

Kitsa ja laia matemaatika riigieksami eristuskiri

Matemaatika riigieksami eristuskiri on eksamitöö koostamise alusdokument, mis määratleb eksami sihtrühma, nõutava taseme, eksaminandile esitatavad nõuded, eksami sisu, kasutatavad ülesannete ja küsimuste tüübid, eksami vormi ja korralduse. Eristuskirja saab kasutada kõigi asjast huvitatute teavitamiseks eksami sisust, vormist ja seal esitatavatest nõuetest.

Sisukord

1. Matemaatika riigieksami eesmärgid ja vorm	3
Riigieksamite eesmärgid	3
Matemaatika riigieksami vorm.....	3
2. Matemaatika riigieksam ja selle sihtrühm	3
Matemaatika riigieksam	3
Matemaatika riigieksami sihtrühm	3
3. Matemaatikapädevus, ainevaldkonna kohustuslikud kursused, lõiming teiste ainevaldkondadega, läbivad teemad ja mõtlemistasandid	4
Matemaatikapädevus.....	4
Ainevaldkonna õppeained ja maht.....	5
Ainevaldkonna kirjeldus	6
Üldpädevuste kujundamine võimalusi	6
Matemaatika lõimingu võimalusi teiste ainevaldkondadega	7
Läbivate teemade rakendamise võimalusi	7
Tunnetuslikud protsessid (mõtlemistasandid)	8

4. Õppesisu ja oodatavad õpitulemused	8
4.1. Kitsas matemaatika	8
4.2. Lai matemaatika	15
5. Eksami väljatöötamine ja eksamitöö ülesehitus	24
Eksamitööde väljatöötamine	24
Eksamitöö ülesehitus.....	24
6. Eksami korraldamine	25
Eksamile registreerimine.....	25
Eksami korraldus.....	25
Eksami aeg	25
Abivahendid.....	25
Erivajadused	26
Eksamilt kõrvaldamine.....	26
7. Eksamitööde hindamine, korduseksam ja eksamitulemuse vaidlustamine.....	26
Eksamitööde hindamine	26
Eksami sooritamine	27
Korduseksam	27
Eksamitulemuse vaidlustamine	27
8. Õppematerjalid.....	27
9. SA Innove koostatud eksamimaterjalid.....	27
10. Ülesannete näiteid	28
Näiteid katsetöodes ja 2014. aasta eksamitöodes kasutatud ülesannetest (koos lahenduste ja hindamisjuhendiga)	28

1. Matemaatika riigieksami eesmärgid ja vorm

Alus: haridus- ja teadusministri määrus nr 59 § 23; 24; vastu võetud 17.septembril 2010.

Riigieksamite eesmärgid

Gümnaasiumi lõpetamiseks sooritatakse lõpueksamid. Gümnaasiumi lõpueksamid on riigieksamid ja gümnaasiumi koolieksam.

Gümnaasiumi lõpueksamite eesmärgid on:

- 1) tagada eksamitulemuste üleriigiline võrreldavus, et õpilasel, lapsevanemal, koolil ja kooli pidajal saada võimalikult objektiivne ettekujutus õpitulemuste saavutatusest;
- 2) koolil, kooli pidajal, Haridus- ja Teadusministeeriumil, õpilastel, lastevanematel saada tagasisidet õppimise ning õpetamise tulemuslikkusest koolis;
- 3) saada ülevaade riiklikus õppekavas sätestatud õpitulemuste saavutatusest eksamiainetes hariduspoliitiliste otsuste tegemiseks;
- 4) toetada õppekava rakendamist, suunata eksamiülesannete valiku kaudu õppeprotsessi;
- 5) siduda järjestikuste haridustasemetega õppekavad ning võimaldada kasutada riigieksamitulemusi õpingute jätkamisel, anda võimalus kasutada riigieksamitulemusi rahvusvahelisel tasandil.

Matemaatika riigieksami vorm

Matemaatika riigieksam on kõigile gümnaasistidele kohustuslik kaheosaline kirjalik eksam.

2. Matemaatika riigieksam ja selle sihtrühm

Matemaatika riigieksam

Alus: haridus- ja teadusministri määrus nr 59 § 25; vastu võetud 17. septembril 2010.

Matemaatika riigieksamil eristatakse gümnaasiumi riikliku õppekava kitsa matemaatika ainekavale ja laia matemaatika ainekavale vastavad ülesanded ning punktiarvestus. Valiku lahendada kitsa matemaatika ainekavale või laia matemaatika ainekavale vastavad ülesanded teeb õpilane.

Matemaatika riigieksam valmistatakse ette eesti ja vene keeles. Riikidevaheliste lepingute või Rahvusvahelise Bakalaureuse Organisatsiooni õppekava alusel võib kool kasutada ka teisi keeli. Teiste keelte kasutamisel eksami läbiviimisel tagab kooli pidaja eksameid korraldavale asutusele lõpueksamite tõlkimis- ja hindamiskulude finantseerimise.

Matemaatika riigieksami sihtrühm

Alus: haridus- ja teadusministri määrus nr 59 § 25; vastu võetud 17. septembril 2010.

Matemaatika riigieksamite sooritamise õigus on ka:

- 1) põhihariduse baasil kutseõppeasutuses lõpukursusel õppival õpilasel;

- 2) varem gümnaasiumi või kutseõppeasutuse lõpetanud isikul, kes ei ole antud õppeaines riigieksamit sooritanud või kes soovib varasema aasta riigieksamitulemust parandada;
- 3) välisriigis või Eestis Eesti keskharidusele vastava haridustaseme omandanud või omandaval isikul;
- 4) kutseõppeasutuse õpilasel, kes ei ole lõpukursusel, kuid kellel on eksamiaine läbitud.

3. Matemaatikapädevus, ainevaldkonna kohustuslikud kursused, lõiming teiste ainevaldkondadega, läbivad teemad ja mõtlemistasandid

Alus: Vabariigi Valitsuse määrus nr 2; vastu võetud 6. jaanuaril 2011

Matemaatikapädevus

Matemaatika õpetamise eesmärk gümnaasiumis on matemaatikapädevuse kujundamine, st suutlikust tunda matemaatiliste mõistete ja seoste süsteemsust; kasutada matemaatikat temale omase keele, sümbolite ja meetoditega erinevaid ülesandeid modelleerides nii matemaatikas kui ka teistes õppeainetes ja eluvaldkondades; oskust, mis sisaldab endas oskust probleeme esitada, sobivaid lahendusstrateegiaid leida ja rakendada, lahendusideed analüüsida, tulemuse tõesust kontrollida; oskust loogiliselt arutleda, põhjendada ja tõestada, mõista ja kasutada erinevaid lahendusviise; huvituda matemaatikast ja kasutada matemaatika ning info- ja kommunikatsioonivahendite seoseid.

Matemaatika õpetamise kaudu taotletaks, et gümnaasiumi lõpuks õpilane:

- 1) väärtustab matemaatikat ning hindab ja arvestab oma matemaatilisi võimeid karjääri planeerides;
- 2) on omandanud süsteemse ja seostatud ülevaate matemaatika erinevate valdkondade mõistetest, seostest ning protseduuridest;
- 3) mõistab ja analüüsib matemaatilisi tekste, esitab oma matemaatilisi mõttekäike nii suuliselt kui ka kirjalikult;
- 4) arutleb loovalt ja loogiliselt, leiab probleemülesande lahendamiseks sobivaid strateegiaid ning rakendab neid;
- 5) püstitab matemaatilisi hüpoteese, põhjendab ja tõestab neid;
- 6) mõistab ümbritsevas maailmas valitsevaid kvantitatiivseid, loogilisi, funktsionaalseid, statistilisi ja ruumilisi seoseid;
- 7) rakendab matemaatilisi meetodeid teistes õppeainetes ja erinevates eluvaldkondades, oskab igapäevaelu probleemi esitada matemaatika keeles ning interpreteerida ja kriitiliselt hinnata matemaatilisi mudeleid igapäevaelu kontekstis;

- 8) tõlgendab erinevaid matemaatilise info esituse viise (graafik, tabel, valem, diagramm, tekst jne), oskab valida sobivat esitusviisi ning üle minna ühelt esitusviisilt teisele;
- 9) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid (mudelid, teatmeteosed, IKT vahendid jne) ja hindab kriitiliselt neis sisalduvat teavet;
- 10) mõistab matemaatika sotsiaalse, kultuurilist ja personaalset tähendust.

Ainevaldkonna õppeained ja maht

Ainevaldkonda kuuluvad kaks õppeainet – kitsas matemaatika ja lai matemaatika.

Kitsa matemaatika 8 kohustuslikku kursust on:

1. „Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused”
2. „Trigonomeetria”
3. „Vektor tasandil. Joone võrrand”
4. „Tõenäosus ja statistika”
5. „Funktsioonid I”
6. „Funktsioonid II”
7. „Planimetria. Integraal”
8. „Stereomeetria”

Laia matemaatika kohustuslikud kursused on:

1. „Avaldised ja arvuhulgad”
2. „Võrrandid ja võrrandisüsteemid”
3. „Võrratused. Trigonomeetria I”
4. „Trigonomeetria II”
5. „Vektor tasandil. Joone võrrand”
6. „Tõenäosus, statistika”
7. „Funktsioonid. Arvjadad”
8. „Eksponent- ja logaritmifunktsioon”
9. „Trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis”
10. „Tuletise rakendused”

11. „Integraal. Planimeetria“
12. „Sirge ja tasand ruumis“
13. „Stereomeetria“
14. „Matemaatika rakendused, reaalse protsesside uurimine“

Ainevaldkonna kirjeldus

Lai matemaatika ja kitsas matemaatika erinevad nii sisu kui ka käsitluslaadi poolest. Laias matemaatikas käsitletakse mõisteid ja meetodeid, mida on vaja matemaatikateaduse olemusest arusaamiseks. Kitsa matemaatika eesmärk on matemaatika rakenduste vaatlemine, et kirjeldada inimest ümbritsevat maailma teaduslikult ning tagada elus toimetulek. Selleks vajalik keskkond luuakse matemaatika mõistete, sümbolite, omaduste ja seoste, reeglite ja protseduuride käsitlemise ning intuitsioonil ja loogilisel arutelul põhinevate mõttekäikude esitamise kaudu. Nii kitsas kui ka lai matemaatika annab õppijale vahendid ja oskused rakendada teistes õppeainetes vajalikke matemaatilisi meetodeid.

Õpilased, keda matemaatika rohkem huvitab, võivad kasutada valikainete õpiaega, üleriigilisi süvaõppevorme ja individuaalõpet. Ainekavas esitatud valikkursusi võib lisada nii kitsale kui ka laiale matemaatikale.

