Arvuta ruudu $ABCD$ sisse joonestatud viisnurga $EBFDG$ ümbermõõt, kui $CF = 7$ cm, $DG = 19$ cm ja $AE = 12$ cm.



Lahendus	Hindamine
Külg $EB = 0,5 \cdot AB$; $EB = 12$ (cm)	Külje BE pikkuse arvutamine 1 punkt
Külg $BF = BC - CF$; $BF = 24 - 7 = 17$ (cm)	Külje BF pikkuse arvutamine 1 punkt
Külg $FD = \sqrt{DC^2 + CF^2}$; $FD = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$ (cm)	Pythagorase teoreemi teadmine 1 punkt
Külg $GE = \sqrt{AE^2 + AG^2}$, kus $AG = AD - DG$	Pythagorase teoreemi rakendamine külje FD pikkuse arvutamisel 1 punkt
$AG = 24 - 19 = 5$ (cm) ; $GE = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ (cm)	Külje AG pikkuse arvutamine 1 punkt
Viisnurga $EBFDG$ ümbermõõt:	Külje GE pikkuse arvutamine 1 punkt
$P = 12 + 17 + 25 + 19 + 13 = 86$ (cm)	Viisnurga $EBFDG$ ümbermõõdu arvutamine 1 punkt

2010 (8 punkti) Lahenda võrrand $10x - 2x^2 = 5(5 - x^2)$ ja kontrolli lahendite õigsust.

Lahendus	Hindamine
$10x - 2x^2 = 5(5 - x^2)$ $10x - 2x^2 = 25 - 5x^2$ $3x^2 + 10x - 25 = 0$ $x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-25)}}{2 \cdot 3} = \frac{-10 \pm 20}{6} \Rightarrow$ $\Rightarrow x_1 = 1\frac{2}{3}; \quad x_2 = -5$ Kontroll. $x_1 = 1\frac{2}{3}; \quad \text{vp} = 10 \cdot 1\frac{2}{3} - 2 \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^2 = 11\frac{1}{9}$ $\text{pp} = 5 \cdot \left(5 - \left(1\frac{2}{3}\right)^2\right) = 11\frac{1}{9}$ $\text{vp} = \text{pp}$ $x_2 = -5; \quad \text{vp} = 10 \cdot (-5) - 2 \cdot (-5)^2 = -100$ $\text{pp} = 5 \cdot (5 - (-5)^2) = -100$ $\text{vp} = \text{pp}$ Vastus. $x_1 = 1\frac{2}{3}; \quad x_2 = -5$	Lihtsustamine (üldkujule viimine) 2 punkti Ruutvõrrandi ahendivalemi teadmine (ei pea olema kirjutatud) 1 punkt Ruutvõrrandi lahendamine 2 punkti Lahendite õigsuse kontrollimine 2 punkti Korrektne vastus (nt all joonitud) 1 punkt

2010 (10 punkti) Linnade A ja B vaheline kaugus mööda peateed on 75 km ja mööda kõrvalteid

81 km. Linnast A väljusid samaaegselt buss ja veoauto. Buss sõitis mööda peateed ja läbis tunnis 5 km rohkem kui veoauto, mis sõitis mööda kõrvalteid. Buss jõudis linna B 18 minutit veoautost varem. Leia veoauto kiirus.

