

Matemaatika 2014. aasta riigieksami laia matemaatikakursuse katsetöö analüüs

Koostas Andres Talts

Sisu

1	Sissejuhatus	2
2	Katsetöö ülesannete lahendatuse analüüs	3
2.1	Katsetöö I osa ülesannetest	3
2.2	Katsetöö I osa ülesannete lahendatuse analüüs	5
2.3	Katsetöö II osa ülesannetest	14
2.4	Katsetöö II osa ülesannete lahendatuse analüüs	16
3	Õpilaste hinnangud ja ettepanekud	24
4	Õpetajate hinnangud ja ettepanekud	26

1 Sissejuhatus

2013. aasta kevadel korraldas SA Innove 2014. aastal toimuva matemaatika riigieksami teise katsetöö (esimene katsetöö toimus 2012. aasta kevadel). Katsetöö koostati eraldi nii kitsa kui laia matemaatikakursuse õppijale ning katsetöö sihtrühmaks olid 11. klassi õpilased. Koolide huvi katsetöös osalemise vastu oli väga suur. Piiratud ressursside tõttu moodustati osalemissoovist teatanud koolidest juhuvalim, kuhu kuulus erinevatest Eestimaa koolidest 1006 kitsa matemaatikakursuse ja 1039 laia matemaatikakursuse õppijat.

Tööde koostamisel jälgiti väga rangelt, et katsetööd vastaksid ainekava nõudmistele. Lisaks arvestati 2012. aasta kevadel toimunud katsetöö analüüsi tulemustega ning õpetajate ning õpilaste ettepanekutega katsetöö sisu ja vormi kohta.

Nii kitsa kui ka laia matemaatikakursuse katsetööd olid kaheosalised – I osa 120 minutit; II osa 150 minutit. Kahe osa vahel oli 30 minutiline vaheaeg.

Objektiivsete tulemuste saamiseks eeldati, et valimikoolide kitsa kursuse õppijad teevad kitsa kursuse töö ja laia kursuse õppijad laia kursuse töö. Valimikoolide õpilastele oli eelduseks, et laia matemaatikakursuse õpilased on läbinud vähemalt ainekava esimesed 10 kursust:

- I „Arvuhulgad. Avaldised”
- II „Võrrandid ja võrrandisüsteemid”
- III „Võrratused. Trigonomeetria I”
- IV „Trigonomeetria II”
- V „Vektor tasandil. Joone võrrand”
- VI „Tõenäosus, statistika”
- VII „Funktsioonid I. Arvjadad”
- VIII „Funktsioonid II”
- IX „Funktsiooni piirväärtus ja tuletis”
- X „Tuletise rakendused”

Samuti andsid valimikoolid SA Innovele kinnituse, et nad peavad juba mullu oktoobris koolidele saadetud kirjas esitatud tingimustest kinni ja lubasid, et õpetajad leiavad aega ka ettevalmistuseks. Kahjuks kõikide koolide puhul see nii ei olnud. Väga paljudes koolides oli osa teemadest (ka kursustest) läbimata, ettevalmistust ei toimunud või oli see minimaalne, õpilased ei olnud valmis või ei olnud motiveeritud objektiivsete tulemuste nimel pingutama ja massiliselt loobuti katsetöös osalemisest. Valimikoolide õpilaste tööd saadeti parandamata kujul SA Innove, kus katsetööd parandati ühtsetel alustel. Laia kursuse valimisse kuulunud õpilaste töödest jõudis SA Innove vaid 848, st ca 18% planeeritust vähem.

Õpetajatel oli SA Innove kodulehel võimalus anda tagasisidet toimunud katsetöö kohta. Õpilastel oli võimalus oma mõtted ja ettepanekud kirjutada katsetöö vihikusse, kohe pärast katsetöö lõppu.

Katsetöö laia kursuse valimis oli 848 õpilase tööd, neist eestikeelseid 636 (75%) ja venekeelseid 212 (25%). Tütarlapse oli valimis 504(59,4%) ja noormehi 344(40,6%).

Tabel 1. Laia kursuse katsetöö sooritatuse keskmised tulemused

	Punkte (max 100p)	I osa (max 50p)	II osa (max 50p)
Kogu valim	43,25	23,97	19,29
Eesti õppekeel	42,36	23,48	18,92
Vene õppekeel	45,92	25,54	20,39
Tütarlapsed	40,07	21,91	18,20
Noormehed	47,92	27,04	20,88
Tütarlapsed eesti õppekeel	39,35	21,44	17,96
Tütarlapsed vene õppekeel	42,29	23,49	19,00
Noormehed eesti õppekeel	47,11	26,68	20,43
Noormehed vene õppekeel	50,00	27,97	22,03

Tabeli 1 andmete põhjal võib öelda, et parimaid tulemusi saavutasid vene õppekeele koolide noormehed, kelle keskmine tulemus oli valimi keskmisest tulemusest 6,75 punkti võrra kõrgem. Nõrgim tulemus oli aga eesti õppekeele koolide tütarlastel – keskmine tulemus oli 10,65 punkti võrra madalam vene õppekeele koolide noormeeste tulemusest ja 3,9 punkti võrra madalam valimi keskmisest tulemusest.

Keskmised tulemused on kindlasti oodatust madalamad . Sellele avaldasid kindlasti mõju järgmised põhjused:

- Õpetajate väitel olid viimased kaks kursust (eriti just viimane) pooleli või läbi võtmata. NB! Tööle registreerumisel oli üheks tingimuseks esimese kümne kursuse läbimine.
- Ei korratud ühtegi 10 klassi teemat. Põhjuseks ajapuudus.

Kui 10. klassi teemad jäid kordamata, siis võiks ju eeldada, et sellevõrra paremini on lahendatud 11 klassi teemade ülesanded. Tegelik pilt oli aga pigem vastupidi.

- Õpilased ei näinud põhjust/vajadust pingutada hea tulemuse saamise nimel.

2 Katsetöö ülesannete lahendatuse analüüs

2.1. I osa tulemustest ülesannete lõikes

Tabel 2. I osa ülesannete lahendus protsentides

	ül 1 (5p)	ül 2 (5p)	ül 3 (5p)	ül 4 (5p)	ül 5 (10p)	ül 6 (10p)	ül 7 (10p)	I osa kokku
Kogu valim	61,2	46,9	55,1	52,1	51,8	39,7	40,7	47,94
Eesti õppekeel	58,8	47	56,2	51,2	48,7	38,4	40,8	46,96
Vene õppekeel	68	46,6	51,6	55	60,8	43,6	40,4	51,08
Tütarlapsed	58	42,6	48,6	47,4	49,4	32,6	38,4	43,82
Noormehed	65,8	53	64,4	59	55,2	50,1	44	54,08
Tütarlapsed eesti õppekeel	55,6	42,2	49,6	47	46,5	31,5	38,7	42,88

Tütarlapsed vene õppekeel	65,8	44,6	45,4	48,8	59	36,2	37,3	46,98
Noormehed eesti õppekeel	64	54,4	66,8	57,8	52,2	49,1	43,9	53,36
Noormehed vene õppekeel	70,6	49	58,8	62	62,9	52,5	44,1	55,94

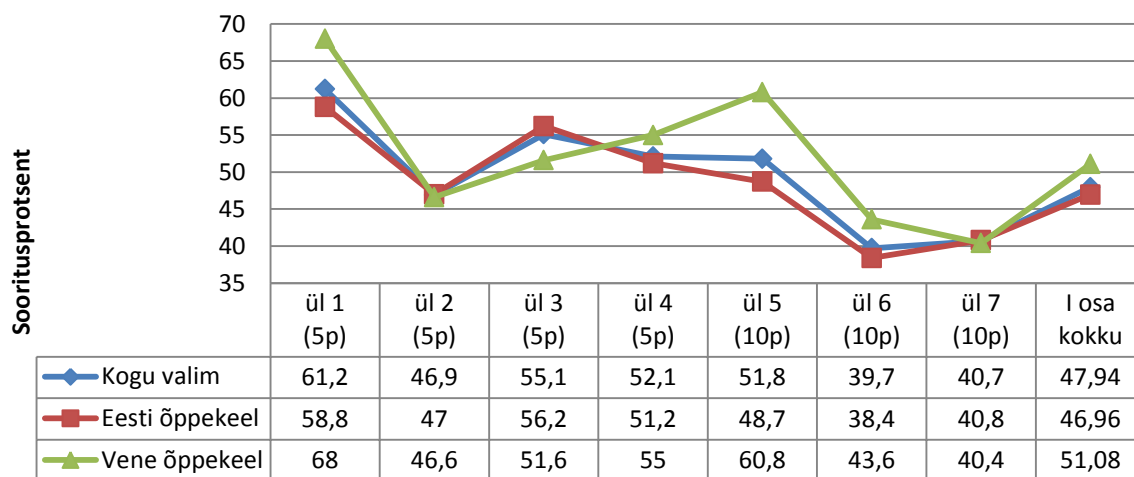
Tabelist 2 on näha, et 10 klassi teemadele koostatud ülesanded (ülesanded 1, 4 ja 5) on paremini lahendatud, kui 11. klassi teemadele koostatud ülesanded. Seega vastuolu õpetajate väitega, et ajapuudusel ei saanud 10. klassi teemasid korrata. Pigem võib väita, et 11. klassi teemad on õpilaste poolt halvasti omandatud või õpetamata. Kõige halvemini on lahendatud ülesanded 6 ja 7, mis on just 11. klassi teemad (jadad ning eksponent- ja logaritmifunktsioon).

Tabelis 3 on ülevaade lahendamata ülesannetest. Lahendamata ülesanneteks loeti ülesanded, mida õpilane ei olnud isegi proovinud lahendada.

Tabel 3. Katsetöö I osa lahendamata ülesannete protsentuaalne jaotus

	ül 1 (5p)	ül 2 (5p)	ül 3 (5p)	ül 4 (5p)	ül 5 (10p)	ül 6 (10p)	ül 7 (10p)
Kogu valim	2,8	8,3	7,4	7,3	4	16,7	9,9
Eesti õppekeel	2,8	9,7	6,6	6,6	4,2	14,9	8,3
Vene õppekeel	2,8	3,8	9,9	9,4	3,3	22,2	14,6
Tütarlapsed	2,6	8,5	6	6,3	2	16,3	10,7
Noormehed	3,2	7,8	9,6	8,7	7	17,4	8,7
Tütarlapsed eesti õppekeel	2,6	9,8	4,6	5,1	2,1	13,6	9,3
Tütarlapsed vene õppekeel	2,6	4,3	10,4	10,4	1,7	25,2	15,5
Noormehed eesti õppekeel	3,2	9,7	9,7	8,9	7,7	17	6,9
Noormehed vene õppekeel	3,1	3,1	9,3	8,2	5,2	18,6	13,4

