

Matemaatika RE põhieksami 2022 ülesanded ja hindamisjuhend

KITSAS KURSUS

Ülesanne 1. (5 punkti)

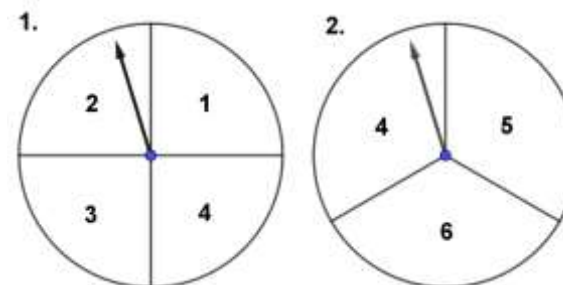
Lahendage võrratusesüsteem
$$\begin{cases} 3x - 12 > -2x - 15 \\ \frac{x-2}{4} - 5 \leq \frac{2x-3}{2} \end{cases}.$$

Lahendus	Teadmised ja oskused / hindamine	Punktid	Hindamiskast
$\begin{cases} 3x - 12 > -2x - 15 \\ \frac{x-2}{4} - 5 \leq \frac{2x-3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2x > -15 + 12 \\ x - 2 - 20 \leq 4x - 6 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x > -3 \mid :5 \\ x - 4x \leq -6 + 2 + 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -0,6 \\ -3x \leq 16 \mid :(-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -0,6 \\ x \geq -5\frac{1}{3} \end{cases}$ <u>Vastus.</u> $x > -0,6$ või $L = (-0,6; \infty)$.	I võrratuse lahendamine (1 punkti) II võrratuse lahendamine (3 punkt) Võrratusesüsteemi lahendi leidmine (1 punkt)	5 punkti	Kast 1

Ülesanne 2. (5 punkti)

On kaks õnneratast, mida mängija võib keerutada. Esimesel rattal on neli võrdse suurusega sektorit ja teisel rattal kolm võrdse suurusega sektorit. Ratas saab peatuda ainult nii, et nool asub sektoril, mitte sektorite vahejoontel. Iga keerutamise tulemusel saab mängija sellise arvu punkte, mis on kirjas noolega osutatud sektoril.

1. Kui suur on tõenäosus, et ainult teist ratast keerutades saab mängija tulemuseks 6 punkti?
2. Missugustel juhtudel saab mängija mõlemat ratast ühe korra keerutades kokku 6 punkti?
3. Leidke tõenäosus, et mõlemat ratast ühe korra keerutades saab mängija kokku 6 punkti.

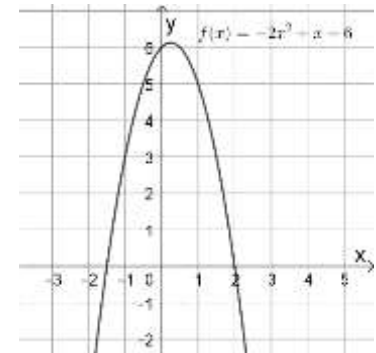


Lahendus	Teadmised ja oskused / hindamine	Punktid	Hindamiskast
1. Kuna soodsaid võimalusi on 1 (1 sektor) ja kokku 3 võrdset sektorit, on vastava sündmuse tõenäosus $P(A) = \frac{1}{3}.$ <u>Vastus.</u> Teisel rattal 6 punkti saamise tõenäosus on $\frac{1}{3}$.	Tõenäosuse mõiste rakendamine ja tõenäosuse arvutamine (1 punkt)	1 punkt	Kast 2
2. <u>Vastus.</u> 6 punkti saamiseks on kaks võimalikku juhtu: esimesel rattal 1 punkt ja teisel rattal 5 punkti või esimesel rattal 2 punkti ja teisel rattal 4 punkti.	6 punkti saamise juhtude kirjeldamine (1 punkt)	4 punkti	Kast 3
3. Vastavalt eelmisele punktile $P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ <u>Vastus.</u> Kokku 6 punkti saamise tõenäosus on $\frac{1}{6}$.	Korrutamise- ja liitmislause rakendamine ja tõenäosuse arvutamine (3 punkti)		

Ülesanne 3. (5 punkti)