Kitsa matemaatika järgi õppinud õpilased saavad üle minna laiale matemaatikale ja laia matemaatika järgi õppinud õpilased kitsale matemaatikale. Ülemineku tingimused sätestab kool oma õppekavas.

Üldpädevuste kujundamine võimalusi

Matemaatika õppimise kaudu kujundatakse kõiki õppekavas kirjeldatud üldpädevusi. Pädevustes eristatava nelja omavahel seotud komponendi – teadmiste, oskuste, väärtushinnangute ja käitumise kujundamisel on kandev roll õpetajal, kelle väärtushinnangud ja enesekehtestamisoskus loovad sobiliku õpikeskkonna ning mõjutavad gümnasistide väärtushinnanguid ja käitumist.

Kultuuri- ja väärtuspädevus. Matemaatikat õppides tutvuvad õpilased erinevate maade ja ajastute matemaatikute saavutustega ning tajuvad seeläbi kultuuride seotust. Õpilasi juhatakse tunnetama loogiliste mõttekäikude elegantsi ning märkama geomeetriliste kujundite harmooniat arhitektuuris ja looduses. Arendatakse püsivust, objektiivsust, täpsust ja töökust.

Sotsiaalne ja kodanikupädevus. Vastutustunnet ühiskonna ja kaaskodanike ees kasvatatakse sellesisuliste ülesannete lahendamise kaudu. Erinevad paaris- ja rühmatööd arendavad õpilastes koostöö- ja vastastikuse abistamise oskusi, võimaldavad kasutada ka matemaatikatundides erinevaid kollektiivse töö vorme. Kasvatatakse sallivalt suhtuma erinevate matemaatiliste võimetega õpilastesse.

Enesemääratluspädevus. Erineva raskusastmega ülesannete iseseisva lahendamise kaudu võimaldatakse õpilasel hinnata ja arendada oma matemaatilisi võimeid. Selleks sobivad kõige paremini avatud probleemülesanded.

Õpipädevus. Ülesannete lahendamise kaudu arendatakse analüüsimise, ratsionaalsete võtete otsingu ja tulemuste kriitilise hindamise oskusi. Tekstülesandeid lahendades areneb funktsionaalne lugemisoskus: õpitakse eristama olulist ebaolulisest ning nägema objektide seoseid. Arendatakse üldistamise ja analoogia kasutamise oskust ning oskust kasutada õpitud teadmisi uutes olukordades. Õpilases kujundatakse arusaam, et ülesannete lahendamise teid on võimalik leida iseseisva mõtlemise teel.

Suhtluspädevus. Arendatakse suutlikkust väljendada oma mõtet selgelt, lühidalt ja täpselt. Eelkõige toimub see mõistete korrektsete definitsioonide esitamise, hüpoteeside ja väidete või teoreemide sõnastamise ning ülesannete lahenduste vormistamise kaudu. Tekstülesandeid lahendades areneb funktsionaalne lugemisoskus: õpitakse eristama olulist ebaolulisest ja nägema objektide seoseid. Matemaatika oluline roll on kujundada valmisolek mõista, seostada ja edastada infot, mis on esitatud erinevatel viisidel. Arendatakse suutlikkust formaliseerida tavakeeles esitatud infot ning vastupidi: esitada matemaatiliste sümbolite ja valemite sisu tavakeeles.

Ettevõtlikkuspädevuse Uute matemaatiliste teadmiseni jõutakse sageli vaadeldavate objektide omaduste analüüsimise kaudu: uuritakse objektide ühiseid omadusi, selle alusel sõnastatakse hüpotees ja otsitakse ideid selle kehtivuse põhjendamiseks. Arendatakse oskust näha ja sõnastada probleeme, genereerida ning analüüsida ideid. Tõenäosusteooria ja funktsioonide omadustega seotud ülesannete lahendamise kaudu õpitakse uurima objekti muutumise sõltuvust parameetritest. Ühele ülesandele erinevate lahenduste leidmine arendab paindlikku mõtlemist. Ettevõtlikkuspädevust arendatakse ka mitmesuguste eluliste andmetega ülesannete lahendamise ning pikemate projektide kaudu.

Loodusteaduste- ja tehnoloogiaalane pädevus. Matemaatikat õppides on vältimatu kasutada tehnoloogilisi abivahendeid ülesannete lahendamisel. Matemaatika kui teaduskeele olulisuse mõistmine võimaldab aru saada teaduse ja tehnoloogia arengust.

Matemaatika lõimingu võimalusi teiste ainevaldkondadega

Matemaatikaõpetuse lõimimise eeldused ainesiseselt loob ainekavas pakutud kursuste järjestus. Matemaatikaõpetuse lõimimine teiste ainevaldkondade õpetusega ja õppeainetevälise infoga toimub kooli õppekavas ja meetodilistes juhendites sätestatu põhjal (aineraamat, õpetajaraamat). Lõimingut erinevate ainete ja ainevaldkondadega on kirjeldatud lõimingute raamatus.

Läbivate teemade rakendamise võimalusi

Õppekava üldosas toodud läbivad teemad realiseeritakse gümnaasiumi matemaatikaõpetuses eelkõige õppetegevuse sihipärase korraldamise ning ülesannete elulise sisu kaudu.

Elukestev õpe ja karjääriplaneerimine. Matemaatikat õppides kujunev õppimise vajaduse tajumine ning iseseisva õppimise oskus on olulised alused elukestva õppe harjumuste ja hoiakute kujunemisele. Enda võimete reaalne hindamine on üks tähtsamaid edasise karjääri planeerimise lähtetingimusi. Matemaatikatundides kujundatakse võimet abstraktselt ja loogiliselt mõelda, mida on vaja, et kaaluda erinevaid mõjutegureid karjääri valides. Õpilased arendavad oma õpi ja suhtlusoskusi ning koostöö-, otsustamis- ja infoga ümberkäise oskusi, mida on muu hulgas vaja tulevases tööelus. Õpe võimaldab vahetult kokku puutuda töömaailmaga, õpilastele

tutvustatakse ainevaldkonnaga seotud ameteid, erialasid ja edasiõppimisvõimalusi.

Keskkond ja jätkusuutlik areng. Keskkonna ressursse käsitlevaid andmeid analüüsid arendatakse säästvat suhtumist ümbritsevasse ning õpitakse väärtustama elukeskkonda. Tähtsal kohal on protsentarvutus, muutumist ja seoseid kirjeldav matemaatika ning statistika elemendid.

Kultuuriline identiteet. Olulisel kohal on matemaatika ajaloo elementide tutvustamine ning ühiskonna ja matemaatikateaduse arengu seostamine. Protsentarvutuses ja statistika abil saab kirjeldada ühiskonnas toimuvaid protsesse ühenduses mitmekultuurilisuse teemaga. Geomeetria on tähtis koht kultuuriruumis.

Kodanikualgatus ja ettevõtlikkus. Ülesannetele erinevate lahenduste otsimine on seotud ettevõtlikkusega. Uurimistöde, rühmatööde ning projektidega arenevad algatus- ja koostööoskused.

Tehnoloogia ja innovatsioon. Matemaatikakursuse lõimingute kaudu tehnoloogia ja loodusainetega saavad õpilased ettekujutuse tehnoloogiliste protsesside kirjeldamise ning modelleerimise meetoditest. Õpilased kasutavad IKT vahendeid probleemide lahendamiseks ning oma õppimise ja töö tõhustamiseks. Matemaatika õppimine võimaldab avastada ja märgata seaduspärasusi ning aitab seeläbi kaasa loova inimeste kujunemisele.

Teabekeskkond. Statistika ja protsentarvutus aitavad mõista meediamanipulatsioone ning arendavad kriitilise teabeanalüüsi oskusi.

Tervis ja ohutus. Ohutus- ja tervishoiuandmeid sisaldavate ülesannete kaudu õpitakse objektiivsete andmete alusel hindama riskitegureid.

Väärtused ja kõlblus. Matemaatika õppimine arendab korralikkust, hoolsust, süstemaatilisust, järjekindlust, püsivust ning ausust. Matemaatikas on tähtis osa tolerantse suhtumise kujunemisel erinevate võimetega kaaslastesse.

Tunnetuslikud protsessid (mõtlemistasandid)

Matemaatika õpitulemusi hinnates võetakse aluseks tunnetuslikud protsessid ja nende hierarhiline ülesehitus.:

I Faktide, protseduuride ja mõistete teadmine: meenutamine, äratundmine, informatsiooni leidmine, arvutamine, mõõtmine, klassifitseerimine/järjestamine.

II Teadmiste rakendamine: meetodite valimine, matemaatilise info esitamine eri viisidel, modelleerimine ning rutiinsete ülesannete lahendamine.

III Arutlemine: põhjendamine, analüüs, süntees, üldistamine, tulemuste hindamine, reaalsusest tulenevate ning mitterutiinsete ülesannete lahendamine.

4. Õppesisu ja oodatavad õpitulemused

4.1. Kitsas matemaatika

Õppe- ja kasvatuseesmärgid

Matemaatika õpetamisega gümnaasiumis taotletakse, et õpilane:

- 1) saab aru matemaatika keeles esitatud teabest;
- 2) kasutab ja tõlgendab erinevaid matemaatilise info esituse viise;
- 3) rakendab matemaatikat erinevate valdkondade probleeme lahendades;
- 4) väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- 5) arendab oma intuitsiooni, arutleb loogiliselt ja loovalt;
- 6) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid;
- 7) kasutab matemaatikat õppides IKT vahendeid.

Õppeaine kirjeldus

Kitsa matemaatika eesmärk on õpetada aru saama matemaatika keeles esitatud teabest, kasutada matemaatikat igapäevaelus esinevates olukordades, tagades sellega sotsiaalse toimetuleku. Kitsa kava järgi õpetatakse kirjeldavalt ja näitlikustavalt, matemaatiliste väidete põhjendamine toetub intuitsioonile ning analoogiale. Olulisel kohal on rakendusülesanded.

Gümnaasiumi õpitulemused

Gümnaasiumi lõpetaja:

- 1) koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate eluvaldkondade ülesandeid;
- 2) väljendub matemaatilist keelt kasutades täpselt ja lühidalt, arutleb ülesandeid lahendades loovalt ja loogiliselt;
- 3) kasutab matemaatikat õppides ning andmeid otsides ja töödeldes IKT vahendeid;
- 4) hindab oma matemaatilisi teadmisi ja oskusi ning arvestab neid edasist tegevust kavandades;
- 5) mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
- 6) lihtsustab avaldisi, lahendab võrrandeid ja võrratusi;
- 7) kasutab trigonomeetriat geomeetriliste kujunditega seotud ülesandeid lahendades;
- 8) esitab põhilisi tasandilisi jooni valemi abil, skitseerib valemi abil antud joone;
- 9) kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
- 10) tunneb õpitud funktsioonide omadusi ning rakendab neid;
- 11) leiab geomeetriliste kujundite joonelemente, pindalasid ja ruumalasid.