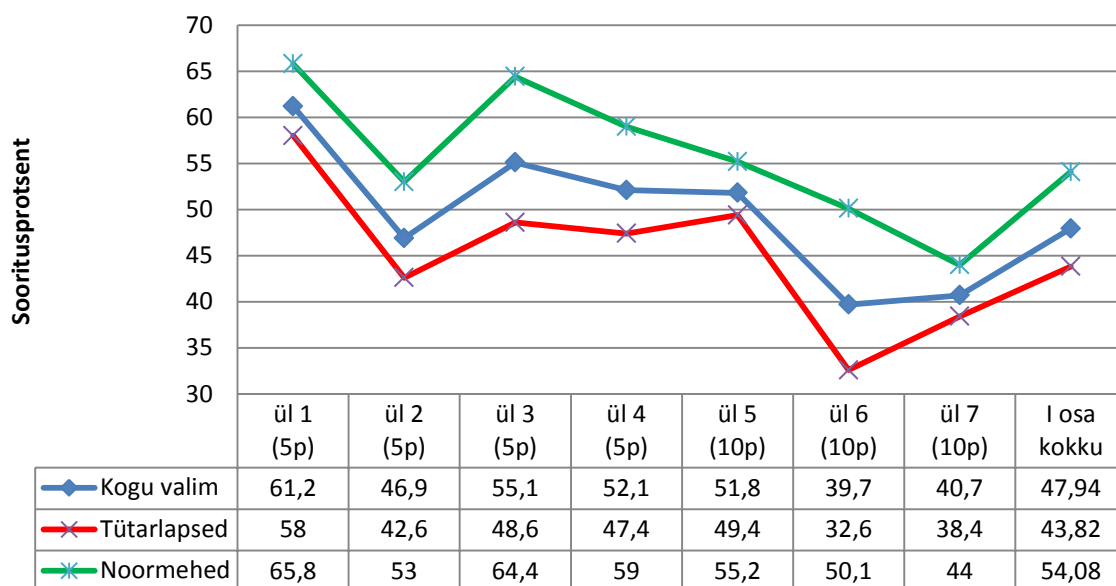
Taas tuleb tähelepanu juhtida 6. ja 7. ülesandele. Ülesannet 6 ei lahendanud iga kaheksas õpilane ning seejuures vene õppekeelega tütarlastest ei lahendanud seda ülesannet iga neljas õpilane. Ülesanne jäetakse tihti lahendamata ka seetõttu, et õpilane lihtsalt ei mõista tekstis toodut, st väga paljudel õpilastel puudub teksti lugemise oskuse, sellest vajalike andmete lugemise ja interpreteerimise oskus, oskus valida õiget lahendusstrateegiat (ülesanded 3, 4, 6 ja 7). Ülesanne 2, mis oli seotud trigonomeetriaga, jäi paljude õpilaste poolt lihtsalt lahendamata – seda ei vaadatagi, sest „trigonomeetriat ma ei oska“.



Joonis 1. Katsetöö I osa lahendatus lähtudes õpilaste õppekeelest

Jooniselt 1 on näha vene õppekeelega koolide õpilaste parem sooritus 1., 4., 5. ja 6. ülesande puhul. Eesti õppekeelega koolide õpilased lahendasid paremini vaid ülesannet 3.

Jooniselt 2 on näha, et kõiki I osa ülesandeid on noormehed lahendanud paremini kui tüdrukud.

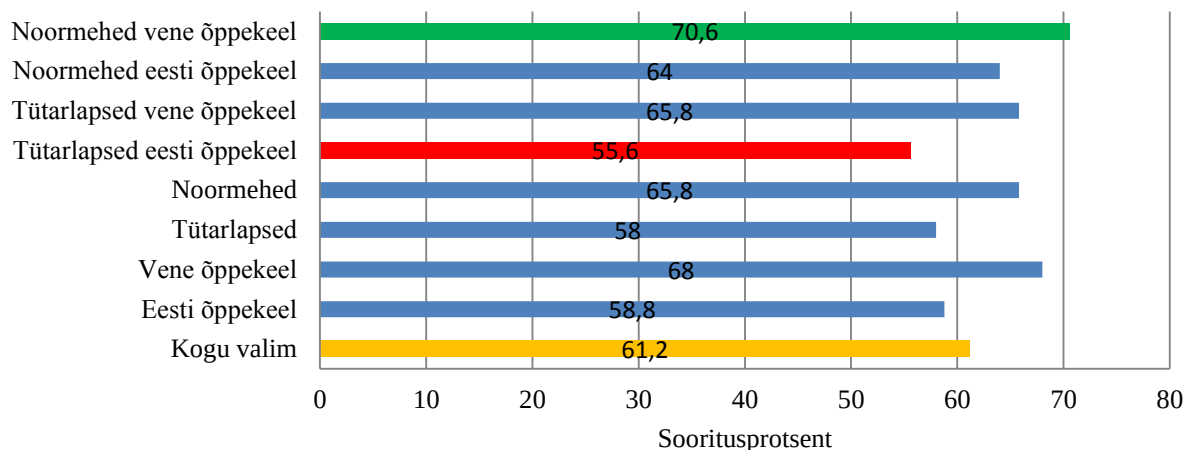


Joonis 2. Katsetöö I osa lahendatus lähtudes õpilaste soost

2.2. I osa üksikülesannete lahendatuse analüüs

Ülesanne 1(5 punkti)

Lihtsustage avaldis $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}+4} + \frac{4\sqrt{b}}{b-16}$ ja arvutage avaldise kõik võimalikud väärtused, kui $|b - 16| = 2$.



Keskmine tulemus oli 3,06 punkti, st sooritus 61,2%.

Kursus	Õppekava õpitulemused	Mõtlemistasand
I kursus	1) õpilane teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja irratsionaalavaldisi;	I
II kursus	2) õpilane defineerib arvu absoluutväärtust. 1) õpilane lahendab lihtsamaid üht absoluutväärtust sisaldavaid võrrandeid.	

Probleemid:

ühiseks nimetajaks võetakse nimetajate korrutis; taandatakse summast liidetavaid; ei tunta ruutude vahe valemit; koondatakse valesi; ei teata absoluutväärtuse definitsiooni; lihtsustamise asemel võrdsustatakse avaldis nulliga ja lahendatakse võrrand; võrrandi pooled tõstetakse ruutu.

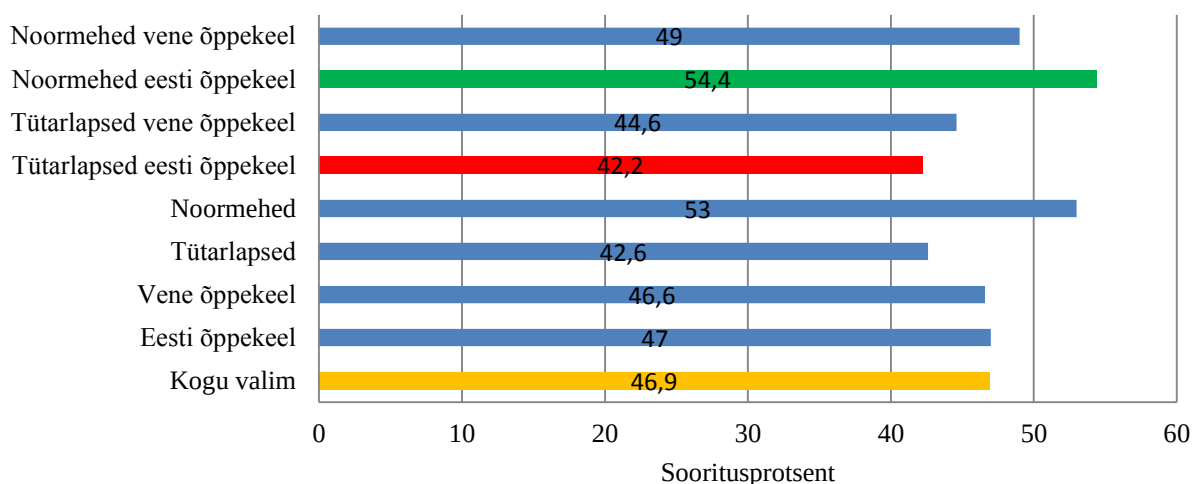
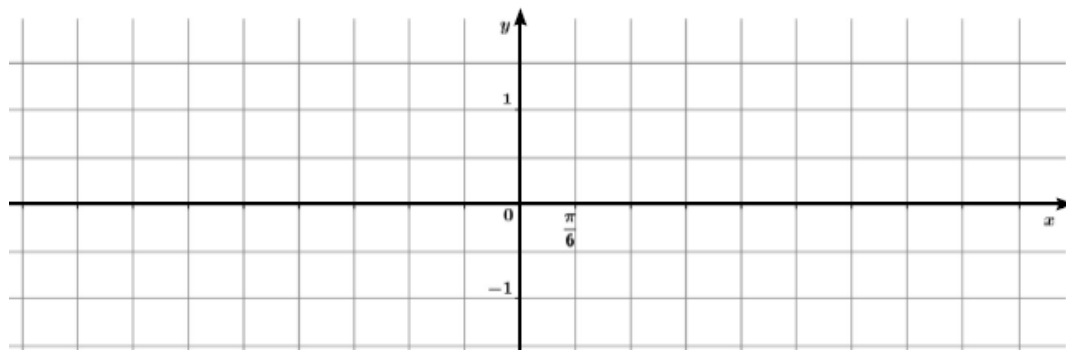
Näiteid õpilaste töödest:

- 1) $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}+4} = \frac{1}{5}$, taandatakse summast $\sqrt{b}$;
- 2) $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}+4} + \frac{4\sqrt{b}}{b-16} = \frac{\sqrt{b}(b-16)+4\sqrt{b}(\sqrt{b}+4)}{(\sqrt{b}+4)(b-16)} = 4\sqrt{b}$, taandatakse lugejast liidetavates sisalduvad hulkliikmed;
- 3) $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}+4} + \frac{4\sqrt{b}}{b-16} = 0$; tõstetakse võrrandite pooled ruutu ja saadakse $\frac{b}{b+16} = \frac{16b}{b^2-256}$, ...
- 4) $|b-16| = 2$, siis
 - a) ei osata midagi edasi teha;
 - b) $\frac{b}{b-16} = \frac{b}{2}$
 - c) $b = 18$, st ei vaadelda teist võimalust;
 - d) $b = \pm 18$.

Ülesanne 2 (5 punkti)

Joonestage ühes ja samas koordinaatteljestikus järgmiste funktsioonide graafikud:

- 1) lõigul $[-\pi; 0]$ funktsiooni $y = \cos 2x$ graafik;
- 2) lõigul $[0; \pi]$ funktsiooni $y = 1 - \sin x$ graafik.



Keskmine tulemus oli 2,34 punkti, st sooritus 46,9%.