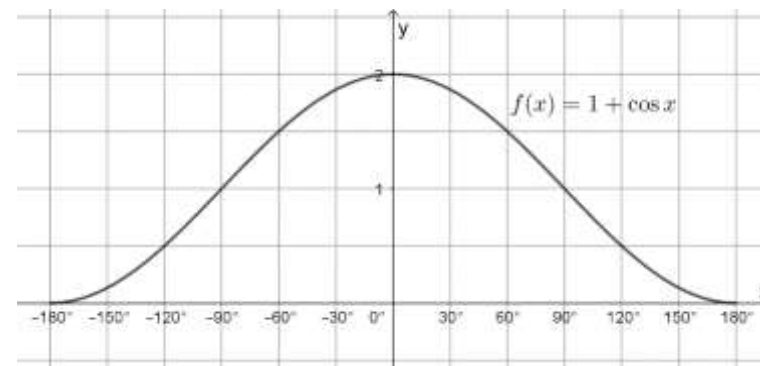
Joonisel on funktsiooni $f(x) = -2x^2 + x + 6$ graafik.

1. Lisage joonisele sirged $x=1$ ja $x=-1$ ning viirutage kujund, mida piiravad antud sirged, funktsiooni $f(x)$ graafik ja x -telg.
2. Arvutage viirutatud kujundi pindala.

[illegible]

Ülesanne 4. (5 punkti)

- Lihtsustage avaldis $\cos^2 \alpha - \frac{\sin \alpha}{\tan \alpha} + \sin^2 \alpha$.
- Joonisel on funktsiooni $f(x) = 1 + \cos x$ graafik lõigul $[-180^\circ; 180^\circ]$. Leidke sellel lõigul
 - muutuja x väärtused, mille korral $f(x) = 1,5$;
 - funktsiooni $f(x)$ suurim väärtus.



Lahendus	Teadmised ja oskused / hindamine	Punktid	Hindamiskast
1. $\cos^2 \alpha - \frac{\sin \alpha}{\tan \alpha} + \sin^2 \alpha = 1 - \sin \alpha : \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 1 - \cos \alpha$ <u>Vastus.</u> Lihtsustatud avaldis on $1 - \cos \alpha$.	Põhiseoste $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ja $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ rakendamine, avaldise lihtsustamine (3 punkti)	3 punkti	Kast 5
2. 1) <u>Vastus.</u> Muutuja x väärtused on $x_1 = -60^\circ$ ja $x_2 = 60^\circ$. 2) <u>Vastus.</u> Funktsiooni suurim väärtus on $y_{\max} = 2$.	Muutuja x väärtuste leidmine (1 punkt) Funktsiooni suurima väärtuse leidmine (1 punkt)	2 punkti	Kast 6

Ülesanne 5. (10 punkti)

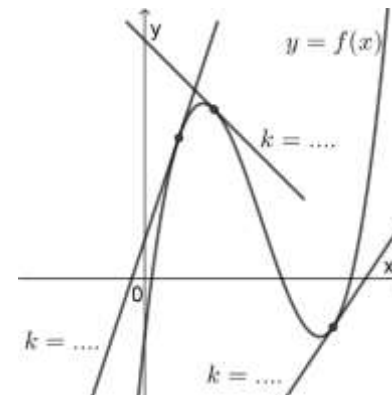
1. Lihtsustage avaldised $A = \frac{3a^2 - 9ab}{a^2 - 2ab + b^2} : \left(\frac{a}{2a + 2b} - \frac{ab}{a^2 - b^2} \right)$ ja $B = 2(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)$.
2. Arvutage avaldiste A ja B väärtused, kui $a = \log_3 81$, $b = 1,5^{-1}$ ja $x = 7,5$.

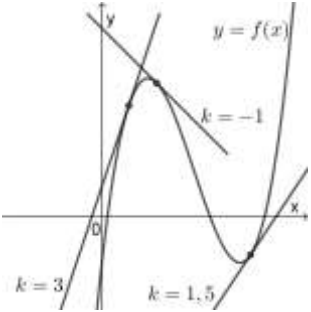
Lahendus	Teadmised ja oskused / hindamine	Punktid	Hindamiskast
1. $A = \frac{3a(a-3b)}{(a-b)^2} : \frac{a(a-b)-2ab}{2(a+b)(a-b)} =$ $= \frac{3a(a-3b) \cdot 2(a+b)(a-b)}{(a-b)^2 \cdot (a^2-3ab)} =$ $= \frac{6a(a-3b)(a+b)}{(a-b) \cdot a(a-3b)} = \frac{6(a+b)}{a-b}$ $B = 2(x-4) = 2x-8$ <u>Vastus.</u> Lihtsustatud avaldised on $A = \frac{6(a+b)}{a-b}$ ja $B = 2x-8$.	Avaldise A lihtsustamine (5 punkti)	5 punkti	Kast 7
2. $a = \log_3 81 = 4$; $b = 1,5^{-1} = \frac{2}{3}$ $A = \frac{6\left(4 + \frac{2}{3}\right)}{4 - \frac{2}{3}} = 8,4$; $B = 2 \cdot 7,5 - 8 = 7$ <u>Vastus.</u> Avaldiste väärtused on $A = 8,4$ ja $B = 7$.	Avaldise B lihtsustamine (1 punkt) a ja b väärtuste arvutamine (2 punkti) A ja B väärtuste arvutamine (2 punkti)	1 punkt 4 punkti	Kast 8 Kast 9