I kursus Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratusedÕpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) eristab ratsionaal-, irratsionaal- ja reaalarve;
- 2) eristab võrdust, samasust, võrrandit ja võrratust;
- 3) selgitab võrrandite ja võrratuste lahendamisel kasutatavaid samasusteisendusi;
- 4) lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut- ja lihtsamaid murdvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
- 5) sooritab tehteid astmete ja juurtega, teisendades viimased ratsionaalarvulise astendajaga astmeteks;
- 6) teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja juuravaldisi;
- 7) lahendab lineaar- ja ruutvõrratusi ning ühe tundmatuga lineaarvõrratuste süsteeme;
- 8) lahendab lihtsamaid, sh tegelikkusest tulenevaid tekstülesandeid võrrandite ja võrrandisüsteemide abil.

Õppesisu

Naturaalarvude hulk N , täisarvude hulk Z ja ratsionaalarvude hulk Q . Irratsionaalarvude hulk I . Reaalarvude hulk R . Reaalarvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus. Ratsionaalavaldiste lihtsustamine. Arvu n -es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Murdvõrrand. Arvu juure esitamine ratsionaalarvulise astendajaga astmena. Tehted astmetega ning tehete näiteid võrdsete juurijatega juurtega. Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaar- ja ruutvõrratused. Lihtsamate, sealhulgas tegelikkusest tulenevate tekstülesannete lahendamine võrrandite abil.

II kursus Trigonomeetria

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi;
- 2) loeb trigonomeetriliste funktsioonide graafikuid;
- 3) teisendab kraadimõõdus antud nurga radiaanmõõtu ja vastupidi;
- 4) teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldisi;
- 5) rakendab kolmnurga pindala valemeid, siinus- ja koosinusteoreemi;
- 6) lahendab kolmnurki, arvutab kolmnurga, rööpküliku ja hulknurga pindala, arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
- 7) lahendab lihtsamaid rakendussisuga planimeetriaülesandeid.

Õppesisu

Nurga mõiste üldistamine, radiaanmõõt. Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid ($\sin a$, $\cos a$, $\tan a$), nende väärtused nurkade 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° korral. Negatiivse nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsioonide

$y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$ graafikud. Trigonomeetria põhiseosed $\tan a = \frac{\sin a}{\cos a}$, $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$, $\cos a = \sin(90^\circ - a)$, $\sin a = \cos(90^\circ - a)$, $\tan a = \frac{\sin a}{\cos a}$, $\sin(-a) = -\sin a$, $\cos(-a) = \cos a$, $\tan(-a) = -\tan a$, $\sin(a + k 360^\circ) = \sin a$, $\cos(a + k 360^\circ) = \cos a$, $\tan(a + k 360^\circ) = \tan a$.

Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurga pindala valemid, nende kasutamine hulknurga pindala arvutamisel. Kolmnurga lahendamine. Ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala arvutamine. Rakendussisuga ülesanded.

III kursus Vektor tasandil. Joone võrrand

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab vektori mõistet ja vektori koordinaate;
- 2) tunneb sirget, ringjoont ja parabooli ning nende võrrandeid, teab sirgete vastastikuseid asendeid tasandil;
- 3) liidab ja lahutab vektoreid ning korrutab vektorit arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul;
- 4) leiab vektorite skalaarkorrutise, rakendab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid;
- 5) koostab sirge võrrandi, kui sirge on määratud punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga;
- 6) määrab sirgete vastastikused asendid tasandil;
- 7) koostab ringjoone võrrandi keskpunkti ja raadiuse järgi;
- 8) joonestab sirgeid, ringjooni ja parabooli nende võrrandite järgi;
- 9) leiab kahe joone lõikepunktid (üks joontest on sirge);
- 10) kasutab vektoreid ja joone võrrandeid **geomeetriaülesannetes**.

Õppesisu

Punkti asukoha määramine tasandil. Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine. Vektorite võrdsus. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Jõu kujutamine vektorina. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektori korrutamine arvuga. Vektorite liitmine ja lahutamine (geomeetriliselt ja koordinaatkujul). Kahe vektori vaheline nurk. Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi. Vektorite kollineaarsus ja ristseis. Sirge võrrand (tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga, punkti ja tõusuga määratud sirge). Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Parabooli võrrand. Ringjoone võrrand. Joonte lõikepunktide leidmine. Kahe tundmatuga lineaarvõrrandist ning lineaarvõrrandist ja ruutvõrrandist koosnev võrrandisüsteem. Rakendussisuga ülesanded.

IV kursus Tõenäosus ja statistika

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust;
- 2) teab sündmuse tõenäosuse mõistet ning oskab leida soodsate ja kõigi võimaluste arvu (loendamine, kombinatorika);
- 3) teab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvkarakteristikute tähendust;
- 4) teab valimi ja üldkogumi mõistet ning andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust;
- 5) arvutab sündmuse tõenäosust ja rakendab seda lihtsamaid elulisi ülesandeid lahendades;
- 6) arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikud ning teeb nendest järeldusi uuritava probleemi kohta;
- 7) leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna;
- 8) kogub andmestikku ja analüüsib seda **IKT abil** statistiliste vahenditega.

Õppesisu

Sündmus. Sündmuste liigid. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Klassikaline tõenäosus. Geomeetriline tõenäosus. Sündmuste korrutis. Sõltumatute sündmuste korrutise tõenäosus. Sündmuste summa. Välistavate sündmuste summa tõenäosus. Faktoriaal. Permutatsioonid. Kombinatsioonid. Diskreetne juhuslik suurus, selle jaotusseadus, jaotuspolügoon ja arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan,

standardhälve). Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja nende süstematiseerimine. Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Normaaljaotus (kirjeldavalt). Statistilise otsustuse usaldatavus keskväärtuse usaldusvahemiku näitel. Andmetöötluse projekt, mis realiseeritakse IKT vahendite abil (soovitatavalt koostöös mõne teise õppeainega).

V kursus Funktsioonid

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni käigu uurimisega seonduvaid mõisteid, teab pöördfunktsiooni mõistet ning paaritu ja paarisfunktsiooni mõistet;
- 2) skitseerib ainekavaga fikseeritud funktsioonide graafikuid (käsitsi ning arvutil);
- 3) kirjeldab funktsiooni graafiku järgi funktsiooni peamisi omadusi;
- 4) teab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi ning logaritmi ja potentseerib lihtsamaid avaldusi;
- 5) lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid astme ning logaritmi definitsiooni vahetu rakendamise teel;
- 6) saab aru liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemusest ning lahendab selle abil lihtsamaid reaalsusega seotud ülesandeid;
- 7) tõlgendab reaalsuses ja teistes õppeainetes esinevaid protsentides väljendatavaid suurusid;
- 8) lahendab graafiku abil trigonomeetrilisi põhivõrrandeid etteantud lõigul.

Õppesisu

Funktsioonid $y = ax + b$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = \frac{a}{x}$ (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähis. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Funktsioonid $y = ax^n$ ($n = 1, 2, -1$ ja -2). Arvu logaritmi mõiste. Korrutise, jagatise ja astme logaritm. Logaritmimine ja potentseerimine (mahus, mis võimaldab lahendada lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid). Pöördfunktsioon. Funktsioonid $y = a^x$ ja $y = \log_a x$. Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Näiteid mudelite kohta, milles esineb $y = e^{ax}$. Lihtsamad eksponent- ja logaritmivõrrandid. Mõisted $\arcsin m$, $\arccos m$ ja $\arctan m$. Näiteid trigonomeetriliste põhivõrrandite lahendite leidmise kohta.

VI kursus Jadad. Funktsiooni tuletis

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) saab aru arvjada ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada mõistest;
- 2) rakendab aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme ning n esimese liikme summa valemit, lahendades lihtsamaid elulisi ülesandeid;
- 3) selgitab funktsiooni tuletise mõistet, funktsiooni graafiku puutuja mõistet ning funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust;
- 4) leiab funktsioonide tuletisi;
- 5) koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi antud puutepunktis;
- 6) selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletisega, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmist;
- 7) leiab ainekavas määratud funktsioonide nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad, kasvamis- ja kahanemisvahemikud, maksimum- ja miinimumpunktid ning skitseerib nende järgi funktsiooni graafiku;
- 8) lahendab lihtsamaid ekstreemumülesandeid.

Õppesisu

Arvjada mõiste, jada üldliige. Aritmeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem. Geomeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem.

Funktsiooni tuletise geomeetiline tähendus. Joone puutuja tõus, puutuja võrrand. Funktsioonide $y = x^n$ ($n \in \mathbb{Z}$), $y = e^x$, $y = \ln x$ tuletised. Funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletised. Funktsiooni teine tuletis. Funktsiooni kasvamise ja kahanemise uurimine ning ekstreemumite leidmine tuletise abil. Lihtsamad ekstreemumülesanded.

VII kursus Planimeetria. Integraal

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) tunneb ainekavas nimetatud geomeetrilisi kujundeid ja selgitab kujundite põhiomadusi;
- 2) kasutab geomeetria ja trigonomeetria mõisteid ning põhiseoseid elulisi ülesandeid lahendades;
- 3) tunneb algfunktsiooni mõistet ja leiab määramata integraale (polünoomidest);
- 4) tunneb ära kõvertrapetsi ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali arvutades;
- 5) arvutab määratud integraali järgi tasandilise kujundi pindala.

Õppesisu

Kolmnurgad, nelinurgad, korrapärased hulknurgad, ringjoon ja ring. Nende kujundite omadused, elementide vahelised seosed, ümbermõõdud ja pindalad rakendussisuga ülesannetes. Algfunktsioon ja määramata integraal. Määratud integraal. Newtoni-Leibnizi valem. Kõvertrapets, selle pindala. Lihtsamate funktsioonide integreerimine. Tasandilise kujundi pindala arvutamine määratud integraali alusel. Rakendusülesanded.

VIII kursus Stereomeetria

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) kirjeldab punkti asukohta ruumis koordinaatide abil ning sirgete ja tasandite vastastikuseid asendeid ruumis;
- 2) selgitab kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahelise nurga mõistet;
- 3) tunneb ainekavas nimetatud tahk- ja pöördkehi ning nende omadusi;
- 4) kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga (näiteks telglõige, ühe tahuga paralleelne lõige);
- 5) arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid, pindala ja ruumala;
- 6) rakendab trigonomeetria- ja planimeetriaeadmisi lihtsamaid stereomeetriaülesandeid lahendades;
- 7) kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid.