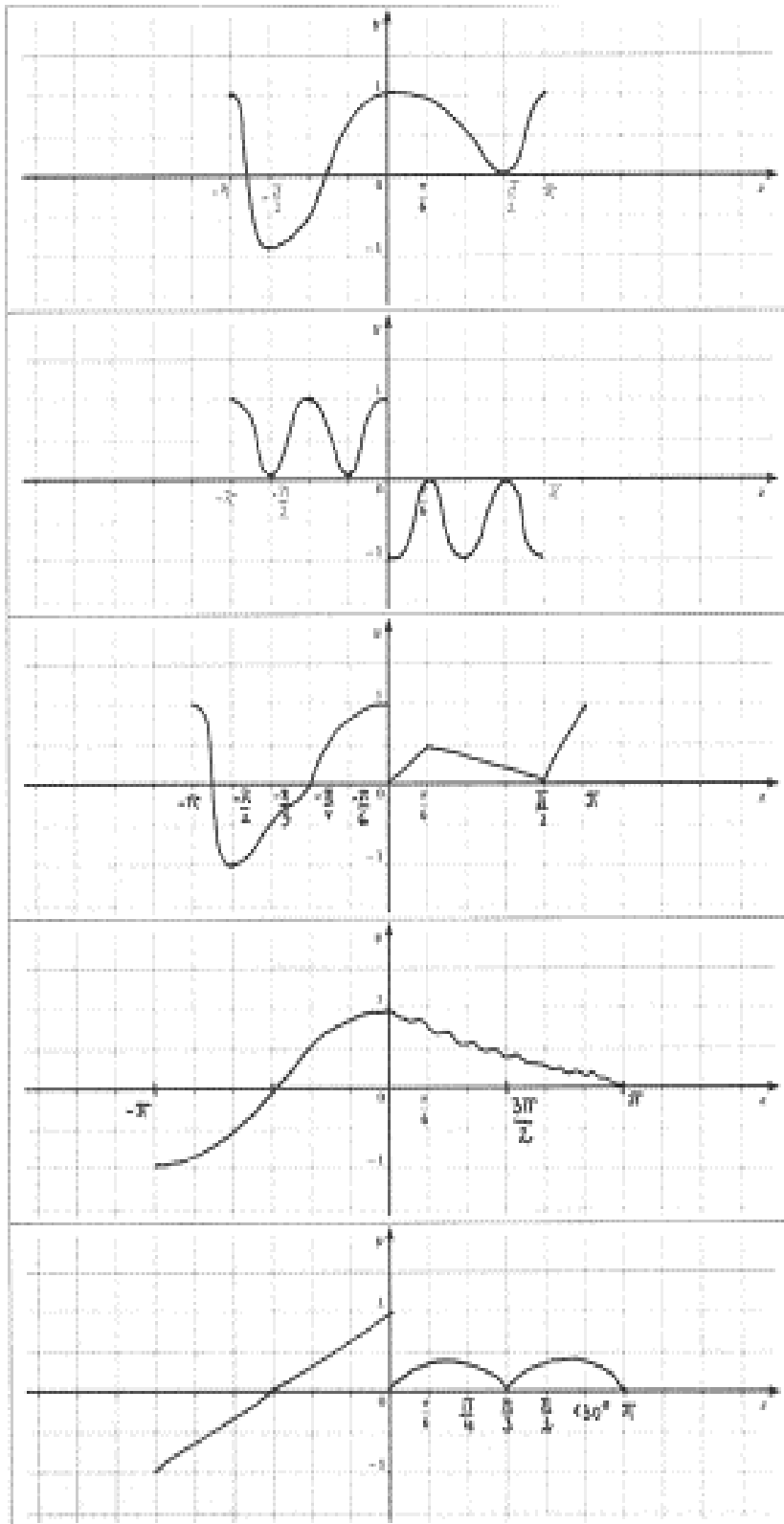
Kursus	Õppekava õpitulemused	Mõtlemistasand
IX kursus	1) õpilane selgitab funktsiooni perioodilisuse mõistet ning siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni mõistet;	II; III
VII kursus	2) õpilane joonestab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;	
	1) õpilane uurib ning kirjeldab funktsiooni $y = f(x)$ graafiku seost funktsioonide $y = f(x) + a$, $y = f(x + a)$, $y = f(ax)$, $y = a f(x)$ graafikutega;	

Probleemid:

ei märganud, et x -teljele oli juba märgitud $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{2}$ oli samaväärne π -ga; sageli x -teljel segamini kraadid ja radiaanid; ei arvestata funktsiooni kumeruse ega nõgususega; funktsiooni $y = 1 - \sin x$ asemel joonistatakse $y = -\sin x$; ei arvestata funktsiooni määramispiirkonda ega

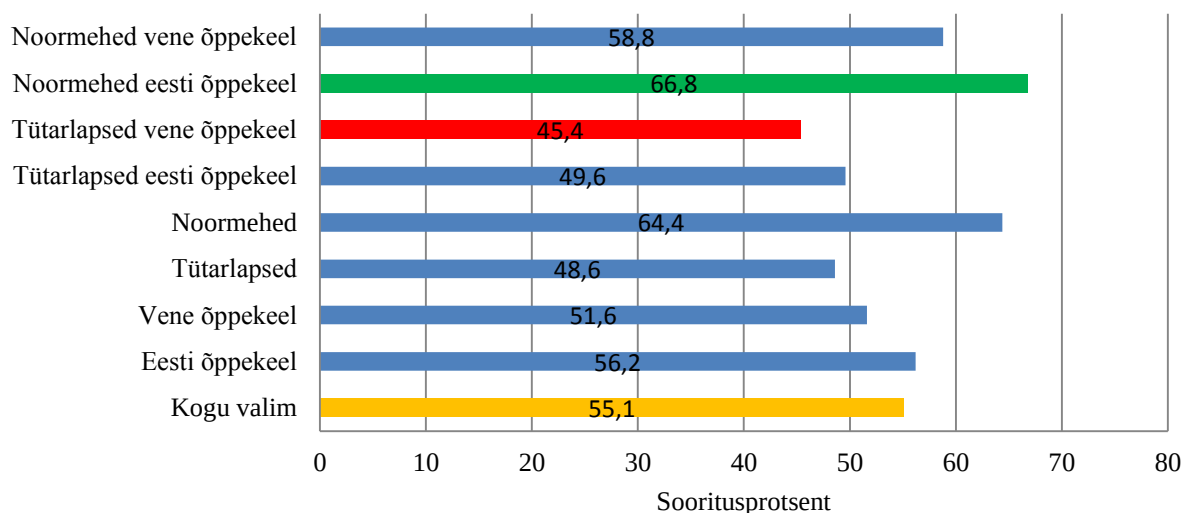
muutumispiirkonda; funktsiooni $y = \cos 2x$ asemel joonistatakse sageli funktsiooni $y = \cos x$ või funktsiooni $y = 2\cos x$ graafik.

Näiteid õpilaste töödest:



Ülesanne 3 (5 punkti)

Tööpäeva jooksul valmistati 500 ühesugust detaili, neist 180 valmistati esimeses tsehhis, 200 teises tsehhis ja ülejäänud kolmandas tsehhis. Esimeses ja kolmandas tsehhis toodetud detailid vastavad kvaliteedinõuetele tõenäosusega 0,9 ning teises tsehhis toodetud detailid tõenäosusega 0,85. Kui suur on tõenäosus, et selle tööpäeva jooksul valmistatud detailide seast juhuslikult võetud detail vastab kvaliteedinõuetele?



Keskmine tulemus oli 2,75 punkti, st sooritus 55,1%.

Kursus	Õppekava õpitulemused	Mõtlemistasand
I kursus	1) õpilane lahendab rakendusliku sisuga ülesandeid (sh protsentülesanded);	I
VI kursus	1) õpilane arvutab erinevate, ka reaalse eluga seotud sündmuste tõenäosusi;	

Probleemid:

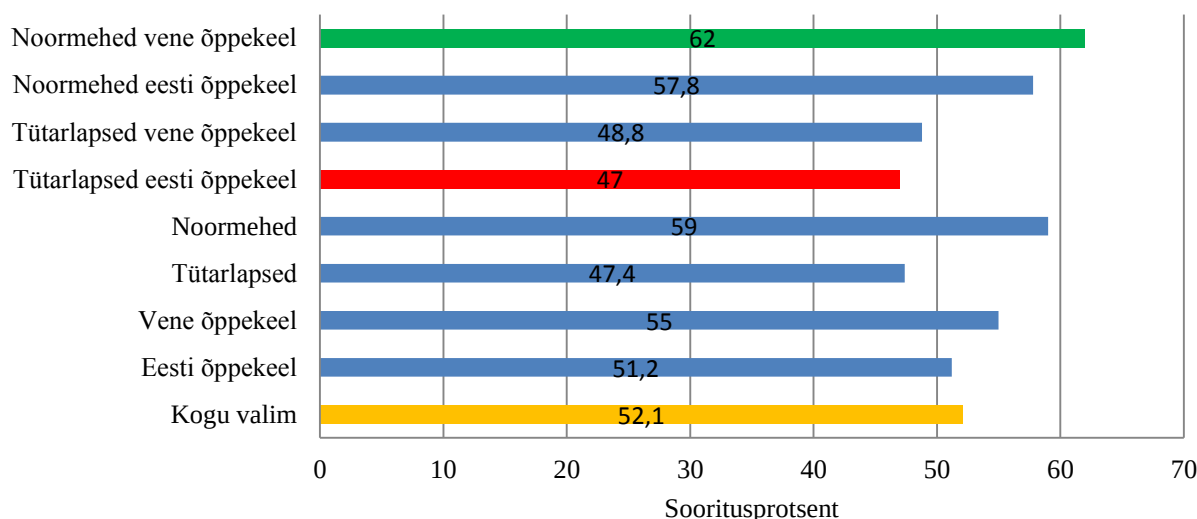
puudub teksti lugemise oskus; klassikalise tõenäosuse leidmine asendati täistõenäosuse leidmisega või Bernoulli'i jaotusele vastava sündmusega; segadused tõenäosuste liitmis- ja korrutamislausega; sageli lõppes lahendus III tsehhis toodetud detailide arvu leidmisega; leiti tõenäosuste keskväärtus.

Näited õpilaste töödest:

- 1) $P = 0,9 + 0,9 + 0,85$ või $P = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,85$;
- 2) $P = \frac{1}{3}(0,9 + 0,9 + 0,85)$ või $P = \frac{1}{3} \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,85$;
- 3) $\bar{x} = \frac{0,9+0,9+0,85}{3}$;
- 4) Vastus: Ülesandes toodud kvaliteetse toodangu tõenäosused ei vasta kvaliteedi nõuetele. Ülesandel puudub loogiline lahendus.

Ülesanne 4 (5 punkti)

Kaks autot alustasid punktist A üheaegselt sõitu. Autod sõitsid erinevates suundades, kumbki mööda sirgjoonelist teed. Esimese auto kiirus oli 90 km/h, teise auto kiirus 60 km/h ja teedevaheline nurk $\varphi = 120^\circ$. Leidke autodevaheline kaugus pärast kaheminutilist sõitu.



Keskmine tulemus oli 2,61 punkti, st sooritus 52,1%.

Kursus	Õppekava õpitulemused	Mõtlemistasand
IV kursus	1) õpilane rakendab siinus- ja koosinusteoreemi; 2) õpilane lahendab kolmnurga ning arvutab kolmnurga pindala; 3) õpilane rakendab trigonomeetria valemeid, lahendab erinevate eluvaldkondade ülesandeid.	I; II

Probleemid:

joonis jäeti tegemata või tehti valesti (teravnurkne kolmnurk); eksiti ühikute teisendamisel; koosinusteoreemi õiget valemit ei teata; kolmnurka vaadeldakse täisnurkse kolmnurgana, kus ülejäänud nurgad on 120° ja 60° ; kasutatakse siinusteoreemi; vastuses jäetakse lihtsalt 19 km, aga mitte $\sqrt{19}$ km; tehakse joonis ja vastus mõõdetakse jooniselt.