Lahendus	Hindamine
Veoauto kiirus x km/h, siis bussi kiirus on $(x + 5)$ km/h. Veoauto sõiduaeg: $t_1 = \frac{81}{x}$ (h) ja bussi sõiduaeg: $t_2 = \frac{75}{x+5}$ (h). Ühikute teisendamine: $18 \text{ min} = \frac{3}{10} \text{ h}$ Võrrandi koostamine: $\frac{81}{x} = \frac{75}{x+5} + \frac{3}{10}$ $\begin{cases} -x^2 + 15x + 1350 = 0 \\ 10x(x+5) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow$ $x_1 = 45 \text{ (km/h)}; \quad x_2 = -30 \text{ (vl)}$ Kontroll. Kui veoauto kiirus oli 45 km/h, siis bussi kiirus oli 50 km/h. Veoauto sõiduaeg oli $\frac{81}{45} = 1,8$ (h) ja bussi sõiduaeg $\frac{75}{50} = 1,5$ (h). Aegade vahe: $1,8 - 1,5 = 0,3$ (h) ehk 18 min. Vastus. Veoauto kiirus oli 45 km/h.	Võrrandi koostamine 2 punkti Ühikute teisendamine 1 punkt Võrrandi koostamine ja lahendamine 3 punkti Võõrlahend 1 punkt Sisuline kontroll 2 punkti Vastus 1 punkt

2011 (8 punkti) Lihtsusta avaldis $\frac{1}{a+3} + \frac{4a-12}{a-1} \cdot \frac{1}{a^2-9}$ ja arvuta kirjalikult avaldise täpne väärtus, kui $a = \sqrt{1\frac{9}{16}}$.

Lahendus	Hindamine
$\frac{1}{a+3} + \frac{4a-12}{a-1} \cdot \frac{1}{a^2-9} = \frac{1}{a+3} + \frac{4(a-3)}{(a-1)(a+3)(a-3)} =$ $= \frac{a-1+4}{(a-1)(a+3)} = \frac{1}{a-1}.$ Avaldise väärtus, kui $a = \sqrt{1\frac{9}{16}}$: $a = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} = 1,25; \quad \frac{1}{1,25-1} = 4.$	Õige tehete järjekord 1 punkt Tegurdamine murru lugejas 1 punkt Valemi $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ rakendamine 1 punkt Taandamine 1 punkt Ühise nimetaja leidmine ja murru laiendamine 1 punkt Lihtsustatud avaldis 1 punkt a väärtuse arvutamine 1 punkt Avaldise täpse väärtuse arvutamine 1 punkt

2012 (8 punkti)

Tabelist leiad statistikaameti andmed Eesti maakondade kohta aastal 2010 (allikas: <http://www.stat.ee/>).

Maakond	Pindala km ²	Rahvaarv	Loomulik iive	Töötuse määr %	Keskmine brutopalk €
Harjumaa	4333	528468	1948	16,2	886,20
Hiiumaa	1023	10000	-32	11,5	629,15
Ida-Virumaa	3364	167542	-1119	25,8	660,21
Jõgevamaa	2604	36550	-122	19,8	618,03
Järvamaa	2460	35963	-97	17,1	625,57
Läänemaa	2383	27283	-84	22,3	655,35
Lääne- Virumaa	3628	66861	-136	12,4	648,13
Põlvamaa	2165	30778	-111	15,8	624,99
Pärnumaa	4807	88327	-101	14,2	693,82
Raplamaa	2980	36652	32	19,8	596,04
Saaremaa	2922	34577	-69	9,3	646,79
Tartumaa	2993	150535	461	15,8	771,73
Valgamaa	2044	33889	-159	13,3	594,06
Viljandimaa	3422	55275	-174	11,3	637,77
Võrumaa	2305	37494	-200	14,8	627,87
KOGU EESTI	45228	1340194	35	16,9	792,31

Vasta tabeli abil järgmistele küsimustele.

1. Mitmes maakonnas oli loomulik iive positiivne? **3 maakonnas**
2. Mis maakonnas oli töötuse määr kõige madalam? **Saaremaal**
3. Mis maakonnas oli keskmine brutopalk kõige lähemal Eesti keskmisele brutopalgale? **Tartumaal**

Täida lüngad.

Mina elan **Harjumaal**. Selles maakonnas elas 2010. aastal **ligikaudu 39** protsenti kogu Eesti elanikkonnast ja 1 ruutkilomeetril elas keskmiselt **122** elanikku. Selle maakonna elanike keskmine brutopalk oli 2010. aastal ligikaudu 12 protsendi võrra **kõrgem/madalam** (jooni alla õige) Eesti keskmisest brutopalgast.