Ülesanne 6. (10 punkti)

Joonisel on funktsiooni $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ graafik ja kolm selle graafiku puutujat, mille tõusud on -1 , $1,5$ ja 3 .

1. Märkige iga puutuja juurde selle tõus.
2. Leidke funktsiooni $f(x)$
 - 1) tuletis;
 - 2) kasvamis- ja kahanemisvahemikud.
3. Koostage funktsiooni $f(x)$ graafiku puutuja võrrand kohal $x_0 = 4$.



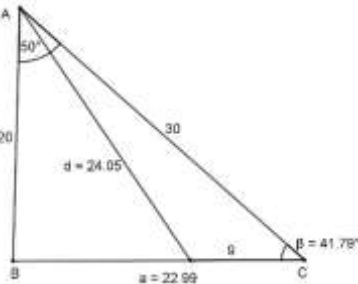
Lahendus	Teadmised ja oskused / hindamine	Punktid	Hindamiskast
1. 	Tõusude õigete väärtuste määramine (1 punkt)	1 punkti	Kast 10
2. 1) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ 2) $X^\uparrow : f'(x) > 0$ ja $X^\downarrow : f'(x) < 0$ $f'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = 3$ 	Funktsiooni tuletise leidmine (1 punkt) Tuletise nullkohtade leidmine (1 punkt) Kasvamis- ja kahanemisvahemike leidmine (3 punkti)	5 punkti	Kast 11

<u>Vastus.</u> $X_1^\uparrow = (-\infty; 1)$; $X_2^\uparrow = (3; \infty)$ ja $X^\downarrow = (1; 3)$ 3. $y_0 = f(4) = 4^3 - 6 \cdot 4^2 + 9 \cdot 4 - 1 = 3$, puutepunkt $P(4; 3)$ puutuja tõus $k = f'(x_0) \Rightarrow k = 3 \cdot 4^2 - 12 \cdot 4 + 9 = 9$ Puutuja võrrand $y - 3 = 9(x - 4)$ ehk $y = 9x - 33$ <u>Vastus.</u> Puutuja võrrand on $y = 9x - 33$	Puutepunkti ordinaadi leidmine (1 punkt) Puutuja tõusu tingimuse rakendamine ja tõusu arvutamine (2 punkti) Puutuja võrrandi koostamine (1 punkt)	4 punkti	Kast 12
---	--	------------------------	-----------------------

Ülesanne 7. (10 punkti)

Aiamaa krunt on kolmnurgakujuline. Krundi külje AB pikkus on 20 m, külje AC pikkus on 30 m ja nende külgede vaheline nurk on 50° .

1. Tehke tekstile vastav joonis.
2. Arvutage krundi übermõõt ja pindala.
3. Krundile on paigaldatud kaks aiavalgustit. Üks neist asub tipus A ja teine küljel BC täpselt 9 m kaugusel tipust C . Arvutage, kui kaugel asuvad valgustid teineteisest.

Lahendus	Teadmised ja oskused / hindamine	Punktid	Hindamiskast
1.  2. $a = \sqrt{20^2 + 30^2 - 2 \cdot 20 \cdot 30 \cdot \cos 50^\circ} \approx 23$ (m) $P \approx 20 + 30 + 23 = 73$ (m) $S = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 30 \cdot \sin 50^\circ \approx 229,8 \approx 230$ (m²) <u>Vastus.</u> Krundi ümbermõõt on 73 m ja pindala 230 m². 3. $\frac{23}{\sin 50^\circ} = \frac{20}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \beta = \frac{20 \sin 50^\circ}{23} \approx 0,6661$ $\beta \approx 41,8^\circ$ $d = \sqrt{30^2 + 9^2 - 2 \cdot 30 \cdot 9 \cdot \cos 41,8^\circ} \approx 24$ (m) <u>Vastus.</u> Kaugus valgustite vahel on 24 m.	Joonise tegemine (1 punkt) Koosinusteoreemi rakendamine, külje pikkuse leidmine (2 punkti) Ümbermõõdu leidmine (1 punkt) Pindala leidmine (2 punkti) Siinus- ja koosinusteoreemide rakendamine, valgustitevahelise kauguse leidmine (4 punkti)	6 punkti 4 punkti	Kast 13 Kast 14