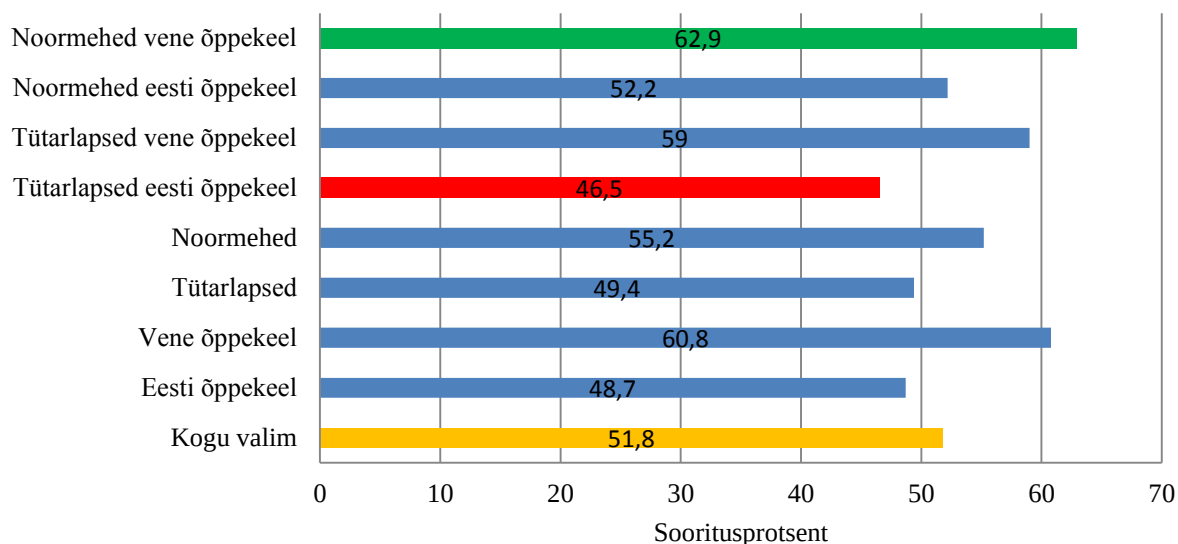
Näited õpilaste töödest:

- 1) $2 \text{ min} = \{0,02 \text{ h}; 0,032 \text{ s}; 0,02 \text{ s}; 0,2 \text{ h}\};$
- 2) vahemaa $2 + 3 = 5 \text{ km};$
- 3) $s = \frac{v}{t}; s_1 \cdot s_2 \cdot \sin \gamma;$
- 4) $90 \text{ km} = 9000 \text{ m};$
- 5) $\cos 120^\circ = 0,5$, nurk loetakse teravnurgaks;
- 6) koosinusteoreem:

$$c^2 = a^2 + b^2 = a^2 + b^2 \pm absiny = a^2 + b^2 \pm abcosy = a^2 \cdot b^2 \pm abcosy = a + b \pm abcosy.$$

Ülesanne 5 (10 punkti)

Lahendage võrratusesüsteem $\begin{cases} x^2 - x - 6 \geq 0 \\ (x - 4)^2(x + 3) > 0 \end{cases}$



Keskmine tulemus oli 5,18 punkti, st sooritus 51,8%.

Kursus	Õppekava õpitulemused	Mõtlemistasand
III kursus	1) õpilane selgitab võrratuse omadusi ning võrratuse ja võrratusesüsteemi lahendihulga mõistet; 2) õpilane selgitab võrratuste ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi; 3) õpilane lahendab lineaar-, ruut- ja murdvõrratusi ning lihtsamaid võrratusesüsteeme.	I; II

Probleemid:

ei teata, et võrratussüsteemi lahendamisel lahendatakse iga võrratus eraldi ja seejärel leitakse lahendihulcade ühisosa; võrratused asendatakse võrranditega ja kui osatakse, siis leitakse võrrandite lahendid ning seejärel kontrollitakse neid; eksitakse ruutvõrrandi lahendamisel; teine võrratus asendatakse kuupvõrratusega (võrrandiga), st avatakse sulud ja ei osata selle lahendamiseks midagi peale hakata; intervallmeetodit kasutatakse valesti (kuigi seda ju ei pea kasutama, saab ka teisiti).

Näited õpilaste töödest:

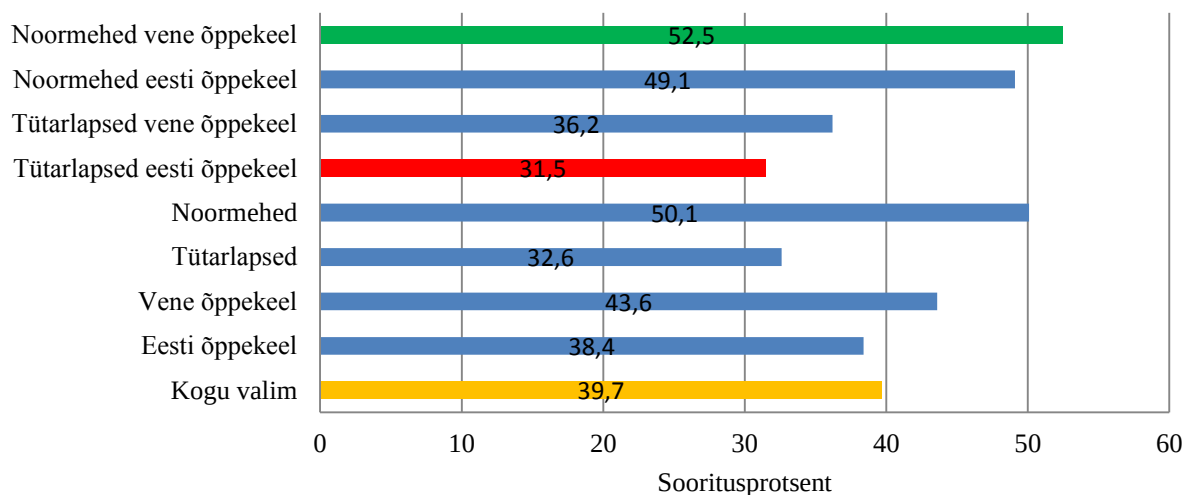
- $x^2 - x - 6 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3, x \geq -2$;
- $x^2 - x - 6 \geq 0 \Rightarrow x(x - 1) \geq 6, x \geq 6, x \geq 7$;
- $(x - 4)^2(x + 3) > 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 16 + x + 3 > 0 \dots$;
- $(x - 4)^2(x + 3) > 0 \Rightarrow x^3 - 5x^2 - 8x + 48 > 0$ ja edasi ei osata midagi teha;
- $(x - 4)^2 = (x - 4)(x + 4)$;
- liidetakse või korrutatakse või jagatakse võrratuste vastavad pooled.

Ülesanne 6 (10 punkti)

Ettevõtte juhtkond teeb pärast esimest tegevusaastat äriplaani. Ettevõtte soovib oma tootmist laiendada nii, et viiendal tegevusaastal valmistaks ettevõtte kaks korda rohkem tooteid kui just möödunud, st esimese tööaasta jooksul. Plaani järgi peaks valmistatavate toodete arv igal aastal võrreldes eelmisega suurenema täpselt sama arvu võrra.

1. Kui suur on planeeritav iga-aastane tootmiskasv, kui juba teisel tegevusaastal on plaanis valmistada 1000 toodet?

2. Mitu toodet kokku on planeeritud toota viie tegevusaastaga?



Keskmine tulemus oli 3,97 punkti, st sooritus 39,7%.

Kursus	Õppekava õpitulemused	Mõtlemistasand
VII kursus	1) õpilane selgitab arvjada, aritmeetilise ja geomeetrilise jada ning hääbuva geomeetrilise jada mõistet; 2) õpilane tuletab aritmeetilise ja geomeetrilise jada esimese n liikme summa ja hääbuva geomeetrilise jada summa valemid ning rakendab neid ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme valemeid ülesannete lahendamisel; 3) õpilane selgitab jada piirväärtuse olemust ning arvutab piirväärtuse; teab arvude π ja e tähendust: võrratuse omadusi ning võrratuse ja võrratustesüsteemi lahendihulga mõistet; 4) õpilane lahendab elulisi ülesandeid aritmeetilise, geomeetrilise ning hääbuva geomeetrilise jada põhjal.	I; II

Probleemid:

ei saadud aru, et tegemist oli aritmeetilise jadaga; lahenduses kasutatud tundmatud olid üldjuhul ilma selgituseta; võrrandisüsteemini ei jõutud; pakuti huupi lahendust või lahendati proovimise teel; ilmselt tänu sõnale *juurdekasv* kasutati liitprotsendilise kasvamise valemit; ei teata aritmeetilise jada n -esimese liikme summa valemit.

Näiteid õpilaste töödest:

- 1) iga-aastane juurdekasv saadakse: $1000 : 2$; $1000 : 5$ (ilma igasuguste selgitusteta);
- 2) $a_1 = \frac{a_2}{2} = 500 \Rightarrow d = 500$;
- 3) *iga aasta suureneb sama arvu võrra*, $100\% : 5 = 20\%$ võrra, seega 20% 1000-st on 200.
- 4) *kaks korda rohkem st 50%*;
- 5) kui a on aastane kasv ja b toodete arv esimesel aastal, siis $5a = 2b$ ja $2a = 1000$;
- 6) liikmete summa asemel leitakse jada viies liige.

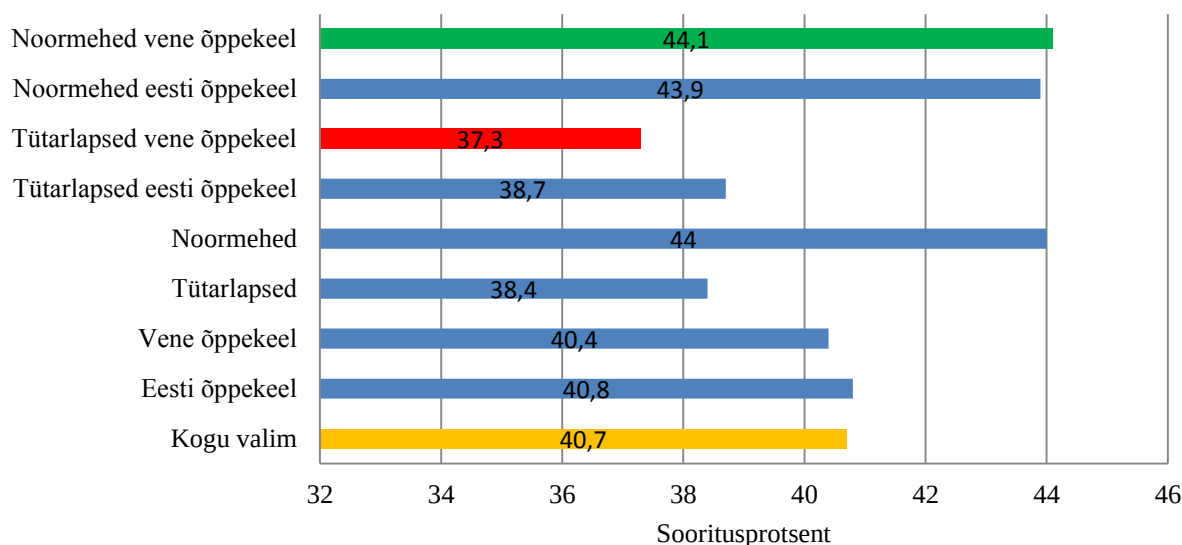
Ülesanne 7 (10 punkti)

1. Lahendage võrrand $\log_2 2x = 2 \log_2 x + \log_2 \frac{x}{2}$.

2. Sügavkülmikusse pandud toiduaine temperatuuri $y(^{\circ}\text{C})$ ajahetkel $x(h)$ kirjeldab valem $y = 32 \cdot 2^{-x} - 16$.