Lahendus	Hindamine
1.–3. Tabeli abil vastuste leidmine NB! Näiteks on valitud Harjumaal elava õpilase lahendused/vastused. Harjumaal elas 528468 elanikku ja see moodustab kogu Eesti elanikkonnast: $\frac{528468}{1340194} \cdot 100\% \approx 39\%.$ Harjumaa pindala oli 4333 km²; 1 km² elas keskmiselt: 528468 : 4333 ≈ 122 inimest. Harjumaal oli keskmine brutopalk 886,20 €, Eesti keskmine brutopalk oli 792,31 €, st Harjumaal oli brutopalk $\frac{93,89 \cdot 100\%}{792,31} \approx 12\%$ võrra kõrgem Eesti keskmisest brutopalgast.	Õige vastus (a ' 1 punkt) 3 punkti Elanikonna suurus protsentides 1 punkt Elanikonna tiheduse arvutamine 1 punkt Brutopalkade vahe arvutamine 2 punkti Õige valik (kõrgem/madalam) 1 punkt

2013 (8 punkti) Lahenda võrrandisüsteem ja kontrolli kirjalikult lahendi õigsust

$$\begin{cases} 2(x - 0,5y) - y = 6 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

Lahendus	Hindamine
$\begin{cases} 2x - y - y = 6 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ Kontroll. I võrrand vp = $2(2 - 0,5 \cdot (-1)) + 1 = 6$ vp = pp II võrrand vp = $3 \cdot 2 - 1 = 5$ vp = pp Vastus. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$	I võrrandi viimine üldkujule 2 punkti Lahendusvõtte valimine 1 punkt Võrrandisüsteemi lahendamine 2 punkti Kontroll algvõrranditega 2 punkti Korrektne vastus 1 punkt

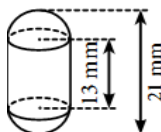
2013 (8punkti) Õunakoogi valmistamiseks on vaja 320 g jahu, 0,2 kg suhkrut, 180 g võid, 4 muna ja 8 õuna.

1. Kui palju kaalub õunakoogi taigen (koos õuntega), kui üks muna kaalub 30 g ja üks õun kaalub 100 g?
2. Taigen kaotab küpsetamisel oma kaalust $\frac{1}{9}$. Kui palju kaalub nimetatud ainetest valmistatud kook pärast küpsetamist?
3. Jürile tulevad sõbrad külla, aga valmistatud koogist ei jätku kõigile. Kui palju vajab Jüri uue koogi valmistamiseks jahu, suhkrut, võid ja õunu, kui tal on kasutada 5 muna?

Lahendus	Hindamine
1. $320 + 200 + 180 + 4 \cdot 300 + 8 \cdot 100 = 1620$ (g) 2. Küpsetamisel kaotab taigen $\frac{1}{9}$ kaalust $\Rightarrow \frac{8}{9}$ jääb alles: $\frac{8}{9} \cdot 1620 = 1440$ (g) 3. Kõikide ainete koguseid tuleb suurendada veerandi võrra: jahu: $1,25 \cdot 320 = 400$ (g) suhkur: $1,25 \cdot 200 = 250$ (g) või: $1,25 \cdot 180 = 225$ (g) õunad: $1,25 \cdot 8 = 10$ (tk)	Ühikute teisendamine 1 punkt Taigna kaalu arvutamine 1 punkt Koogi kaalu arvutamine 2 punkti Uute koguste arvutamine (a' 1 punkt) 4 punkti

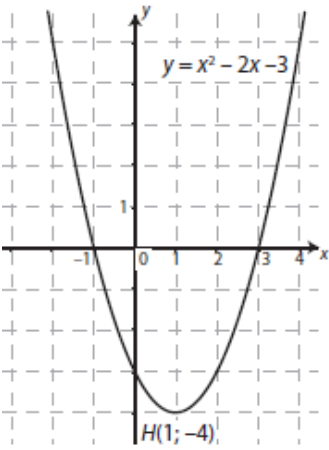
2013 (10 punkti) Vitamiinide seguga täidetud kapsleid kasutatakse toidulisandina. Kapslid on silindrid, millel on poolkerakujulised otsad (vt joonist).