Ülesanne 8. (10 punkti)

Lahendage võrrandid.

1. $\log_2(2x^2 - 5x + 5) = 3$

2. $0,5^{2x+1} = 16^{1,5-x}$

Lahendus	Teadmised ja oskused / hindamine	Punktid	Hindamiskast
1. $\log_2(2x^2 - 5x + 5) = 3 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 5 = 2^3$ $2x^2 - 5x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 7}{4}$ $x_1 = 3; x_2 = -0,5$ Kontroll. $x_1 = 3$: $v = \log_2(2 \cdot 3^2 - 5 \cdot 3 + 5) = \log_2 8 = 3, v = p$ $x_2 = -0,5$: $v = \log_2(2 \cdot (-0,5)^2 - 5 \cdot (-0,5) + 5) = \log_2 8 = 3, v = p$ <u>Vastus.</u> $x_1 = 3; x_2 = -0,5$.	Logaritmi definitsiooni rakendamine ja võrrandi lahendamine (4 punkti) Lahendite kirjalik kontrollimine (1 punkti)	5 punkti	Kast 15
2. $0,5^{2x+1} = 16^{1,5-x} \Rightarrow (2^{-1})^{2x+1} = (2^4)^{1,5-x} \Rightarrow 2^{-2x-1} = 2^{6-4x}$ $-2x - 1 = 6 - 4x \Rightarrow -2x + 4x = 6 + 1 \Rightarrow 2x = 7$ <u>Vastus.</u> $x = 3,5$	Astendatavate teisendamine (2 punkti) Astme astendamise eeskirja rakendamine (1 punkt) Võrdse alusega astmete võrdsuse reegli rakendamine (1 punkt) Lineaarvõrrandi lahendamine (1 punkt)	5 punkti	Kast 16

Ülesanne 9. (10 punkti)

Fikseeritud hinnaga elektrikpaketi on elektri ühe kilovatt-tunni (kWh) hind päevatariifi järgi 14 senti ja öötariifi järgi 11 senti. Selle paketi valinud majaomanikul tuli septembris maksta elektri eest 42,94 eurot ja oktoobris 73,84 eurot.

Septembris oli tema majapidamise päevane elektritarbimine 40 kWh võrra väiksem kui oktoobris ja öine elektritarbimine kaks korda väiksem kui oktoobris.

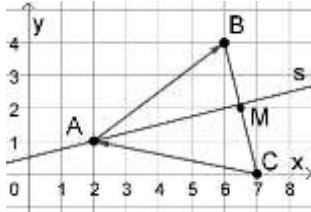
Mitu kilovatt-tundi elektrit tarbis majaomanik kummaski kuus?

Lahendus	Teadmised ja oskused / hindamine	Punktid	Hindamiskast
Septembris päevatariifiga x kWh ja öötariifiga y kWh; $42,94 \text{ €} = 4294 \text{ s.}$ $14x + 11y = 4294$ Oktoobris päevatariifiga $x + 40$ kWh ja öötariifiga $2y$ kWh; $73,84 \text{ €} = 7384 \text{ s.}$ $14(x + 40) + 11 \cdot 2y = 7384$ $\begin{cases} 14x + 11y = 4294 \\ 14(x + 40) + 22y = 7384 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 14x + 11y = 4294 \\ 14x + 560 + 22y = 7384 \end{cases}$ $\begin{cases} 14x + 11y = 4294 \cdot (-1) \\ 14x + 22y = 6824 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -14x - 11y = -4294 \\ 14x + 22y = 6824 \end{cases}$ $11y = 2530 \Rightarrow y = 230$ $x = \frac{4294 - 11 \cdot 230}{14} = 126$ Septembris tarbiti päevatariifiga 126 kWh ja öötariifiga 230 kWh; oktoobris päevatariifiga $126 + 40 = 166$ kWh ja öötariifiga $2 \cdot 230 = 460$ kWh. September: $126 + 230 = 356$ (kWh), oktoober: $166 + 460 = 626$ (kWh). <u>Vastus.</u> Majaomanik tarbis elektrit septembris 356 kWh ja oktoobris 626 kWh.	Võrrandisüsteemi koostamine, sh tundmatute kirjeldamine ja ühikute teisendamine (4 punkti) Võrrandisüsteemi lahendamine (4 punkti) Teise kuu tarbitud elektrikoguste ja kummagi kuu kogutarbimise arvutamine (2 punkt)	10 punkti	Kast 17