2.1 Mis on toiduaine temperatuur külmikusse paneku hetkel $x = 0$?

2.2 Mitme tunni pärast on sügavkülmikusse pandud toiduaine temperatuur 0°C ?



Keskmine tulemus oli 4,07 punkti, st sooritus 40,7%.

Kursus	Õppekava õpitulemused	Mõtlemistasand
VIII kursus	1) õpilane kirjeldab eksponentfunktsiooni, sh funktsiooni $y = e^x$ omadusi; 2) õpilane selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi; logaritmib ning potentseerib lihtsamaid avaldisi; 3) õpilane kirjeldab logaritmifunktsiooni ja selle omadusi; 4) õpilane joonestab eksponent- ja logaritmifunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi. 5) õpilane lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid ning -võrratusi.	I; II

Probleemid:

ei teata ja ei osata rakendada logaritmimise omadusi; ei teata ja ei osata rakendada logaritmi definitsiooni või potenseerimist; logaritmivõrrandit ei kontrollita; eksponentvõrrandi puhul ei osata tehteid astmetega; eksponentvõrrand lahendatakse kogemata õigesti; ei teata, et peab leidma antud funktsiooni nullkoha.

Näiteid õpilaste töödest:

- 1) $\log_2 2x = 2 \log_2 x + \log_2 \frac{x}{2} \Rightarrow 2x = 2 + x + \frac{x}{2};$
- 2) $\log_2 2x = 2 \log_2 x + \log_2 \frac{x}{2} \Rightarrow 2x = x^2 + \frac{x}{2};$
- 3) $\log_2 2x = 2 \log_2 x + \log_2 \frac{x}{2} \Rightarrow 2x = x^2 + x - 2;$
- 4) $\log_2 2x = 2 \log_2 x + \log_2 \frac{x}{2} \Rightarrow 2x = 2x + \frac{x}{2}$, jätame logaritmi märgi ära või siis kommentaar jagame pooled $\log_2$;
- 5) Ilma põhjendusteta punktis 2.2, kui $y = 0$, siis $x = 1$;
- 6) $y = 32 \cdot 2^{-x} - 16 \Rightarrow y = 2^5 \cdot 2^{-x} - 2^4 \Rightarrow 5 - x - 4 = 0$ või $-5x - 4 = 0$;
- 7) $y = 32 \cdot 2^{-x} - 16 \Rightarrow y = 64^{-x} - 16 \Rightarrow (4^3)^{-x} = 4^2 \Rightarrow 3 - x = 2$;
- 8) $2^0 = 0$; $2^{-x} = \sqrt{2}$; $2^{-x} = x^{-2}$; $2^{-x} = \frac{2}{x}$; $2^{-x} = \frac{x}{2}$;

2.3. II osa tulemustest ülesannete lõikes

Tabel 4. II osa ülesannete lahendatus protsentides

	ül 1 (10p)	ül 2 (10p)	ül 3 (10p)	ül 4 (10p)	ül 5 (10p)	I osa kokku
Kogu valim	66,1	40,8	36,1	27,7	22,1	38,60
Eesti õppekeel	63,3	41,6	35,9	26,6	21,8	37,80
Vene õppekeel	74,6	38,5	36,8	31,1	22,9	40,80
Tütarlapsed	64,3	39,6	33,4	25,6	19	36,40
Noormehed	68,8	42,6	40,1	30,9	26,5	41,80
Tütarlapsed eesti õppekeel	62	41,5	32,6	24,9	18,7	35,90
Tütarlapsed vene õppekeel	72,3	33,4	36,1	28,1	20,2	38,00
Noormehed eesti õppekeel	65,4	41,8	41,1	29,4	26,7	40,90
Noormehed vene õppekeel	77,3	44,5	37,6	34,6	26,2	44,10

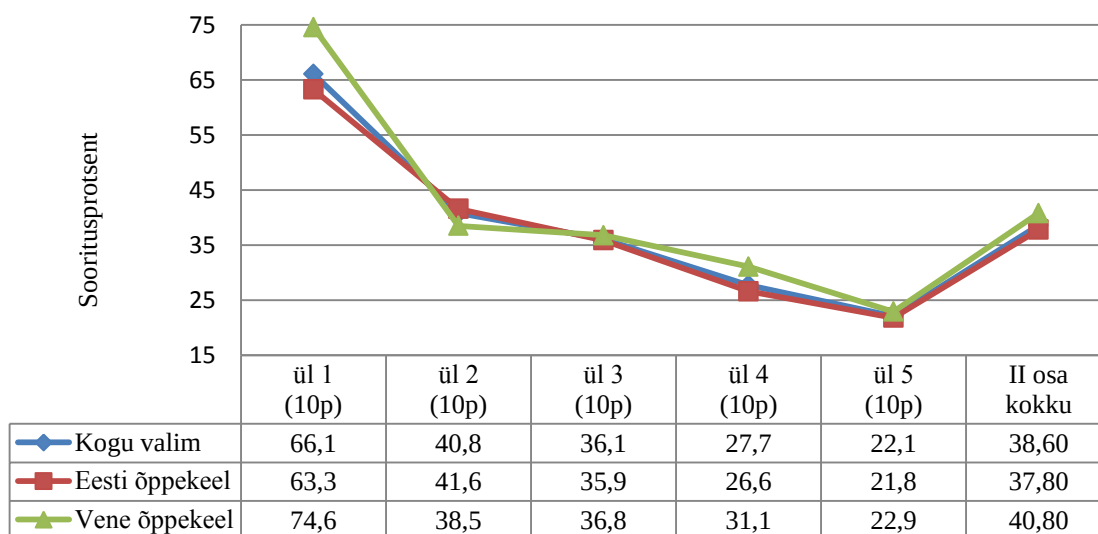
II osa kõige paremini lahendatud ülesanne on 1. ülesanne (tüüpiline funktsiooni uurimise ülesanne). Kõik ülejäänud ülesanded on äärmiselt halvasti lahendatud. Ülesande 5 lahendatus on vaid 22,1% ja ülesande 3 lahendatus 36,1% (eluline tekstülesanne, mis eeldab võrrandisüsteemi koostamist ja lahendamist, st põhikooli teema).

Tabel 5. Katsetöö II osa lahendamata ülesannete protsentuaalne jaotus

	ül 1 (10p)	ül 2 (10p)	ül 3 (10p)	ül 4 (10p)	ül 5 (10p)
Kogu valim	1,9	11,0	20,8	18,3	12,6
Eesti õppekeel	2	7,5	20,4	18,9	9,4
Vene õppekeel	1,4	21,2	21,7	16,5	22,2
Tütarlapsed	1,4	10,7	22,6	16,3	9,7
Noormehed	2,6	11,3	18	21,2	16,9
Tütarlapsed eesti õppekeel	1,3	6,7	22,1	15,9	6,9
Tütarlapsed vene õppekeel	1,7	24,3	24,3	17,4	19,1
Noormehed eesti õppekeel	3,2	8,9	17,8	23,5	13,4
Noormehed vene õppekeel	1	17,5	18,6	15,5	25,8

Ülesannete 3 ja 4 puhul on eriti tähelepanuväärne, et peaaegu iga viies õpilane jättis need ülesanded lahendamata.

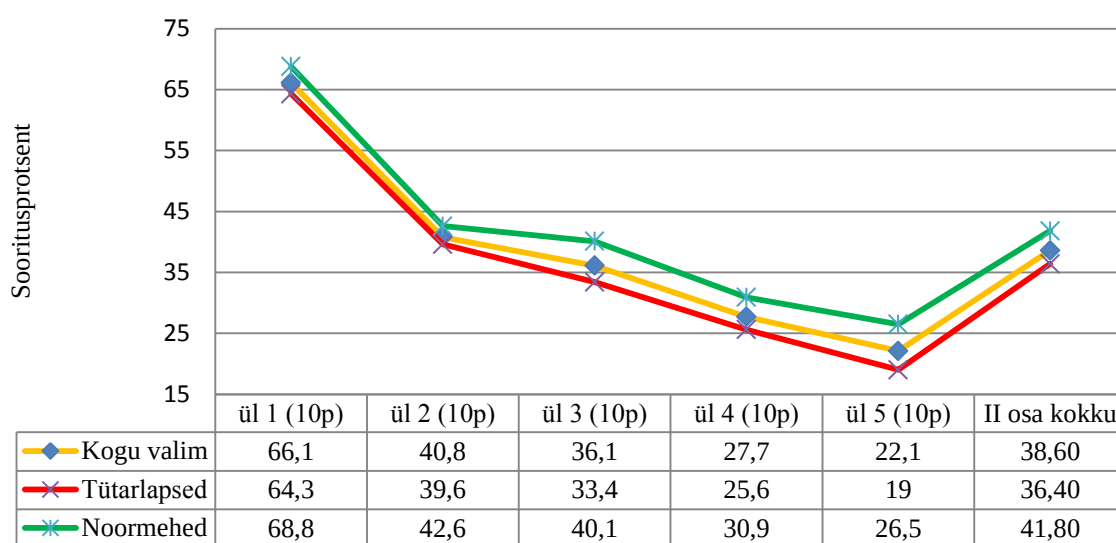
Joonis 3. Katsetöö II osa lahendus lähtudes õpilaste õppekeelest



Vene õppekeele koolide õpilaste sooritus on parem 1. ja 4. ülesande puhul. Eesti õppekeele koolide õpilased lahendasid paremini vaid ülesannet 2.

Kõikide II osa ülesannete puhul on noormeeste lahendus parem kui tüdrukutel (vt joonist 4).

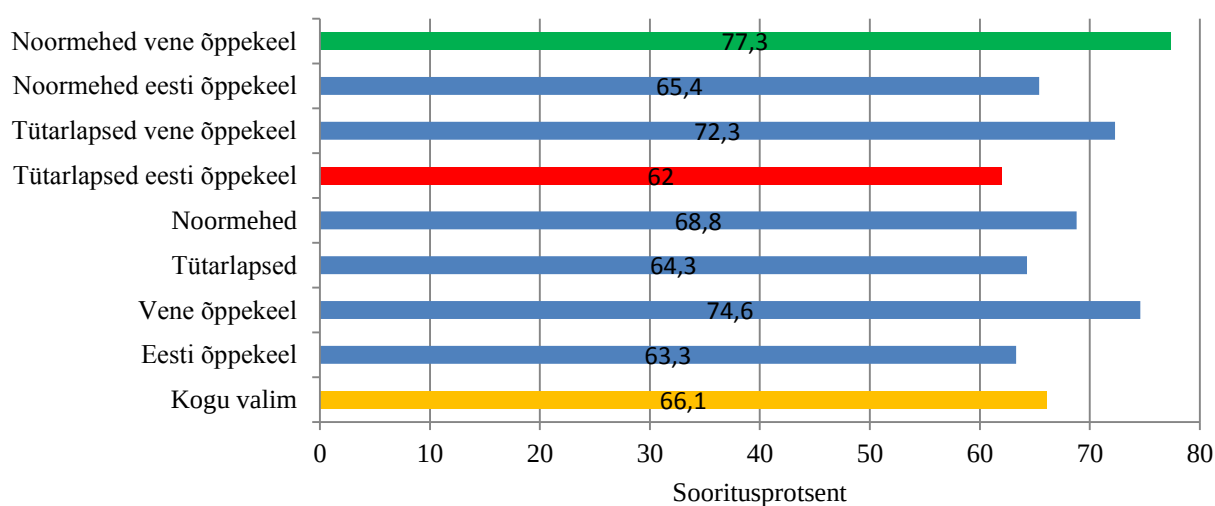
Joonis 4. Katsetöö II osa lahendatu lähtudes õpilaste soost



2.4. II osa üksikülesannete lahendatuse analüüs

Ülesanne 1 (10 punkti)

- On antud funktsioon $f(x) = 3x^2 - x^3$. Leidke funktsiooni $f(x)$:
 - 1) nullkohad;
 - 2) graafiku ekstreemumpunktide koordinaadid ja määrake nende liik.
- Joonestage funktsiooni $f(x)$ graafik ja leidke graafiku abil selle funktsiooni kasvamisvahemik.