Õppesisu

Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid. Kahe punkti vaheline kaugus. Kahe sirge vastastikused asendid ruumis. Nurk kahe sirge vahel. Sirge ja tasandi vastastikused asendid ruumis. Sirge ja tasandi vaheline nurk. Sirge ja tasandi ristseisu tunnus. Kahe tasandi vastastikused asendid ruumis. Kahe tasandi vaheline nurk. Prisma ja püramiid. Püstprisma ning korrapärase püramiidi täispindala ja ruumala. Silinder, koonus ja kera, nende täispindala ning ruumala. Näiteid ruumiliste kujundite lõikamise kohta tasandiga. Praktilise sisuga ülesanded hulktahukate (püstprisma ja püramiidi) ning pöördkehade kohta.

4.2. Lai matemaatika

Õppe- ja kasvatuseesmärgid

Lai matemaatika õpetamisega gümnaasiumis taotletakse, et õpilane:

- 1) saab aru matemaatikakeeles esitatud teabest ning esitab oma matemaatilisi mõttekäike nii suuliselt kui ka kirjalikult;
- 2) valib, tõlgendab ja seostab erinevaid matemaatilise info esituse viise;
- 3) arutleb loogiliselt ja loova, arendab oma intuitsiooni;
- 4) püstib matemaatilisi hüpoteese ning põhjendab ja tõestab neid;
- 5) modelleerib erinevate valdkondade probleeme matemaatiliselt ning hindab kriitiliselt matemaatilisi mudeleid;
- 6) väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- 7) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid ning hindab kriitiliselt neis sisalduvat teavet;
- 8) kasutab matemaatikat õppides IKT vahendeid.

Õppeaine kirjeldus

Lai matemaatika annab ettekujutuse matemaatika tähendusest ühiskonna arengus ning selle rakendamisest igapäevaelus, tehnoloogias, majanduses, loodus- ja täppisteadustes ning muudes ühiskonnaelu valdkondades. Selle tagamiseks lahendatakse rakendusülesandeid, kasutades vastavat IKT tarkvara. Tähtsal kohal on tõestamine ja põhjendamine.

Gümnaasiumi õpitulemused

Gümnaasiumi lõpetaja:

- 1) mõistab ja rakendab õpitud matemaatilisi meetodeid ning protseduure;
- 2) arutleb loogiliselt ja loova, formaliseerib oma matemaatilisi mõttekäike;
- 3) mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
- 4) koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate valdkondade ülesandeid;
- 5) kasutab matemaatikat õppides erinevaid IKT vahendeid;
- 6) teisendab irratsionaal- ja ratsionaalavaldisi, lahendab võrrandeid ja võrratusi ning võrrandi- ja võrratusesüsteeme;
- 7) teisendab trigonomeetrilisi avaldiseid ning kasutab trigonomeetriat ja vektoreid geomeetriaülesandeid lahendades;
- 8) koostab joone võrrandeid ning joonestab õpitud jooni nende võrrandite järgi;
- 9) kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
- 10) uurib funktsioone tuletise põhjal;
- 11) tunneb tasandiliste ja ruumiliste kujundite omadusi, leiab geomeetriliste kujundite pindalasid ja ruumalasid (ka integraali abil).

I kursus Avaldised ja arvuhulgad

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab naturaalarvude hulga N , täisarvude hulga Z , ratsionaalarvude hulga Q , irratsionaalarvude hulga I ja reaalarvude hulga R omadusi;
- 2) defineerib arvu absoluutväärtuse;
- 3) märgib arvteljel reaalarvude piirkondi;

- 4) esitab arvu juure ratsionaalarvulise astendajaga astmena ja vastupidi;
- 5) sooritab tehteid astmete ning võrdsete juurijatega juurtega;
- 6) teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja irratsionaalavaldisi;
- 7) lahendab rakendussisuga ülesandeid (sh protsentülesanded).

Õppesisu

Naturaalarvude hulk N , täisarvude hulk Z , ratsionaalarvude hulk Q , irratsionaalarvude hulk I ja reaalarvude hulk R , nende omadused. Reaalarvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus. Arvusüsteemid (kahendsüsteemi näitel). Ratsionaal- ja irratsionaalavaldised. Arvu n -es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Tehted astmete ja juurtega.

II kursus Võrrandid ja võrrandisüsteemid

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab võrduse, samasuse ja võrrandi, võrrandi lahendi, võrrandi- ja võrratuse süsteemi lahendi ning lahendihulga mõistet;
- 2) selgitab võrrandite ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
- 3) lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut-, murd- ja lihtsamaid juurvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
- 4) lahendab lihtsamaid üht absoluutväärtust sisaldavaid võrrandeid;
- 5) lahendab võrrandisüsteeme;
- 6) lahendab tekstülesandeid võrrandite (võrrandisüsteemide) abil.

Õppesisu

Võrdus, võrrand, samasus. Võrrandite samaväärsus, samaväärsusteisendused. Lineaar-, ruut-, murd- ja juurvõrrandid (kuni kaks juurt) ning nendeks taanduvad võrrandid. Üht absoluutväärtust sisaldav võrrand. Võrrandisüsteemid. Kahe- ja kolmerealine determinant. Tekstülesanded.

III kursus Võrratused. Trigonomeetria I

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab võrratuse omadusi ning võrratuse ja võrratuse süsteemi lahendihulga mõistet;
- 2) selgitab võrratuste ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
- 3) lahendab lineaar-, ruut- ja murdvõrratuse ning lihtsamaid võrratuse süsteeme;
- 4) leiab taskuarvutil teravnurga trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
- 5) lahendab täisnurkse kolmnurga;
- 6) kasutab täiendusnurga trigonomeetrilisi funktsioone;
- 7) kasutab lihtsustamisülesannetes trigonomeetria põhiseoseid.

Õppesisu

Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaarvõrratused. Ruutvõrratused. Intervallmeetod. Lihtsamad murdvõrratused. Võrratuse süsteemid. Teravnurga siinus, koosinus ja tangens. Täiendusnurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised põhiseosed täisnurkses kolmnurgas.

IV kursus Trigonomeetria II

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) teisendab kraadimõõdu radiaanmõõduks ja vastupidi;
- 2) arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
- 3) defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi; teab siinuse, koosinuse ja tangensi vahelisi seoseid;
- 4) teab mõningate nurkade 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° siinuse, koosinuse ja tangensi täpseid väärtusi; rakendab taandamisvalemeid, negatiivse ja täispöördest suurema nurga valemeid;
- 5) leiab taskuarvutil trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
- 6) teab kahe nurga summa ja vahe valemeid; tuletab ning teab kahekordse nurga siinuse, koosinuse ja tangensi valemeid;
- 7) teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldisi;
- 8) tõestab siinus- ja koosinusteoreemi;
- 9) lahendab kolmnurga ning arvutab kolmnurga pindala;
- 10) rakendab trigonomeetria elulisi ülesandeid lahendades.

Õppesisu

Nurga mõiste üldistamine. Nurga kraadi- ja radiaanmõõt. Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Nurkade 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° siinuse, koosinuse ja tangensi täpsed väärtused. Seosed ühe ja sama nurga trigonomeetriliste funktsioonide vahel. Taandamisvalemid. Negatiivse ja täispöördest suurema nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Kahe nurga summa ja vahe trigonomeetrilised funktsioonid. Kahekordse nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised avaldised. Ringjoone kaare pikkus, ringi sektori pindala. Kolmnurga pindala valemid. Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurga lahendamine. Rakendusülesanded.

V kursus Vektor tasandil. Joone võrrand

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab mõisteid *vektor*, *ühik-*, *null-* ja *vastandvektor*, *vektori koordinaadid*, *kahe vektori vaheline nurk*;
- 2) liidab, lahutab ja korrutab vektoreid arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul;
- 3) arvutab kahe vektori skalaarkorrutise ning rakendab vektoreid füüsikalise sisuga ülesannetes;
- 4) kasutab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid;
- 5) lahendab kolmnurka vektorite abil;
- 6) leiab lõigu keskpunkti koordinaadid;
- 7) **koostab** sirge võrrandi (kui sirge on määratud punkti ja sihivektoriga, punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga) ning teisendab selle üldvõrrandiks; määrab kahe sirge vastastikuse asendi tasandil, lõikuvate sirgete korral leiab sirgete lõikepunkti ja nurga sirgete vahel;
- 8) koostab hüperbooli, parabooli ja ringjoone võrrandi; joonestab ainekavas esitatud jooni nende võrrandite järgi; leiab kahe joone lõikepunktid.

Õppesisu

Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Vektorite võrdsus. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektorite liitmine ja lahutamine. Vektori korrutamine arvuga. Lõigu keskpunkti koordinaadid. Kahe vektori vaheline nurk. Vektorite kollineaarsus. Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi, vektorite ristseis. Kolmnurkade lahendamine vektorite abil.

Sirge võrrand. Sirge üldvõrrand. Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Ringjoone võrrand. Parabool $y = ax^2 + bx + c$ ja hüperbool $y = \frac{a}{x}$. Joone võrrandi mõiste. Kahe joone lõikepunkt.

VI kursus Tõenäosus, statistika

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust ning selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet, liike ja omadusi;
- 2) selgitab permutatsioonide, kombinatsioonide ja variatsioonide tähendust ning leiab nende arvu;
- 3) selgitab sõltuvate ja sõltumatute sündmuste korrutise ning välistavate ja mittevälistavate sündmuste summa tähendust;
- 4) arvutab erinevate, ka reaalse eluga seotud sündmuste tõenäosusi;
- 5) selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvkarakteristikute (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve) tähendust, kirjeldab binoom- ja normaaljaotust; kasutab Bernoulli valemit tõenäosust arvutades;
- 6) selgitab valimi ja üldkogumi mõistet ning andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust;
- 7) arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid ning teeb nende alusel järeldusi jaotuse või uuritava probleemi kohta;
- 8) leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna;
- 9) kogub andmestikku ja analüüsib seda IKT abil statistiliste vahenditega.

Õppesisu

Permutatsioonid, kombinatsioonid ja variatsioonid. Sündmus. Sündmuste liigid. Klassikaline tõenäosus. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Geomeetriline tõenäosus. Sündmuste liigid: sõltuvad ja sõltumatud, välistavad ja mittevälistavad. Tõenäosuste liitmine ja korrutamine. Bernoulli valem.

Diskreetne ja pidev juhuslik suurus, binoomjaotus, jaotuspolügoon ning arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, dispersioon, standardhälve). Rakendusülesanded.

Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja süstematiseerimine. Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Korrelatsiooniväli. Lineaarne korrelatsioonikordaja. Normaaljaotus (näidete varal). Statistilise otsustuse usaldatavus keskväärtuse usaldusvahemiku näitel. Andmetöötamise projekt, mis realiseeritakse IKT vahendite abil (soovitavalt koostöös mõne teise õppeainega).