1. Mitu milliliitrit (ml) segu mahub ühte kapslisse, kui $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$? Vastus ümarda sajandikeni.
2. Toidulisandit müüakse apteegis kas vedelikuna 240 ml pudelites (6,30 € pudel) või kapslitena, mis on pakitud 50 kaupa purkidesse (9,50 € purk). Toidulisandi soovitatav päevane annus on kas 8 ml vedelikku või 1 kapsel. Kumma toote päevane annus on tarbijale soodsam? Põhjenda oma vastust.

Lahendus	Hindamine									
 $R = \frac{21-13}{2} = 4 \text{ (cm)}$$V_{\text{kapsli}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3 + \pi \cdot 4^2 \cdot 13 = \frac{880}{3} \cdot \pi \text{ (mm}^3\text{)} \approx 0,92\text{(ml)}$ <table><tr><td></td><td>Kogus</td><td>Hind</td></tr><tr><td>Vedelik</td><td>240 ml</td><td>6,30 €</td></tr><tr><td>Kapslid</td><td>50 tk</td><td>9,50 €</td></tr></table> Päevane annus: 8 ml = 1 kapsel (1)240 ml pudelist jaguks $\frac{240}{8} = 30$ päevaks, ühe päeva maksumus 6,30 : 30 = 0,21€ . (2)1 purgist jagub 50 päevaks ja ühe päeva maksumus 9,50 : 50 = 0,19€ . Vastus. Kapslid on tarbijale soodsam valik.		Kogus	Hind	Vedelik	240 ml	6,30 €	Kapslid	50 tk	9,50 €	Silindri ruumala ja kera (või kahe poolkera) ruumala valemi teadmine ja rakendamine 2 punkti Silindri/poolkera raadiuse arvutamine 2 punkti Kapsli ruumala arvutamine 1 punkt Ühikute teisendamine ja ümardamine 1 punkt Päevaste annuste maksumuse arvutamine 3 punkti Vastus 1 punkt
	Kogus	Hind								
Vedelik	240 ml	6,30 €								
Kapslid	50 tk	9,50 €								

2014 (8 punkti) On antud funktsioon $y = x^2 - 2x - 3$.

1. Arvuta selle funktsiooni nullkohad.
2. Arvuta selle funktsiooni graafiku haripunkti koordinaadid.
3. Leia selle funktsiooni graafiku ja y -telje lõikepunkti koordinaadid.
4. Joonesta selle funktsiooni graafik, kui x väärtused muutuvad -2st 4ni.

Lahendus	Hindamine
1. $X_0 : y = 0$ $x^2 - 2x - 3 = 0$ $x_1 = -1; x_2 = 3$ $X_0 = \{-1; 3\}$ 2. $x_h = -\frac{b}{2a} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $x_h = -1; y_h = -4 \Rightarrow H(1; -4)$ 3. $L(0; -3)$ 4. 	Õpilane teab, et nullkohtade leidmiseks tuleb lahendada võrrand $y = 0$ 1 punkt Ruutvõrrandi lahendamine 1 punkt Õpilane teab, mis on ruutfunktsiooni graafiku haripunkt ja oskab leida selle koordinaadid 2 punkti Funktsiooni graafiku ja y-telje lõikepunkti koordinaatide leidmine (kas graafikult või funktsiooni avaldisest) 1 punkt Funktsiooni graafiku joonestamine 3 punkti