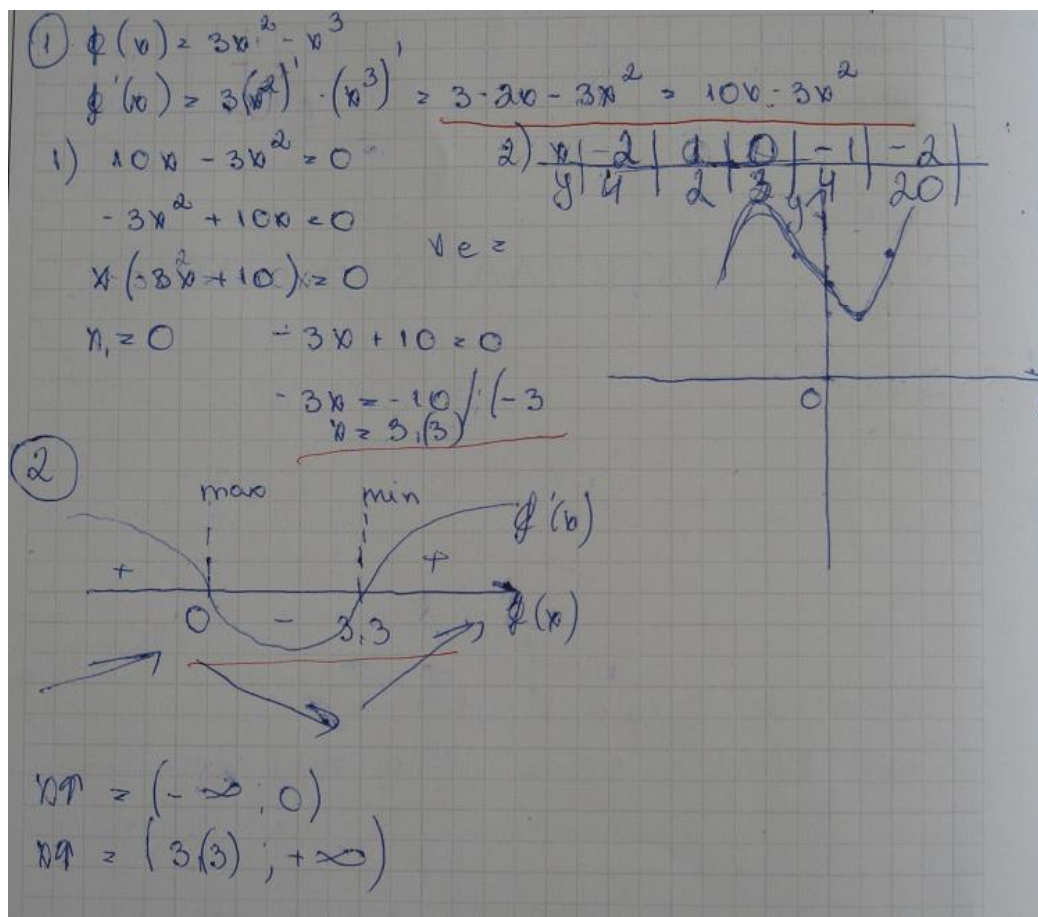


Keskmine tulemus oli 6,61 punkti, st sooritus 66,1%.

Kursus	Õppekava õpitulemused	Mõtlemistasand
X kursus	1) õpilane selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletise märgiga; funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmise eeskirja; 2) õpilane leiab funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud, ekstreemumid; funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud ning käänupunkti; 3) õpilane uurib funktsiooni täielikult ja skitseerib funktsiooni omaduste põhjal graafiku.	I; II

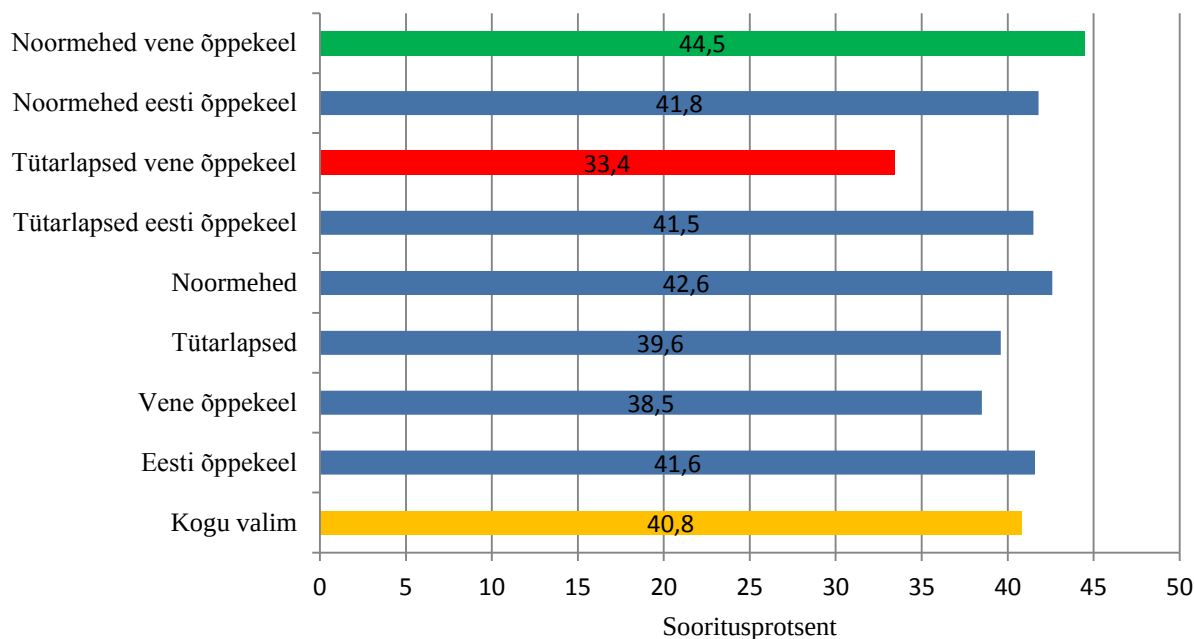
Probleemid ja näited õpilaste töödest:

- 1) ei kirjutata tingimusi nullkohtade ja ekstreemumkohtade leidmiseks;
- 2) nullkohtade asemel leitakse ekstreemumkohad ja nende aritmeetiline keskmine võetakse ekstreemumkohaks;
- 3) ei põhjendata ekstreemumpunkti liigi määramist või jäetakse üldse ekstreemumpunkti liik määramata;
- 4) võrrandi $3x^2 - x^3 = 0$ lahendamisel jagatakse võrrandi pooled läbi x^2 -ga ja lahendid lähevad kaduma;
- 5) määrates ekstreemumkoha liiki teise tuletise abil võetakse saadud tulemused ekstreemumiteks;
- 6) kuupfunktsiooni graafiku joonestamisel ei arvestata graafiku kumeruse ja nõgususega;
- 7) graafik ja eespool leitud uurimistulemused ei ole kooskõlas;
- 8) uuritakse funktsiooni täies mahus, st ei saada üldse aru, mida küsitakse.
- 9)



Ülesanne 2 (10 punkti)

Paneelmajade vahelisele platsile tahetakse ehitada ristkülikukujuline mänguväljak. Laste ohutuse tagamiseks tuleb mänguväljaku kolm külge piirata aiaga. Leidke sellise mänguväljaku suurim võimalik pindala, kui piirdeaia pikkus on 44 m.



Keskmine tulemus oli 4,08 punkti, st sooritus 40,8%.

Kursus	Õppekava õpitulemused	Mõtlemistasand
X kursus	1) õpilane lahendab rakenduslikke ekstreemumülesandeid (sh majandussisuga).	II; III

Probleemid ja näited vigadest:

- 1) ei tehta joonist ja sellest tulenevalt ei leita õiget lahendusstrateegiat;
- 2) ei selgitata kasutatud muutujate tähendust;
- 3) võetakse tuletist kahe muutujaga funktsioonist nii nagu ühe muutujaga funktsioonist;
- 4) ülesanne lahendatakse proovimise teel;
- 5) ekstreemumkoha liik jäetakse määramata, kontrollimata;
- 6) ei kirjutata tekstülesandele lõppvastust;
- 7) ristküliku pindala arvutatakse: $S = 2(a + b)$; $S = P = \frac{ab}{2}$; $S = 2S_p + S_k$; $S = 2\pi r$;
- 8) kui 75% aiast on 44 m, siis kogu aed ehk 100% on 55 m.

9)

$$S_t = \frac{2(a+b) \cdot H}{3}$$

$$a = 44 \text{ m}$$

$$S_t = \frac{2(44+b) \cdot H}{3}$$

10)

$$S = \frac{2(a+b) \cdot H}{3}$$

$$S = \frac{2(x + 44) \cdot 44}{3}$$

$$2x + 88 = \frac{176}{3}$$

$$2x = \frac{176}{3} - 88$$

$$2x = \frac{176 - 264}{3}$$

$$2x = -\frac{88}{3}$$

$$x = -\frac{44}{3}$$

$$S = \frac{2(44 + 44) \cdot 44}{3} = 176$$

Vastus: Suurim võimalik pindala on

Ülesanne 3 (10 punkti)

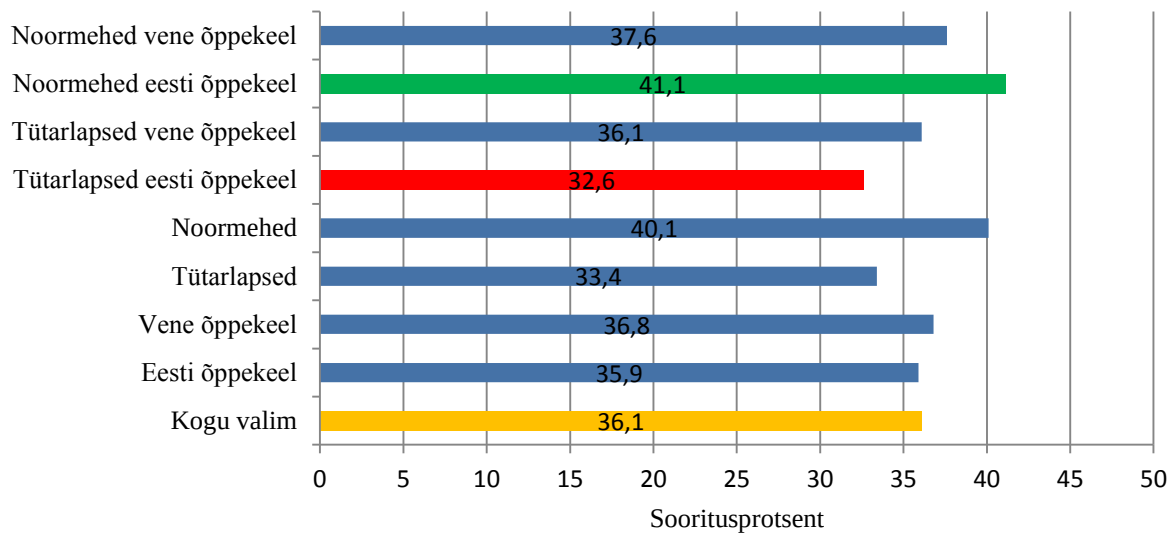
Mobiilioperaator pakub kolme erinevat teenust:

- 1) kõneteenus, millel on fikseeritud tasu ainult kõnealustuse eest, st tasu ei sõltu kõne pikkusest;
- 2) fikseeritud tasuga SMS-i saatmise teenus;
- 3) fikseeritud tasuga MMS-i saatmise teenus.