VII kursus Funktsioonid. Arvjadad

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni uurimisega seonduvaid mõisteid;
- 2) kirjeldab graafiliselt esitatud funktsiooni omadusi; skitseerib graafikuid ning joonestab neid arvutiprogrammidega;
- 3) leiab valemiga esitatud funktsiooni määramispiirkonna, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonna algebraliselt; kontrollib, kas funktsioon on paaris või paaritu;
- 4) kirjeldab funktsiooni $y = f(x)$ graafiku seost funktsioonide $y = f(x) + a$, $y = f(x + a)$, $y = f(ax)$, $y = a f(x)$ graafikutega;
- 5) selgitab arvjada, aritmeetilise ja geomeetrilise jada ning hääbuva geomeetrilise jada mõistet;
- 6) tuletab aritmeetilise ja geomeetrilise jada esimese n liikme summa ja hääbuva geomeetrilise jada summa valemid ning rakendab neid ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme valemid ülesandeid lahendades;
- 7) selgitab jada piirväärtuse olemust ning arvutab piirväärtuse; teab arvude n ja e tähendust;
- 8) lahendab elulisi ülesandeid aritmeetilise, geomeetrilise ning hääbuva geomeetrilise jada põhjal.

Õppesisu

Funktsioonid $y = ax + b$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = \frac{a}{x}$ (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähis. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Astmefunktsioon. Funktsioonide $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = x^{-1}$, $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = x^{-2}$, $y = |x|$ graafikud ja omadused. Funktsioonide $y = f(x)$, $y = f(x) + a$, $y = f(x + a)$, $y = f(ax)$, $y = a f(x)$ graafikud arvutil.

Arvjada mõiste, jada üldliige, jadade liigid. Aritmeetiline jada, selle omadused. Aritmeetilise jada üldliikme valem ning esimese n liikme summa valem. Geomeetriline jada, selle omadused.

Geomeetrilise jada üldliikme valem ning esimese n liikme summa valem. Arvjada piirväärtus. Piirväärtuse arvutamine. Hääbuv geomeetriline jada, selle summa. Arv e piirväärtusena. Ringjoone pikkus ja ringi pindala piirväärtusena, arv π . Rakendusülesanded.

VIII kursus Eksponent- ja logaritmifunktsioon

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust;
- 2) lahendab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise ülesandeid;
- 3) kirjeldab eksponentfunktsiooni, sh funktsiooni $y = e^x$ omadusi;
- 4) selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi; logaritmi ning potentseerib lihtsamaid avaldisi, vahetab logaritmi alust;
- 5) kirjeldab logaritmifunktsiooni ja selle omadusi;
- 6) oskab leida eksponent- ja logaritmifunktsiooni pöördfunktsiooni;

- 7) joonestab eksponent- ja logaritmfunksiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
- 8) lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritm võrrandeid ning -võrratusi;
- 9) kasutab eksponent- ja logaritmfunksioone reaalse elu nähtusi modelleerides ning uurides.

Õppesisu

Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Eksponentfunksioon, selle graafik ja omadused. Arvu logaritm. Korrutise, jagatise ja astme logaritm. Logaritmimine ja potentsseerimine. Üleminek logaritmi ühelt aluselt teisele. Logaritmfunksioon, selle graafik ja omadused. Pöördfunksiooni mõiste eksponent- ja logaritmfunksiooni näitel. Eksponent- ja logaritm võrrand, nende lahendamine. Rakendusülesandeid eksponent- ja logaritm võrrandite kohta. Eksponent- ja logaritm võrratus.

IX kursus Trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni perioodilisuse mõistet ning leiab siinus-, koosinus- ja tangensfunksiooni perioodi;
- 2) joonestab siinus-, koosinus- ja tangensfunksiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
- 3) leiab lihtsamate trigonomeetriliste võrrandite üldlahendid ja erilahendid etteantud piirkonnas, lahendab lihtsamaid trigonomeetrilisi võrratusi;
- 4) selgitab funktsiooni piirväärtuse ja tuletise mõistet ning tuletise füüsikalist ja geomeetrilist tähendust;
- 5) esitab liitfunksiooni lihtsamate funktsioonide kaudu;
- 6) rakendab funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletise leidmise eeskirja, leiab funktsiooni esimese ja teise tuletise.

Õppesisu

Funktsiooni perioodilisus. Siinus-, koosinus- ja tangensfunksiooni graafik ning omadused. Mõisted $\arcsin m$, $\arccos m$, $\arctan m$. Lihtsamad trigonomeetrilised võrrandid. Funktsiooni piirväärtus ja pidevus. Argumendi muut ja funktsiooni muut. Hetkkiirus. Funktsiooni graafiku puutuja tõus. Funktsiooni tuletise mõiste. Funktsiooni tuletise geomeetriline tähendus. Funktsioonide summa ja vahe tuletis. Kahe funktsiooni korrutise tuletis. Astmefunktsiooni tuletis. Kahe funktsiooni jagatise tuletis. Funktsiooni teine tuletis. **Liitfunksioon ja selle tuletise leidmine**. Trigonomeetriliste funktsioonide tuletised. Eksponent- ja logaritmfunksiooni tuletis. Tuletiste tabel.

X kursus Tuletise rakendused

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi;
- 2) selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletise märgiga, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmist;
- 3) leiab funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud, ekstreemumid, funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud ning käänupunkti;
- 4) uurib ainekavas etteantud funktsioone täielikult ja skitseerib funktsiooni omaduste põhjal graafiku;

- 5) leiab funktsiooni suurima ja vähima väärtuse etteantud lõigul;
- 6) lahendab rakenduslikke ekstreemumülesandeid.

Õppesisu

Puutuja tõus. Joone puutuja võrrand. Funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemik; funktsiooni ekstreemum; ekstreemumi olemasolu tarvilik ja piisav tingimus. Funktsiooni suurim ja vähim väärtus lõigul. Funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemik, käänupunkt. Funktsiooni uurimine tuletise abil. Funktsiooni graafiku skitseerimine funktsiooni omaduste põhjal. Funktsiooni tuletise kasutamise rakendusülesandeid. Ekstreemumülesanded.

XI kursus Integraal. Planimeetria

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab algfunktsiooni mõistet ning leiab lihtsamate funktsioonide määramata integraale põhiintegraalide tabeli ja integraali omaduste järgi;
- 2) selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali leides;
- 3) arvutab määratud integraali abil kõvertrapetsi pindala, mitmest osast koosneva pinnatüki ja kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala ning lihtsama pöördkeha ruumala;
- 4) selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel; uurib IKT vahendite abil geomeetriliste kujundite omadusi ning kujutab vastavaid kujundeid joonisel;
- 5) selgitab kolmnurkade kongruentsuse ja sarnasuse tunnuseid, sarnaste hulknurkade omadusi ning kujundite übermõõdu ja pindala arvutamist;
- 6) lahendab planimeetria arvutusülesandeid (samuti lihtsamaid tõestusülesandeid);
- 7) kasutab geomeetrilisi kujundeid kui mudeleid ümbritseva ruumi objektide uurimisel.

Õppesisu

Algfunktsiooni ja määramata integraali mõiste. Integraali omadused. Kõvertrapets, selle pindala piirväärtusena. Määratud integraal, Newtoni-Leibnizi valem. Integraali kasutamine tasandilise kujundi pindala, pöördkeha ruumala ning töö arvutamisel. Kolmnurk, selle sise- ja välisnurk, kolmnurga sisenurga poolitaja, selle omadus. Kolmnurga sise- ja ümberringjoon. Kolmnurga mediaan, mediaanide omadus. Kolmnurga kesklõik, selle omadus. Meetrilised seosed täisnurkses kolmnurgas. Hulknurk, selle liigid. Kumera hulknurga sisenurkade summa. Hulknurkade sarnasus. Sarnaste hulknurkade übermõõtude suhe ja pindalade suhe. Hulknurga sise- ja ümberringjoon. Rööpkülik, selle eriliigid ja omadused. Trapets, selle liigid. Trapetsi kesklõik, selle omadused. Kesknurk ja piirdenurk. Thalese teoreem. Ringjoone lõikaja ning puutuja. Kõõl- ja puutujahulknurk. Kolmnurga pindala. Rakenduslikud geomeetriaülesanded.

XII kursus Sirge ja tasand ruumis

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) kirjeldab punkti asukohta ruumis koordinaatide abil;
- 2) selgitab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist;
- 3) kirjeldab sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid;
- 4) arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ning kahe vektori vahelise nurga;

- 5) määrab kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikuse asendi ning arvutab nurga nende vahel stereomeetria ülesannetes;
- 6) kasutab vektoreid geomeetrilise ja füüsikalise sisuga ülesandeid lahendades.

Õppesisu

Ruumigeomeetria asendilaused: nurk kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahel, sirgete ja tasandite ristseis ning paralleelsus, kolme ristsirge teoreem, hulknurga projektsiooni pindala. Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid ruumis, punkti kohavektor. Vektori koordinaadid ruumis, vektori pikkus. Lineaartehted vektoritega. Vektorite kollineaarsus ja komplanaarsus, vektori avaldamine kolme mis tahes mittekomplanaarse vektori kaudu. Kahe vektori skalaarkorrutis. Kahe vektori vaheline nurk.

Sirge võrrandid ruumis, tasandi võrrand. Võrranditega antud sirgete ja tasandite vastastikuse asendi uurimine, sirge ja tasandi lõikepunkt, võrranditega antud sirgete vahelise nurga leidmine. Rakendusülesanded.

XIII kursus Stereomeetria

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) teab hulktahukate ja pöördkehade liike ning nende pindalade arvutamise valemeid;
- 2) kujutab joonisel prismat, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;
- 3) arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala;
- 4) kasutab hulktahukaid ja pöördkehi kui mudeleid ümbritseva ruumi objekte uurides.

Õppesisu

Prisma ja püramiid, nende pindala ja ruumala, korrapärased hulktahukad. Pöördkehad; silinder, koonus ja kera, nende pindala ja ruumala, kera segment, kiht, vöö ja sektor. Silindri, koonuse või kera ruumala valemi tuletamine. Ülesanded hulktahukate ja pöördkehade kohta. Hulktahukate ja pöördkehade lõiked tasandiga. Rakendusülesanded.

XIV kursus Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine

Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

- 1) selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust;
- 2) tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone;
- 3) kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduse olulisemaid mudeleid ning meetodeid;
- 4) lahendab tekstülesandeid võrrandite abil;
- 5) märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid;
- 6) koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks;
- 7) kasutab IKT vahendeid ülesandeid lahendades.

Õppesisu

Matemaatilise mudeli tähendus, nähtuse modelleerimise etapid, mudeli headuse ja rakendatavuse hindamine. Tekstülesannete (sh protsentülesannete) lahendamine võrrandite kui ülesannete matemaatiliste mudelite koostamise ja lahendamise abil.