Ülesanne 10. (10 punkti)

On antud punkt $A(2; 1)$ ning vektorid $\overrightarrow{AB} = (4; 3)$ ja $\overrightarrow{CA} = (-5; 1)$.

1. Joonestage antud koordinaatteljestikku kolmnurk ABC .
2. Koostage sirge BC võrrand.
3. Koostage võrrand sirgele s , mis läbib punkti A ja on risti sirgega BC .
4. Põhjendage arvutustega, kas sirge s läbib kolmnurga ABC külje BC keskpunkti.

Lahendus	Teadmised ja oskused / hindamine	Punktid	Hindamiskast
1. $B(2+4; 1+3) \Rightarrow B(6; 4)$ $C(2+5; 1-1) \Rightarrow C(7; 0)$ 	Joonise tegemine (2 punkti)	2 punkti	Kast 18
2. $\frac{x-6}{7-6} = \frac{y-4}{0-4} \Rightarrow \frac{x-6}{1} = \frac{y-4}{-4} \Rightarrow$ $\Rightarrow -4(x-6) = y-4 \Rightarrow -4x - y = -28$ <u>Vastus.</u> Sirge BC võrrand on $y = -4x + 28$.	Sirge BC võrrandi koostamine mis tahes viisil (2 punkti)	2 punkti	Kast 19
3. Sirge BC tõus on $k_1 = -4$ Ristuvate sirgete korral $k_1 \cdot k_2 = -1 \Rightarrow k_2 = -1 : (-4) = \frac{1}{4}$ Sirge s võrrand: $y - 1 = \frac{1}{4}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ <u>Vastus.</u> Sirge s võrrand on $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$.	Sirge BC tõusu leidmine, ristuvate sirgete tõusude omaduse rakendamine (2 punkti) Sirge s võrrandi koostamine (1 punkti)	3 punkti	Kast 20

4. Lõigu BC keskpunkt $M\left(\frac{6+7}{2}; \frac{4+0}{2}\right) \Rightarrow M(6,5; 2)$ $2 \neq \frac{1}{4} \cdot 6,5 + \frac{1}{2}$, sirge ei läbi punkti M. või $AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ $AC = \sqrt{(-5)^2 + 1^2} = \sqrt{26}$ Kuna $AB \neq AC$, siis kolmnurk ABC ei ole võrdhaarne ja kolmnurga tipust A tõmmatud kõrgus ei läbi külje BC keskpunkti. <u>Vastus</u>. Sirge s ei läbi külje BC keskpunkti.	Lõigu BC keskpunkti leidmine (1 punkt) Arvutuste põhjal otsuse tegemine (2 punkti) või külgede AB ja AC pikkuste arvutamine (2 punkti) Otsuse tegemine (1 punkt)	3 punkti	Kast 21
--	--	------------------------	-----------------------

Ülesanne 11. (10 punkti)

Mängu alguses on igal osalejal 200 punkti. Iga õnnestunud käigu korral saab mängija 5 punkti juurde. Esimese ebaõnnestunud käigu puhul võetakse mängijalt 3 punkti maha, iga järgmise ebaõnnestunud käigu korral võetakse maha 0,5 punkti rohkem kui eelmisel korral.

1. Maria tegi mängu käigus 18 õnnestunud käiku ja 18 ebaõnnestunud käiku. Mitu punkti oli Marial mängu lõpus?
2. Peeter kaotas mängu jooksul ühe ebaõnnestunud käigu eest 18 punkti. Mitmes ebaõnnestunud käik see tal oli?
3. Joosep tegi mängu alguses järjest 18 ebaõnnestunud käiku. Seejärel tegi ta ainult õnnestunud käike ja sai mängu lõpuks 234,5 punkti. Mitu õnnestunud käiku tegi ta mängu jooksul?