Aasta kolme esimese kuu kohta sai klient järgmise arve:

Kuu	Kõnede arv	SMS-ide arv	MMS-ide arv	Summa
jaanuar	26	15	5	4,4 €
veebruar	30	0	2	3,3 €
märts	14	5	3	2,2 €

Leidke selle mobiilioperaatori kõnealustustasu ning ühe SMS-i ja MMS-i saatmise hind.



Keskmine tulemus oli 3,61 punkti, st sooritus 36,1%.

Kursus	Õppekava õpitulemused	Mõtlemistasand
II kursus	1) õpilane lahendab tekstülesandeid võrrandite (võrrandisüsteemide) abil.	II; III

Probleemid ja näited vigadest:

- 1) kasutatud muutujad kirjeldamata;
- 2) sageli kõik kolm küsitud suurust (hinda) tähistatud ühe ja sama muutujaga;
- 3) väga palju avaldamisvigu, sest kordajad olid murdarvud;
- 4) ei osata kasutada asendusvõtet;
- 5) determinandi abil arvutades tehti arvutusvigu;
- 6) sageli oletati, et kõik hinnad ühesugused;
- 7) paljudel õpilastel oli vastus ja kontroll, aga lahendus puudus;
- 8) ei tehta sisulist kontrolli või kontrollitakse vaid ühe kuu (jaanuar) korral;
- 9) sageli kasutusel vale lahendusidee: võrre; protsentülesanne; kombinatorika.

10)

joonnan: 3 kuu otse kulu: $4,4\text{€} + 3,3\text{€} + 2,2\text{€} = 9,9\text{€}$

kõnele otse kulu: 70 kõnet
SMS-i otse kulu: 20 SMS-i
MMS-i otse kulu: 10 MMS-i

joonnan: $\text{kõned} + \text{SMS} + \text{MMS} = 466$

$1,4\text{€} : 46 = 0,1\text{€}$

joonnan: $30 + 0 + 2 = 32$

$2,3 : 32 = 0,1\text{€}$

joonnan: $14 + 5 + 3 = 22$

$2 : 22 = 0,1\text{€}$

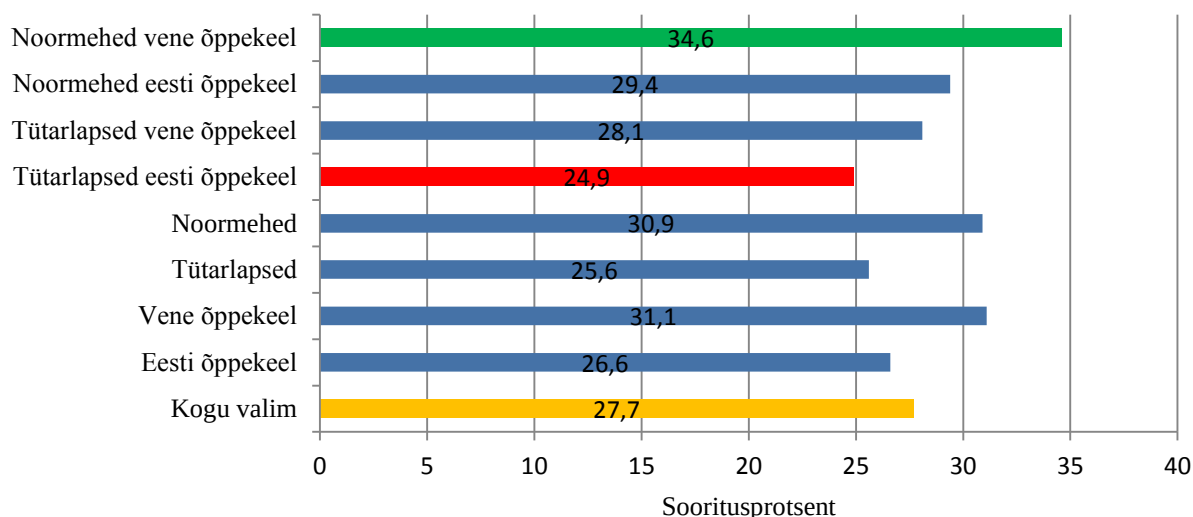
siis: iga SMS-i hind on $0,1\text{€}$
MMS-i hind on $0,1\text{€}$
kõneduhind on $0,1\text{€}$

Ülesanne 4 (10 punkti)

1. Lihtsustage avaldis $\left[\left(\frac{1+\cos x}{\sin x}\right)^2 + 1\right] : \frac{1+\cos x}{\sin^3 x}$

2. Lahendage võrrand $\sin x = \sin 2x$ lõigul $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

3. On antud funktsioon $h(x) = \cos x + b$. Leidke parameetri b väärtus nii, et funktsiooni $h(x)$ graafik läbiks punkti $C\left(\frac{3\pi}{2}; -\frac{3+\sqrt{2}}{2}\right)$.



Keskmine tulemus oli 2,77 punkti, st sooritus 27,7%.

Kursus	Õppekava õpitulemused	Mõtlemistasand
III kursus	1) õpilane kasutab lihtsustamisülesannetes trigonomeetria põhiseoseid;	II; III
	2) õpilane teab kahe nurga summa ja vahe valemeid; tuletab ning teab kahekordse nurga siinuse, koosinuse ja tangensi valemeid;	
	3) õpilane teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldisi;	
IX kursus	1) õpilane leiab lihtsamate trigonomeetriliste võrrandite üldlahendid ja erilahendid etteantud piirkonnas, lahendab lihtsamaid trigonomeetrilisi võrratusi.	

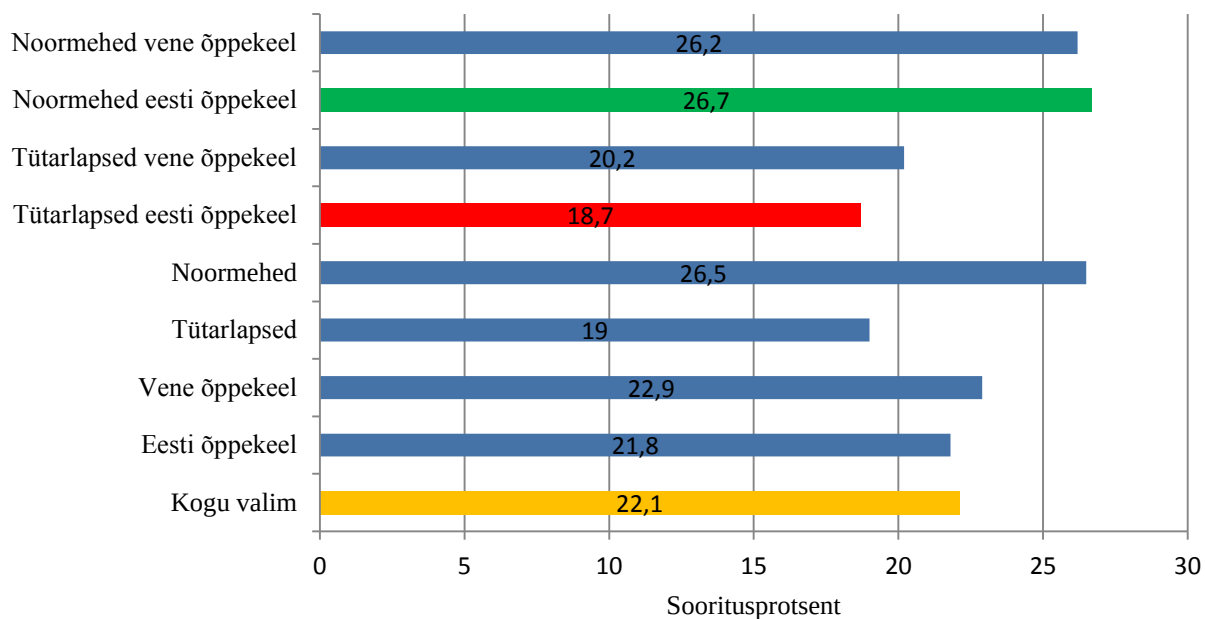
Probleemid ja näited vigadest:

- 1) algebra: $(1 + \cos x)^2 = 1 + \cos^2 x$; $(1 + \cos x)^2 = \sin^2 x$;
- 2) $1 + \cos x = \sin x$;
- 3) $\sin 2x = \{\sin^2 x; \sin x^2; 2 \sin x; \sin x \cos x; \tan x\}$
- 4) taandatakse liidetavaid;
- 5) võrrandit $\sin 2x = \sin x$ lahendamisel jagatakse võrrandi mõlemad pooled $\sin x$ ja saadakse $x = 2$;
- 6) võrrandit lahendades $\sin 2x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (1 - x) = 0$;
- 7) võrrandit lahendades $\sin 2x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (1 - \sin x) = 0$;
- 8) võrrandit lahendades $\sin 2x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (1 - 2) = 0$;

- 9) võrrandit lahendades $2\sin x \cos x = \sin x \Rightarrow 2 \cos x = 1$ ja lahend kaob;
- 10) parameeter on kahjuks paljudele tundmatu;
- 11) punkti C ordinaat võetakse ilma miinusmärgita;
- 12) nurk $\frac{3\pi}{4}$ asendatakse 270° ;
- 13) $3 + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$;

Ülesanne 5 (10 punkti)

Kolmnurga ABC külg BC pikkusega 5 cm asub sirgel $y = x + 2$ ja punkti A koordinaadid on $A(3; 1)$. Leidke punkti A kaugus sirgest $y = x + 2$ ja arvutage kolmnurga ABC pindala.



Keskmine tulemus oli 2,21 punkti, st sooritus 22,1%.