Lineaar-, ruut- ja eksponentfunktsioone rakendavad mudelid loodus- ning majandusteaduses, tehnoloogias ja mujal (nt füüsikaliste suuruste seosed, orgaanilise kasvamise mudelid bioloogias, nõudlus- ja pakkumiskordsused ning marginaalfunktsioonid majandusteaduses, materjalikulu arvutused tehnoloogias jne). Kursuse käsitlus tugineb arvutusvahendite kasutamisele.

5. Eksami väljatöötamine ja eksamitöö ülesehitus

Alus: Matemaatika riigieksami lähteülesanne; haridus- ja teadusministriumide käskkirj 30.10.2014 nr 3.13.1/14/647

Eksamitööde väljatöötamine

Eksamiks vajalikud materjalid töötab välja SA Innove juures töötav matemaatika riigieksameid ettevalmistav komisjon. Komisjon eeltestib kõiki eksamitöö ülesandeid, paneb kokku eksamitöö ning töötab välja hindamisjuhendi.

Eksamitöö ülesehitus

Eksamitöö sisaldab erineva raskusastmega ülesandeid, st eksamitöö mahust ca 20% moodustavad I mõtlemistasandi (faktide, protseduuride ja mõistete teadmine: meenutamine, äratundmine, informatsiooni leidmine, arvutamine, mõõtmine, klassifitseerimine/järjestamine), ca 30% II mõtlemistasandi (teadmiste rakendamine: meetodite valimine, matemaatilise info esitamine eri viisidel, modelleerimine ning rutiinsete ülesannete lahendamine) ja ca 50% III mõtlemistasandi (arutlemine; põhjendamine, analüüs, süntees, üldistamine, tulemuste hindamine, reaalsusest tulenevate ning mitterutiinsete ülesannete lahendamine) ülesanded.

Kõikide õppekavas esitatud üld- ja valdkonnapädevuste kujunemist, õppeaine õppeeesmärkide saavutatust ning kooliastme õpitulemuste omandatust ei hinnata igal aastal ning kõikide õpitulemuste omandatust ei võimalda eksami vorm ka kontrollida.

Nii kitsa kui laia matemaatika

- eksam on kirjalik;
- eksamitöö on kaheosaline;
- mõlema eksamiosa ülesanded on esitatud eraldi vihikuna, kus on ülesannete tekstid ja iga ülesande juures vaba ruum lahenduste jaoks;
- eksamitöö koostatakse ühes variandis;
- eksamitöö mõlema osa korrektse lahendamise eest on kokku võimalik saada 100 punkti.

Nii kitsa kui laia matemaatika eksamitöö I osas on 4 (neli) ülesannet (a ' 5 punkti) ja 3 (kolm) ülesannet (a ' 10 punkti) ning II osas 5 (viis) ülesannet (a ' 10 punkti).

50% ulatuses on mõlemas eksamitöös analoogilisi ülesandeid.

6. Eksami korraldamine

Alus: haridus- ja teadusministri määrus nr 59; vastu võetud 17. septembril 2010.

Eksamile registreerimine

Gümnaasiumide ja kutseõppeasutuste õpilased ning eksternid teatavad kooli juhtkonnale hiljemalt jooksva õppeaasta 20. jaanuariks oma valikust sooritada matemaatika riigieksamil kitsa või laia matemaatika ainekavale vastavad ülesanded. Koolid täidavad õpilaste valikute alusel registreerimisvormi lõpueksamite andmekogus hiljemalt jooksva õppeaasta 30. jaanuariks.

Eksami korraldus

Kitsa ja laia matemaatika eksami korraldus, aeg, abivahendid jm tingimused on ühesugused. Eksami korraldab kooliksamikomisjon SA-s Innove välja töötatud eksami korraldusjuhendi põhjal. Eksamikomisjon on vähemalt kolmeliikmeline. Eksamikomisjonis vähemalt üks liige iga 20 eksaminandi kohta.

Eksami aeg

- Eksami toimumise kuupäeva kinnitab Haridus- ja teadusminister vastava määrusega.
- Eksami ametlik algus on kell 10.00.
- Eksami I osa kestab 120 minutit ja II osa 150 minutit. Kahe eksamiosa vahel on 45 minutine vaheaeg.
- Eksami aega hakatakse arvestama hetkest, kui kõik õpilased on saanud kätte eksamitöö ning eksamikomisjoni esimees annab märku töö alustamiseks.
- Eksamiks ette nähtud aega ei tohi ületada.

Abivahendid

- Õpilane kasutab eksamil isiklikke kirjutus- ja joonestusvahendeid ning taskuarvutit.
- Eksamitöö kirjutatakse sinise või musta pasta- või tindipliiatsiga. Harilikku pliiatsit ja värvipliiatseid võib kasutada vaid jooniste tegemisel. Korrektuurlindi või vedeliku kasutamine ei ole lubatud.
- Õpikuid, käsiraamatuid, valemeid jm matemaatilise sisuga materjale eksamil kasutada ei tohi.
- Mobiiltelefoni jm tehniliste vahendite kasutamine mistahes eesmärgil on eksamil

keelatud.

Erivajadused

Juhul, kui õpilase erivajadusest tulenevalt on eksamineerimiseks vaja kohaldada haridus- ja teadusministri määrmus nr 59 § 34 lõigetes 2¹– 2³ sätestatud eritingimusi, kooskõlastab kool vajalikud eritingimused SA-ga Innove.

Vt lisaks SA Innove kodulehelt: <http://www.innove.ee/et/ylldharidus/pohikooli-lopueksamid/koolidele-lopueksamitest/LE-eritingimustel-eksamineerimine>

Eksamilt kõrvaldamine

Riigieksamikomisjoni liige või riigieksami välisvaatleja kõrvaldab eksaminandi ette hoiatamata riigieksamilt, kui:

- 1) eksaminand kasutab riigieksami sooritamisel kõrvalist abi või kirjutab maha, üritab seda teha või aitab sellele kaasa või on võtnud eksamile kaasa mittelubatud abivahendeid;
- 2) eksaminandi käitumine häirib riigieksami läbiviimist või teisi õpilasi.

Riigieksamilt kõrvaldatud eksaminandi eksam loetakse mittesooritatuks ning eksamitulemuseks märgitakse 0 punkti.

7. Eksamitööde hindamine, korduseksam ja eksamitulemuse vaidlustamine

Alus: haridus- ja teadusministri määrmus nr 59 § 17; vastu võetud 17. septembril 2010.

Eksamitööde hindamine

Riigieksamitöid hindavad haridus- ja teadusministri käskkirjaga kinnitatud hindajad, kelle tegevust koordineerib eksameid korraldav asutus vastavalt haridus- ja teadusministri kinnitatud töökorrale.

Hindamisjuhendi koostab riigieksameid ettevalmistav komisjon.

Hindajad hindavad kodeeritud riigieksamitöid 100 hindepalli süsteemis.

Käesoleva määrmuse § 34 lõikes 11 loetletud nõuete rikkumisel loetakse rikutud kohad või loetamatud kohad veaks.

Kui riigieksamitööde hindamisel tuvastatakse kõrvalise abi kasutamine või mahakirjutamine (eri eksaminandide töödes süstemaatiliselt esinevad ühesugused vead ja/või parandused, identselt sõnastatud pikemad vabavormilised vastused, ülejäänud vastuse loogikaga mittehaakuvad ühesugused õiged või valed lisandused vastusesse, loomevargus vms riigieksamiosa või kogu riigieksamitöö kirjutamisel, siis hinnatakse riigieksamitöö tervikuna 0 punktiga.

Eksami sooritamine

Alus: haridus- ja teadusministri määrus nr 59 § 17; vastu võetud 17. septembril 2010.

Riigieksam on sooritatud, kui saavutatud on vähemalt üks protsent maksimaalsest tulemusest.

Korduseksam

Kui õpilane ei saa usulistel või muul põhjusel riigieksamil osaleda põhieksami päeval, võib ta esitada eksameid korraldavale asutusele avalduse lisaeksamil osalemiseks.

Riigieksamile registreerunud, kuid mõjuval põhjusel ilmumata jäänud eksaminand või eksaminand, kes ei ole tervises seisundi tõttu võimeline eksamit sooritama võib 3 (kolme) tööpäeva jooksul riigieksami toimumisest esitada eksameid korraldavale asutusele lisaeksamil osalemise taotluse, millele lisatakse tõendid mõjuvate põhjuste olemasolu kohta. Eksameid korraldav asutus teavitab taotlejat lisaeksami korraldusest hiljemalt kolme tööpäeva jooksul pärast taotluse registreerimist.

Eksamitulemuse vaidlustamine

Alus: põhikooli- ja gümnaasiumiseadus § 33; vastu võetud 9. juunil 2010.

Eksami tulemuse võib vaidlustada. Selleks tuleb esitada vaie Haridus- ja Teadusministeeriumile. Vaie tuleb esitada 5 (viie) tööpäeva jooksul riigieksamitunnistuse kättesaadavaks tegemise päevast arvates. Esitatud vaiete läbivaatamiseks moodustab haridus- ja teadusminister vaidekomisjoni.

8. Õppematerjalid

Soovitame eksamiks valmistumisel kasutada õppematerjale, mis on kantud Eesti Hariduse Infosüsteemi.

<https://enda.ehis.ee/avalik/avalik/opikud/OpikudOtsi.faces>

Lisaks tõhusale õppetööle koolis peaksid õpilased ka kodus iseseisvalt ülesandeid lahendama. Ülesannete lahendamisel tuleb harjutada lahendustele lühikeste selgituste ja põhjenduste lisamist. Hoolega tuleb uurida ja analüüsida kontrolltöodes ning koduste ülesannete lahendustes tehtud vigu, välja selgitada nende tekkimise põhjused ja püüda neid edaspidi vältida.

Tähelepanu tuleks pöörata ka lahenduse vormistamisele. Kui taskuarvutil on klahvid, mis võimaldavad arvutada ilma valemide kasutamata, siis vajalikud valemid ja arvutustehted tuleb eksamitöösse ikkagi kirjutada.

9. SA Innove koostatud eksamimaterjalid

Riigieksamite arendustöö on väga pikk protsess, st kindlasti ei saa öelda, et 2015. aasta kevadel toimuvad matemaatika riigieksamid on valmis ja mingeid muudatusi sisus, vormis jm lähiaastatel enam ei tule.

SA Innove korraldas 2012. aastal ja 2013. aastal katsetööd. Uute eksamite ettevalmistustöös arvestatakse nii katsetööde kui ka 2014. aastal toimunud eksamite tulemuste analüüse ning õpetajate ja õpilaste poolt tagasisides tehtud ettepanekuid ja soovitusi.

Katsetöödega ja eelmiste aastate riigieksamitega seotud materjalid (ülesanded, hindamisjuhendid, tulemuste analüüsid) leiab SA Innove kodulehelt <http://www.innove.ee/et/riigieksamid/riigieksamite-materjalid>.