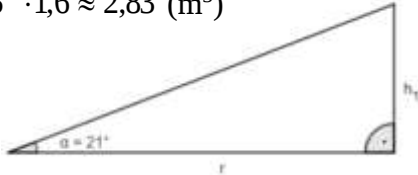
Lahendus	Teadmised ja oskused / hindamine	Punktid	Hindamiskast
1. Maria sai õnnestunud käikude eest $18 \cdot 5 = 90$ punkti. Ebaõnnestunud käikude eest kaotatud punktid moodustavad aritmeetilise jada: $a_1 = 3$; $d = 0,5$; $n = 18$. Ta kaotas $S_{18} = \frac{2 \cdot 3 + 17 \cdot 0,5}{2} \cdot 18 = 130,5$ punkti, mängu lõpus oli tal $200 + 90 - 130,5 = 159,5$ punkti. <u>Vastus</u>. Marial oli mängu lõpus 159,5 punkti.	Õnnestunud käikude eest saadud punktide leidmine (1 punkt) Ülesande sisu mõistmine (aritmeetiline jada) (1 punkt) Summa valemi rakendamine (2 punkti) Mängu lõppseisu arvutamine (1 punkt)	5 punkti	Kast 22
2. Peeter kaotas n-nda ebaõnnestunud käigu eest 18 punkti: $a_n = 18 \Rightarrow 3 + (n - 1) \cdot 0,5 = 18 \Rightarrow n = 31$ <u>Vastus</u>. See oli 31. ebaõnnestunud käik.	Üldliikme valemi rakendamine ja käigu järjekorranumbri leidmine (3 punkti)	3 punkti	Kast 23
3. 18 ebaõnnestunud käigu eest kaotas Joosep 130,5 punkti. Et saada mängu lõpuks 234,5 punkti, pidi ta juurde saama $234,5 - (200 - 130,5) = 165$ punkti. Selleks oli vaja teha $165 : 5 = 33$ õnnestunud käiku. <u>Vastus</u>. Joosep tegi 33 õnnestunud käiku.	Käikude arvu leidmine ja õige vastuse andmine (2 punkti)	2 punkti	Kast 24

Ülesanne 12. (10 punkti)

Klaaspakendite konteiner (vt joonist) koosneb silindri- ja selle peal asetsevast koonusekujulisest osast. Silindrikujulise osa kõrgus on 1,6 meetrit ja põhja ümbermõõt 4,7 meetrit. Koonusekujulise osa moodustaja ja põhja vaheline nurk on 21° .

1. Leidke klaaspakendite konteineri ruumala, arvestamata konteineri seinte paksust.
2. Olmeprügi konteineri ruumala on 770 liitrit. Kumma konteineri ruumala on suurem? Põhjendage oma vastust.



Lahendus	Teadmised ja oskused / hindamine	Punktid	Hindamiskast
1. Silindrikujuline osa: $C = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{4,7}{2\pi} \approx 0,75 \text{ (m)}$ $V_1 = \pi r^2 h \Rightarrow V_1 \approx \pi \cdot 0,75^2 \cdot 1,6 \approx 2,83 \text{ (m}^3\text{)}$  Koonusekujuline osa: $\tan \alpha = \frac{h_1}{r} \Rightarrow h_1 = r \tan \alpha$ $h_1 \approx 0,75 \cdot \tan 21^\circ \approx 0,29 \text{ (m)}$ $V_2 = \frac{1}{3} \pi r^2 h_1 \Rightarrow V_2 \approx \frac{1}{3} \pi \cdot 0,75^2 \cdot 0,29 \approx 0,17 \text{ (m}^3\text{)}$ Kogu konteineri ruumala $V = V_1 + V_2$ $V \approx 2,83 + 0,17 \approx 3 \text{ (m}^3\text{)}$ <u>Vastus.</u> Konteineri ruumala on 3 m^3. 2. $770 \text{ l} = 0,77 \text{ m}^3 < 3 \text{ m}^3$ <u>Vastus.</u> Klaaspakendi konteineri ruumala on suurem.	Konteineri põhja raadiuse leidmine (2 punkti) Silindri ruumala arvutamine (2 punkti) Koonuse kõrguse leidmine (2 punkti) Koonuse ruumala leidmine (2 punkti) Konteineri ruumala arvutamine (1 punkt) Võrdlus koos põhjendusega (1 punkt)	10 punkti	Kast 25