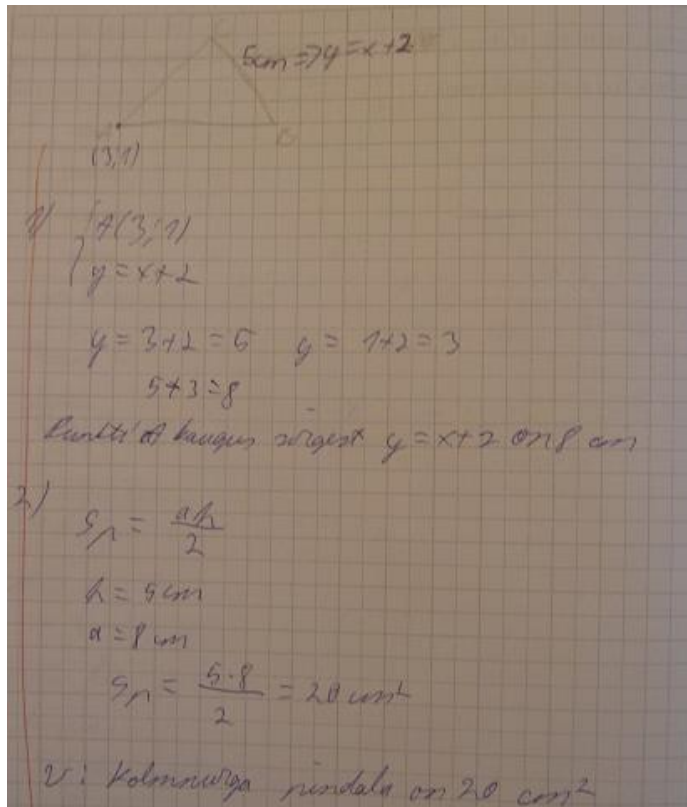
Kursus	Õppekava õpitulemused	Mõtlemistasand
V kursus	1) õpilane kasutab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid; 2) õpilane tuletab ja koostab sirge võrrandi (kui sirge on määratud punkti ja sihivektoriga, punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga) ning teisendab selle üldvõrrandiks; määrab kahe sirge vastastikuse asendi tasandil, lõikuvate sirgete korral leiab sirgete lõikepunkti ja nurga sirgete vahel.	II; III

Probleemid ja näited vigadest:

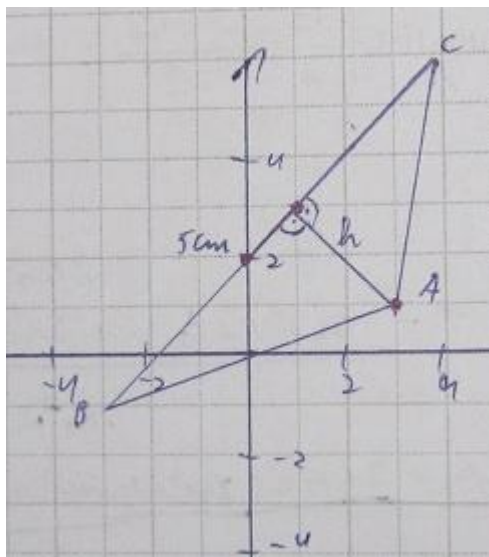
- 1) sirge on valesti joonistatud;
- 2) tehakse joonis ja tulemused mõõdetakse;
- 3) kolmnurk ABC on täisnurkne ja hüpotenuusiga 5;
- 4) ei teata kolmnurga pindala arvutamise valemit;

5) lahendatakse kui ekstreemumülesannet;

6)



7)



3 Õpilaste hinnangud ja ettepanekud

Õpilastest andis vabas vormis tagasisidet umbes 35%, st 300 õpilast. Õpilaste kommentaarid muutmata kujul.

3.1 Hinnangud ja ettepanekud katsetöö kohta

	Kommentaar	Kordade arv
1	Kogu töö väga raske	39
2	Normaalne töö Hästi koostatud. Kontrollis põhiteadmisi ja ei olnud "altpõmbamisi" Ei ole vaja midagi muuta Ülesanded head (head, aga rasked) Huvitav töö Töö paremini koostatud kui eelmisel (2012) aastal - pean teid kiitma Mõni ülesanne ka mõtlevale inimesele!	61
3	II osa ootamatult keeruline võrreldes I osaga (väga raske, ei saanud mõhkugi aru)	27
4	I osa lihtne ja meeldiv I osa oli täpselt paraja raskusastmega	26
5	I osa oli raskem kui II osa	11
6	Oodatust kergem töö	3
7	Kohutav ruumipuudus eriti II osas	3
8	Hea, et oli piisavalt ruumi lahendustele	2

3.2. Hinnangud ja ettepanekud katsetöö aja kohta

	Kommentaar	Kordade arv
1	Mõlema osa lahendamiseks aeg olgu 150 minutit	7
2	I osa lahendamisel ei jätkunud aega	6
3	I osa väsitab ära ja II osa lahendamisele oli raske keskenduda	4
4	Vaheaeg paraja pikkusega	4
5	Aega jätkus piisavalt	3
6	Vaheaeg kahe osa vahel olgu veidi pikem (45 min)	2
7	Töö olgu ühes osas ja ilma vaheajata	2
8	II osa lahendamisel ei jätkunud aega	1

3.3. Hinnangud üksikülesannete kohta

	Kommentaar	Kordade arv
1	II osas 4. ja 5. ülesanne väga keerulised. Polnud ennem selliseid näinudki	7
2	II osa 3. ülesanne komadega koledad arvud ja liiga palju tundmatuid - jube, kuidas seda üldse on võimalik lahendada?!	7

3	I osa jada ülesanne oli võimatult raske	2
---	---	---

3.4. Ettepanekuid koostajatele

	Kommentaar	Kordade arv
1	Ülesannete sõnastusi võis mitmeti mõista. Sõnastage ülesanded täpsemalt. Tekstist raske aru saada	17
2	Valikülesanded. II osas peaksid olema valikülesanded	11
3	Rohkem lihtsamaid ülesandeid (3, 5, 7 punkti)	8
4	Lihtsaid ülesandeid on igav lahendada, tuleb hooletusvigu. I osa peab olema raskem.	7
5	I ja II osa raskusastmelt võrdseks	6
6	I osa olgu raskem ja II osa kergem	5
7	Liiga palju valemeid pidi teadma - valemite lehte on vaja eksamitööle	4
8	Olen venelane ja ei saanud eestikeelsetest tekstidest aru. Järgmisel aastal tõlkige töö vene keelde! (K-J Ahtme Gümnaasium)	4
9	Vähem tekstülesandeid	3
10	Peaks olema märged, kuidas lõpp-vastust vormistada (täpsus, kuhu kirjutada ja kuidas)	2
11	Rohkem ülesandeid, kus on vaja mõelda (kus ei pea rakendama mingit kindlat valemit)	2
12	See eksam peab olema võimetekohane igale lõpetajale, seega tehke kordi lihtsamaks	2
13	II osa sooritamiseks olin juba väsinud – erinevad osad erinevatel päevadel	1
14	II osas peab teadma liiga palju seoseid ja valemeid	1
15	Ülesandeid II osas peaks olema vähem	1
16	Anda ette eksamiülesannete teemad	1
17	I osa olgu 60p ja teine 40 punkti	1

3.5. Õpilaste mõtteid matemaatikast ja riigieksamist

	Kommentaar	Kordade arv
1	Kahjuks ei olnud aega korrata	28
2	Eksam sooritatuks 20 punktiga	19
3	Miks me koolitunnis ei lahenda selliseid ülesandeid? Pole eluski selliseid näinud	13
4	Tegin praegu laia eksamit, aga lõpetamiseks valin kitsa	5
5	Matemaatikat ei lähe peale kooli elus enam vaja	3
6	Miks ei lubata valida, millist eksamit teha - laia või kitsast	3
7	Eksam ei tohi olla kohustuslik	3
8	Eksam sooritatuks 1 punktiga	2
9	1 punkti piir on ju ka tobe nagu ka 50 punkti piir	2
10	Õpilased ei leia matemaatikas mõtet, sest see on vananenud	1
11	Kohustuslik eksam suurendab põlgust matemaatika vastu	1

12	Tehke kogumik, kus on need kaks katseksamit (2012, 2013) koos lahenduste ja kommentaaridega	1
13	Minge kõik p.....sse oma õppekavaga ja eksamiga (K- J Järve Gümnaasium)	1
14	Töö pani mõtlema kooli vahetusele ja tulevikuplaanidele. Täna teid!	1

4. Kokkuvõtte õpetajate hinnangutest tööle ja nende ettepanekud

Laia matemaatika katsetöö kohta andis tagasisidet 24 õpetajat.

4.1. Õpetajate hinnangud katsetöö ajalise pikkuse kohta

Piisav	Ei olnud piisav	Kommentaariid
22	2	mõlemad osad võiksid olla võrdse pikkusega 2,5 tundi.

4.2. Õpetajate arvamus I osa ülesannete kohta

I osa	Liiga kerge	Sobiv	Liiga raske	Kommentaariid (muutmata kujul)
1.	1	22	1	Ülesanne peab olema veel lihtsam, sest sellisel kujul hirmutab õpilasi. Hea ülesanne põhiteadmiste kontrollimiseks. Absoluutväärtust sisaldav võrrand on ikka paras pähele esimesse ülesandesse – ei ole kuskil näinud kombinatsiooni lihtsustamine + absoluutväärtust sisaldav võrrand.
2.	0	24	0	Selle ülesande eest 5 punkti on vähe. Väga hea ülesanne. Trigonomeetria on alati komistuskiviks.
3.	0	19	5	Andmeid tekstis liiga palju. See on teise osa ülesanne. Õpikus ei ole seda tüüpi ülesandeid. Hea ja õige raskusastmega ülesanne.
4.	0	23	1	Sellisest tekstist ei saa keegi ju aru, et tegu on kolmnurga lahendamise ülesandega. See on 10. klassi teema ja õpilased ei mäleta koosinusteoreemi. Väga hea ülesanne. Liiga palju ühikute teisendamist. Raske ülesanne õpilasele – peab liiga palju lugema. Kui joonise eest antakse punkte, siis peaks seda ka ülesande tekstis mainima.
5.	1	23	0	Paljud õpilased said sellise ülesandega šoki. Võrratusi võibki ju lahendada jääda olgu nad kui lihtsad tahes, ikka ei osata lahendada. Väga hea ülesanne.
6.	0	20	4	Ei sobi I osa ülesandeks – liiga palju andmeid ja otseselt ei ole öeldud, et tegu on aritmeetilise jadaga. Ei ole keeleksam – miks ainult tekstiga ülesanded.
7.	0	20	4	Väga hea rakenduslik ülesanne.

				Logaritmiga seotud ülesanded ei sobi, sest õpilased ajavad omadusi segi.
--	--	--	--	--

4.2. Õpetajate arvamus II osa ülesannete kohta

II osa	Liiga kerge	Sobiv	Liiga raske	Kommentaariid (muutmata kujul)
1.	1	23	0	Sobib enam I osa ülesandeks. Hea ülesanne II osa alguseks. Tuletis õppimata. Korralik ülesanne.
2.	0	24	0	Hea äraõppimise ülesanne. Ei õpetanud, et ekstreemumülesandes peab kontrollima maksimaalsust. Teema õppimata. Väga hea ülesanne.
3.	0	21	3	Tore ülesanne – praktiline ja annab võimaluse lahendada võrrandisüsteemi nii nagu iga õpilane tahab (palju võimalusi). Mida tähendab sisuline kontroll? Väga hea ülesanne. Sellisest tekstist arusaamine raske. Determinanti ei mäletata. Determinanti nõuab õppekava oskusena kasutada arvutiprogrammi kasutades. Väga raske ülesanne.
4.	0	20	4	Trigonomeetria on õpilaste hirm – jäetakse lihtsalt tegemata. Parameetrit sisaldavaid ülesandeid ei õpeta üldse. Väga hea ülesanne. Enam rasemaks ei saa minna.
5.	0	20	4	Ei saa isegi ja ega ka õpilane aru, kuhu tuleb kolmnurk. Väga hea ülesanne – saab väga erinevalt lahendada. Asendage sõna „leidke“ sõnaga „arvutage“.