10. Ülesannete näiteid

Eksamitöös kasutatakse järgmisi ülesannete tüüpe:

- **Selektiivse vastusega ülesanded**

Eksaminand valib antud vastusevariantide hulgast õige (nt valikvastustega ülesanne; õige/vale/vastus puudub; sobitamine; järjestamine; sorteerimine/klassifitseerimine).

- **Produktiivse ehk omavastusega ülesanded**

Ülesanded võivad olla väga erinevad. Oluline on see, et eksaminand koostab ise vastuse (nt vastuseks on sõna kuni paar lauset, lühivastused, info ülekandmine, skeemide ja tabelite täiendamine, tekstide või piltide pealkirjastamine, lünkade täitmine, pikemad kirjutamis- ja rääkimisülesanded). Siia kuuluvad ka ülesanded, kus eksaminand peab kirjutama pikema teksti või lahendama matemaatikaülesande.

(Vt ka Ülle Türgi ettekanne „Eksami koostamise protsess ja eksamiülesanded“

<http://www.innove.ee/et/yldharidus/esf-programmid/yldhariduse-pedagoogide-kvalifikatsiooni-tostmine/opetajaprogrammi-tegevused/koolieksam-2014>)

Ülesannete valikul arvestatakse suundumusega vähendada kindlat algoritmi ette ütlemaid ülesandeid ning **tõsta ülesannete osakaalu, kus on suur osa teksti mõistmisel ning õpilane peab ümbritseva elu probleemi siduma matemaatilise mudeli leidmisega**. Vastavate ülesannete osakaalu tõstetakse aastati, alustades 2014. aastast.

Näiteid katsetöös ja 2014. aasta eksamitöös kasutatud ülesannetest (koos lahenduste ja hindamisjuhendiga)

Kitsas kursus

(2012)(5 punkti)

Leidke kõik argumendi x väärtused, mille korral avaldise $5x^2 - 2x + 9$ väärtus on suurem avaldise $(x + 3)^2$ väärtusest.

Lahendus	Hindamine
$5x^2 - 2x + 9 > (x + 3)^2$ $5x^2 - 2x + 9 > x^2 + 6x + 9$ $4x^2 - 8x > 0$ $4x(x - 2) > 0$ $x \in (-\infty; 0) \cup (2; \infty)$	Õpilane mõistab ülesande sisu ja oskab leida lahendusstrateegia, st koostab õige võrratuse 1 punkt Valemi rakendamine 1 punkt Võrratuse lahendamine 2 punkti Vastus 1 punkt

(2012)(5 punkti)

Seinale on riputatud suur Hiina lehvik. Lehvik on kujult ringi sektor, kesknurgaga 120° ja raadiusega 30 cm. Leidke selle lehviku pindala. Vastus ümardage ühelisteni.

Lahendus	Hindamine
Sektor suurusega 120° on $\frac{1}{3}$ ringist. Seega: $S_{\text{lehvik}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2$, kus r on sektori (ringi) raadius. $S_{\text{lehvik}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 30^2 = 300\pi \approx 942(\text{cm}^2)$	Õpilane teab mõisteid <i>sektor</i> ja <i>kesknurk</i> kokku 2 punkti Õpilane teab, et 120° on $\frac{1}{3}$ ringist 1 punkt Lehviku pindala arvutamine 1 punkt Ümardamine 1 punkt

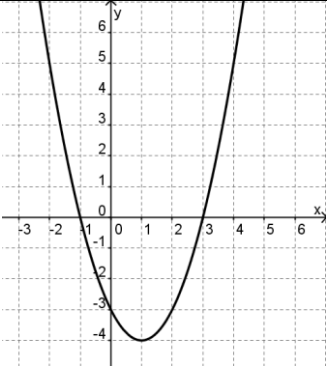
(2013)(5 punkti)

Joonisel on ruutfunktsiooni $y = x^2 - 2x - 3$ graafik.

Leidke joonise abil antud ruutfunktsiooni

- 1) muutumispiirkond;
- 2) negatiivsuspierakond;

- 3) graafiku ekstreemumpunkti koordinaadid;
- 4) kasvamisvahemik.

Lahendus	Hindamine
 1) $Y = [-4; \infty)$; 2) $X^- = (-1; 3)$; 3) $P_{\min}(1; -4)$; 4) $X^{\uparrow} = (1; \infty)$.	Muutumispiirkond 1 punkt Negatiivsuspiirkond 1 punkt Ekstreemumpunkti koordinaadid (sh määratud ka liik) 2 punkti Kasvamisvahemik 1 punkt

(2013)(10 punkti)

Ringjoone keskpunktiks on punkt $A(1; 2)$ ja ringjoon läbib punkti $B(3; 3)$.

1. Arvutage ringjoone raadius.
2. Koostage ringjoone võrrand.
3. Sirge t puutub ringjoont punktis B . Koostage sirge t võrrand.

Lahendus	Hindamine
1. $r = AB = \sqrt{(3-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{5}$ 2. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ 3.	Ringjoone raadiuse arvutamine 2 punkt Ringjoone võrrandi koostamine 1 punkt Õpilane teab, et ringjoone puutuja on

$\frac{x-1}{3-1} = \frac{y-2}{3-2} \Rightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} \Rightarrow$ $x-1=2y-4 \Rightarrow AB: y=0,5x+1,5$ Sirge AB tõus on $k = 0,5$, järelikut puutuja tõus $k^* = -2$, sest $k \cdot k^* = -1$. Puutuja võrrand: $y-3 = -2(x-3) \Rightarrow y = -2x+9$	raadiusega risti 1 punkt Õpilane teab, et ristuvate sirgete tõusude korrutis on -1 1 punkt Sirge AB võrrandi koostamine 2 punkt Sirge AB tõusu leidmine 1 punkt Puutuja (sirge t) võrrandi koostamine 2 punkti
--	--

(2014)(5 punkti) ühisosa ülesanne

Lihtsustage avaldis $\frac{\sqrt{k}}{k-\sqrt{k}} - \frac{2}{k-1}$ ja arvutage kirjalikult selle täpne väärtus, kui

$$k = \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

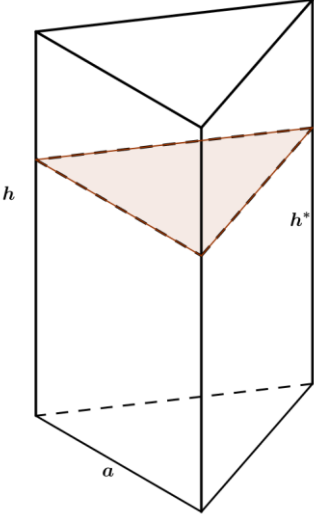
Lahendus	Hindamine
$\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k}(\sqrt{k}-1)} - \frac{2}{(\sqrt{k}+1)(\sqrt{k}-1)} = \frac{1}{\sqrt{k}-1} - \frac{2}{(\sqrt{k}+1)(\sqrt{k}-1)} =$ $= \frac{\sqrt{k}+1-2}{(\sqrt{k}+1)(\sqrt{k}-1)} = \frac{\sqrt{k}-1}{(\sqrt{k}+1)(\sqrt{k}-1)} = \frac{\sqrt{k}-1}{k-1} =$ $= \frac{1}{\sqrt{k}+1};$ $k = \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$ Arvutamine: $\frac{1}{\sqrt{4}+1} = \frac{1}{3}$	Tegurdamine ja I murru taandamine 1 punkt Valemi $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ rakendamine 1 punkt Ühise nimetaja ja laiendaja leidmine 1 punkt Koondamine 1 punkt Arvutamine 1 punkt

(2014)(10 punkti)

Korrapärase kolmnurkse püstprisma kujulisse vaasi valatakse pool liitrit vett. Vaasi kõrgus on 20 cm ja põhiserv on 14 cm.

1. Arvutage veetaseme kõrgus vaasis.
2. Kui suur osa vaasi sisust jääb veega täitmata?

NB! Vaasi seinte ja põhja paksust arvutamisel ei arvestata.

Lahendus	Hindamine
 h – vaasi kõrgus h^* – veetaseme kõrgus a – vaasi põhiserv V – vaasi ruumala V^* – veega täidetud vaasiosa ruumala Antud: $V^* = 0,5 \text{ (l)} = 500 \text{ (cm}^3\text{)}$ $h = 20 \text{ (cm)}$ $a = 14 \text{ (cm)}$ Kui kõrgele ulatub vesi vaasis? $V = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot h \text{ ja } V^* = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot h^* \Rightarrow$ $h^* = \frac{4V^*}{a^2 \sqrt{3}}; h^* = \frac{4 \cdot 500}{14^2 \cdot \sqrt{3}} \approx 5,9 \text{ (cm)}$ $V = \frac{14^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 20 = 980\sqrt{3} \approx 1697,4 \text{ (cm}^3\text{)}$ Kui suur osa vaasi sisust jääb veega täitmata? $\frac{(1697,4 - 500) \cdot 100\%}{1697,4} \approx 70,5\% \text{ ehk } \approx 0,71 \text{ vaasi}$	Ühikute teisendamine 1 punkt Ülesande sisu mõistmine (andmete kirjeldamine, joonis) 1 punkt Põhja pindala, st võrdkülgse kolmnurga pindala teadmine/avaldamine (Pythagorase teoreemi rakendamine) 2 punkti Prisma ruumala teadmine ja vaasi ruumala arvutamine 2 punkti Veetaseme kõrguse arvutamine 2 punkti

sisust	Veega täitmata osa arvutamine 2 punkt
--------	---

Lai kursus

(2013)(5 punkti)

Lihtsustage avaldis

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b+4}} + \frac{4\sqrt{b}}{b-16}$$

ja arvutage selle avaldise kõik võimalikud väärtused, kui $|b-16| = 2$.

Lahendus	Hindamine
$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b+4}} + \frac{4\sqrt{b}}{b-16} = \frac{\sqrt{b}(\sqrt{b-4}) + 4\sqrt{b}}{(\sqrt{b+4})(\sqrt{b-4})} = \frac{b-4\sqrt{b}+4\sqrt{b}}{b-16} = \frac{b}{b-16};$ Kui $b-16 = 2$, siis $b_1 = 14$ ja $b_2 = 18$. Kui $b_1 = 14$, siis $\frac{14}{14-16} = -7$. Kui $b_2 = 18$, siis $\frac{18}{18-16} = 9$.	Avaldise lihtsustamine 3 punkti Avaldise kõikide võimalike väärtuse arvutamine 2 punkti

(2012)(5 punkti)

Kaks autot alustasid punktist A üheaegselt sõitu. Autod sõitsid erinevates

suundades, kumbki mööda sirgjoonelist teed. Esimese auto kiirus oli 90 km/h, teise auto kiirus 60 km/h ja teedevaheline nurk $\varphi = 120^\circ$. Leidke autodevaheline kaugus pärast kaheminutilist sõitu?

