

Matemaatika

I osa

Ülesanne 1. (10 punkti)

1. Kuivatamata teravilja niiskusesisaldus on 23%, kuivatatud teraviljal aga 15%. Kui palju kuivatatud teravilja saab 20 tonnist kuivatamata teraviljast? Vastus andke 10 kg täpsusega.
2. Viievilja helbesegus on hirssi, otra, kaera, rukist ja tatart, mille kogused suhtuvad nagu $6 : 5 : 4 : 3 : 2$. Kui palju on 400 g helbesegus rukist ja mitu protsenti moodustab helbesegust oder?

Ülesanne 2. (10 punkti)

Lahendage võrratustesüsteem

$$\begin{cases} 2x^2 < (x-1)(1+x) + 2 \\ \frac{x-1}{2-x} + \frac{1}{2} \geq 0 \end{cases}$$

Ülesanne 3. (10 punkti)

On antud funktsioon $f(x) = x^4 - 9x^2$.

1. Leidke funktsiooni $f(x)$ nullkohad.
2. Kas funktsioon $f(x)$ on paaris- või paaritu funktsioon? Põhjendage.
3. Leidke funktsioon $f(x)$ maksimumpunkti koordinaadid.
4. Leidke funktsioon $f(x)$ graafiku puutuja tõus kohal $x_0 = 3$.

Ülesanne 4. (10 punkti)

Urnis on 10 ühesugust kuuli, millest 3 on sinist, 5 musta ja 2 valget värvi. Urnist võetakse korraga 3 juhuslikku kuuli. Leidke tõenäosus, et urnist võetud kuulidest

- 1) kõik 3 on musta värvi;
- 2) kõik 3 on erinevat värvi;
- 3) vähemalt 1 on valget värvi.

Ülesanne 5. (10 punkti)

Kolmnurkse püstprisma põhjaks on kolmnurk, mille kaks külge on 6,7 cm ja 9,4 cm ning nendevaheline nurk on 34° . Nurk prisma väikseima pindalaga külgtahu diagonaali ja põhitahu vahel on 45° . Tehke selgitav joonis ja arvutage selle prisma täispindala.

II osa

Ülesanne 6. (15 punkti)

Sirge s on määratud punktiga $A(0; 0)$ ja sihivektoriga $\vec{s} = (-1; 2)$. Sirge t läbib punkti $B(4; 2)$ ja on risti sirgega s .

1. Koostage sirgete s ja t võrrandid.
2. Märkige koordinaatteljestikku punktid A ja B ning joonestage sirged s ja t .
3. Sirgel s asub punkt C nii, et kolmnurga ABC pindala on 15. Leidke arvutamise teel punkti C koordinaadid, kui punkt C asub koordinaatteljestiku IV veerandis.
4. Koostage ringjoone, mille diameeter on AB , võrrand.

Ülesanne 7. (15 punkti)

On antud funktsioon $f(x) = 2^x$.

1. Leidke funktsiooni $f(x)$ pöördfunktsioon.
2. Joonistage ühes koordinaatteljestikus funktsiooni $f(x)$ ja tema pöördfunktsiooni graafikud.
3. Arvutage avaldise $f(2 + \log_{0,5} 0,2)$ täpne väärtus.
4. Näidake, et $\frac{f(x) - 10}{f(x + 1)} = 0,5 - 5 \cdot 2^{-x}$.
5. Lahendage võrrand $8 \cdot f(x) - (4^{-x})^{-0,5} = 3,5$.

Ülesanne 8. (20 punkti)

1. Arvutage avaldise $\sin^2 \alpha + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ täpne väärtus, kui $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.
2. Leidke funktsiooni $f(x) = x - 2 \sin x + 4$ suurim ja vähim väärtus lõigul $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
3. Leidke parameetri a väärtused nii, et võrrandil $-4 \sin^2 x = (a^2 + 9a + 4) \cdot \sin x$ oleks lõigul $[0; 2\pi]$ täpselt neli erinevat lahendit.

Ülesanne 9. (20 punkti)

Vördhaarne teravnurkne kolmnurk haaraga b ja tipunurgaga β pöörleb ümber ühe haara.

1. Avaldage tekkinud pöördkeha täispindala ning ruumala haara b ja tipunurga β kaudu.
2. Arvutage tekkinud pöördkeha täispindala ja ruumala, kui

$$b = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} + \frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} - 2} + \frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} + 2} - 81^{0,75} \text{ ja } \beta = 30^\circ.$$