Lahendus	Hindamine
I auto läbis 2 minutiga: $t_1 = 90 \cdot \frac{2}{60} = 3$ (km); II auto läbis 2 minutiga: $t_2 = 60 \cdot \frac{2}{60} = 2$ (km). Autodevahelise kauguse arvutamiseks kasutame koosinusteoreemi: $x = \sqrt{3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{19} \approx 4,359 \text{ (km)}$	Ülesande sisu mõistmine (selgitused, joonis jms) 1 punkt Mõlema auto poolt 2 minuti jooksul läbitud teepikkuse arvutamine 2 punkti Koosinusteoreemi teadmine ja rakendamine autodevahelise

	kauguse arvutamisel 2 punkti
--	-------------------------------------

(2013)(10 punkti)

1. Lahendage võrrand $\log_2 2x = 2\log_2 x + \log_2 \frac{x}{2}$.
2. Sügavkülmikusse pandud toiduaine temperatuuri $y(^{\circ}\text{C})$ ajahetkel $x(\text{h})$ kirjeldab valem $y = 32 \cdot 2^{-x} - 16$.
 - 1.1 Mis on toiduaine temperatuur külmikusse paneku hetkel $x = 0$?
 - 1.2 Mitme tunni pärast on sügavkülmikusse pandud toiduaine temperatuur 0°C ?

Lahendus	Hindamine
1. $X = (0; \infty)$ $\log_2 2x = 2\log_2 x + \log_2 \frac{x}{2}$ $\log_2 2x = \log_2 \left(\frac{x^2 \cdot x}{2} \right)$ $2x = \frac{x^3}{2} \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0(\text{vl}); x_2 = -2(\text{vl}); x_3 = 2$ Kontroll. $x = 2$; $\text{vp} = \log_2 4 = 2$ $\text{pp} = 2\log_2 2 + \log_2 1 = 2; \text{vp} = \text{pp}$ 2.1. $y(0) = 32 \cdot 2^0 - 16 = 16^{\circ}\text{C}$ 2.2. Mitme tunni pärast on temperatuur 0°C? $32 \cdot 2^{-x} - 16 = 0 \Rightarrow 2^{-x} = 2^{-1} \Rightarrow x = 1(\text{h})$	Logaritmime reeglite ja omaduste kasutamine 4 punkti Võrrandi lahendamine 1 punkt Lahendite kontroll 1 punkt Algtemperatuuri arvutamine 1 punkt Õpilane mõistab ülesande sisu (lahendada tuleb eksponent-võrrand $y = 0$) 1 punkt Võrrandi lahendamine 2 punkti

(2012) (10 punkti)

Paneelmajade vahelisele platsile tahetakse ehitada ristkülikukujuline mänguväljak. Laste ohutuse tagamiseks tuleb mänguväljaku kolm külge piirata aiaga. Leidke sellise mänguväljaku suurim võimalik pindala, kui piirdeaia pikkus on 44 m.

Lahendus	Hindamine
Olgu maatüki mõõtmed x (m) ja y (m). Teksti põhjal: $P = x + 2y = 44$. Mänguväljaku pindala peab olema maksimaalne, st $S = xy \rightarrow \max$. $S'(y) = [y(44 - 2y)]' = 44 - 4y$; $44 - 4y = 0 \Rightarrow y = 11$ (m). Kas on maksimaalne? $S''(y) = -4 < 0 \Rightarrow y = 11$ (m) on maksimaalne Ristküliku teine külg: $x = 22$ (m). $S_{\max} = 11 \cdot 22 = 242$ (m²)	Ekstreemumülesande sisu mõistmine (nt selgitused, joonis vm) 1 punkt Piirdeaia kogupikkuse avaldamine mänguväljaku pikkuse ja laiuse kaudu 1 punkt Pindala avaldamine 1 punkt Pindala avaldamine ühe muutuja funktsioonina 1 punkt Tuletise leidmine 2 punkti Mänguväljaku mõõtmete arvutamine 2 punkti Põhjendus et on tegemist maksimaalse pikkusega (laiusega) 1 punkt Maksimaalse pindala arvutamine 1 punkt

(2013) (10 punkti)

Mobiilioperaator pakub kolme erinevat teenust:

- 1) kõneteenus, millel on fikseeritud tasu ainult kõnealustuse eest, st tasu ei sõltu kõne pikkusest;
- 2) fikseeritud tasuga SMS-i saatmise teenus;
- 3) fikseeritud tasuga MMS-i saatmise teenus.

Aasta kolme esimese kuu kohta sai klient järgmise arve:

Kuu	Kõnede arv	SMS-ide arv	MMS-ide arv	Summa

jaanuar	26	15	5	4,4 €
veebbruar	30	0	2	3,3 €
märts	14	5	3	2,2 €

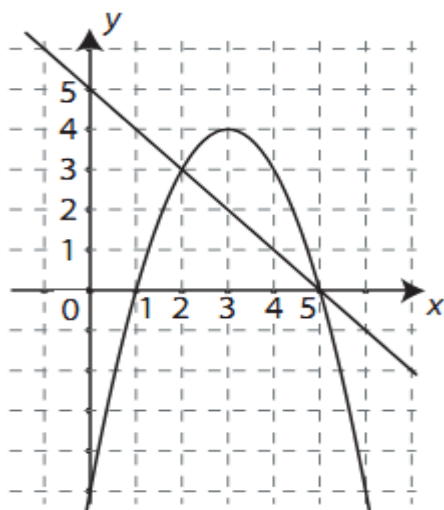
Leidke selle mobiilioperaatori kõnealustustasu ning ühe SMS-i ja MMS-i saatmise hind.

Lahendus	Hindamine
x – kõnede arv; y – SMS arv; z – MMS arv Teksti põhjal: $\begin{cases} 26x + 15y + 5z = 4,4 \\ 30x + 2z = 3,3 \\ 14x + 5y + 3z = 2,2 \end{cases} \Rightarrow z = 1,65 - 15x$ Asendusvõtte: $\begin{cases} 26x + 15y + 5(1,65 - 15x) = 4,4 \\ 14x + 5y + 3(1,65 - 15x) = 2,2 \end{cases} \Rightarrow x = 0,1 (\text{€}); y = 0,07 (\text{€})$ $z = 1,65 - 15 \cdot 0,1 = 0,15 (\text{€})$ Kontroll. Jaanuar: $26 \cdot 0,1 + 15 \cdot 0,07 + 5 \cdot 0,15 = 4,4 (\text{€})$ Veebruar: $30 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,15 = 3,3 (\text{€})$ Märts: $14 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,07 + 3 \cdot 0,15 = 2,2 (\text{€})$ Vastus. Mobiilioperaatori kõnealustustasu on 0,1 €, SMS-i saatmise hind on 0,07 € ja MMS-i saatmise hind on 0,15 €	Ülesande sisu mõistmine (nt muutujate valimine) 1 punkt Võrrandite koostamine 3 punkti Võrrandisüsteemi lahendamine (sh lahendusvõtte valik) 3 punkti Sisuline kontroll 3 punkti

(2014) (5 punkti)

Joonisel on funktsioonide $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ ja $g(x) = 5 - x$ graafikud.

1. Viirutage antud joontega piiratud kujund.
2. Arvutage selle viirutatud kujundi pindala



Lahendus	Hindamine
<u>I variant:</u> Rajad: $-x^2 + 6x - 5 = 5 - x$ $x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = 5$ NB! Rajad võib leida ka jooniselt! Pindala: $S = \int_2^5 (-x^2 + 6x - 5 - 5 + x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{7x^2}{2} - 10x \right) \Big _2^5 =$ $-\frac{125}{3} + 87,5 - 50 - \left(-\frac{8}{3} + 14 - 20 \right) = 4,5 \text{ (pü)}$ <u>II variant:</u> $S_1 = \int_2^5 (-x^2 + 6x - 5) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x \right) \Big _2^5 = -\frac{125}{3} + 75 - 25 -$ $-\left(-\frac{8}{3} + 12 - 10 \right) = 9 \text{ (pü)}$ (parabooli ja x-teljega piiratud kujundi pindala)	Kujundi viirutamine 1 punkti Õiged rajad ja õige integreeritav funktsioon 2 punkti Integreerimine 1 punkt Pindala arvutamine 1 punkt Õiged rajad ja õige integreeritav funktsioon 2 punkti Integreerimine 1 punkt

$S_2 = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4,5 \text{ (pü)}$ (sirge ja x-teljega piiratud kujundi pindala)	
---	--

(2014) (10 punkti, neist 5 punkti ühisosa)

1. Oksjonil müüdi maali alghinnaga 150 eurot. Nii esimene kui ka iga järgmine hinnapakkuja suurendas panust ühe ja sama summa võrra. On teada, et kümnes pakkumine oli 1400 eurot ning maali ostis kolmekümnenda pakkumise teinud osaleja. Mis hinnaga osteti maal?

2. Samal oksjonil müüdi antiikese, mille ostuhind oli 2500 eurot. Eksperdi hinnangul oli eseme tegelik väärtus vaid 1900 eurot. Eksperdi hinnangul tõuseb eseme väärtus 4% aastas. Mitu aastat peaks oksjoni toimumisest mööduma, et eseme tegelik väärtus ja ostuhind oleksid võrdsed?

Lahendus	Hindamine
1. $a_1 = 150 \text{ €}$ $a_{11} = 1400 \text{ €}$ Leida: $a_{31} = ?$ $a_{11} = a_1 + 10d \Rightarrow d = \frac{a_{11} - a_1}{10}$ $d = \frac{1400 - 150}{10} = 125 \text{ (€)}$ $a_{31} = a_1 + 30d; a_{31} = 150 + 30 \cdot 125 = 3900 \text{ (€)}$ 2. $a_1 = 1900 \text{ (€)}$ $q = 1,04$ $a_n = 2500 \text{ (€)}$ Leida: $n = ?$	Ülesande sisu mõistmine (st õpilane saab aru, et aritmeetiline jada, millised andmed on tekstis antud ja mitmes jada liige tuleb leida) 2 punkti Üldliikme valemi teadmine 1 punkt Jada vahe d arvutamine 1 punkt Ostuhinna arvutamine 1 punkt Ülesande sisu mõistmine (st millised andmed on tekstis antud) 2 punkt Üldliikme valemi rakendamine 1 punkt Vastuse arvutamine 2 punkti

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $2500 = 1900 \cdot 1,04^{n-1} \Rightarrow 1,04^{n-1} = \frac{2500}{1900} \Rightarrow$ $n - 1 = \frac{\log 25 - \log 19}{\log 1,04} \approx 7 \text{ aastat}$	
--	--