

І часть

1. Необходимо решить все 5 заданий. Для написания работы даётся 120 минут.
2. Тексты заданий не надо переписывать на лист с решениями.
3. Решение каждого задания следует записывать в листе решений на предусмотренное для этого место.
4. Если решение задания не поместилось на предусмотренном для этого месте, продолжите решение на дополнительном листе, который получите у экзаменационной комиссии. Обязательно напишите сноску о продолжении решения.
5. Чертежи, выполненные на листе заданий, можно при необходимости дополнять, т.е. переносить чертежи на лист с решениями не обязательно.

1. (10 баллов) Упростите выражение $\left[\frac{a}{a^2 - 2ab + b^2} - \frac{a}{(a+b)^2} \right] \cdot \left(\frac{1}{a^2} - b^{-2} \right)^2$ и найдите его точное значение при $a = -4 + \log_5 125$ и $b = \sqrt[3]{2}$.

2. (10 баллов) Из 30 учащихся во время урока математики отсутствовало 20% учащихся. Известно, что $\frac{2}{3}$ от общего числа отсутствующих были юноши, что составило 20% от общего количества юношей класса.

Сколько девушек присутствовало на уроке математики?

2 балла

На том же самом уроке к доске вызываются учащиеся. Какова вероятность того, что

- | | |
|---|---------|
| 1) один случайно вызванный учащийся окажется юношей; | 1 балл |
| 2) случайно вызванные двое учащихся окажутся девушкой и юношей; | 3 балла |
| 3) из четырёх случайно вызванных учащихся будет не менее 3 девушек? | 4 балла |

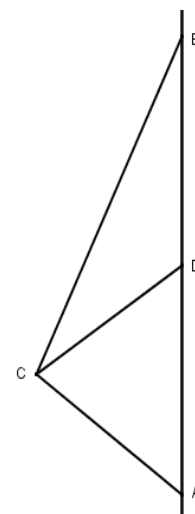
3. (10 баллов) Дана функция $f(x) = (x^2 - 4)(2x - 1)$.

Найдите

- | | |
|--|---------|
| 1) нули функции; | 2 балла |
| 2) область отрицательности функции; | 2 балла |
| 3) производную функции; | 2 балла |
| 4) координаты точки максимума функции. | 4 балла |

4. (10 баллов) Две машины скорой помощи выезжают одновременно навстречу друг другу: одна едет из больницы к месту происшествия, а другая - с места происшествия в больницу. В первую минуту каждая машина проезжает путь длиной 1 км. В каждую следующую минуту первая машина проезжает путь на $\frac{1}{6}$ км, а вторая машина - на $\frac{1}{12}$ км длиннее, чем за предыдущую минуту. Определите, через сколько минут машины встретятся и какова скорость (км/ч) машин в момент встречи, если известно, что расстояние от больницы до места происшествия 23 км.

5. (10 баллов) Три хутора A , B и D расположены у прямолинейного участка шоссе. От каждого хутора прямая дорога ведёт к почтовой конторе C (см. рисунок). В целях экономии средств местное самоуправление решило закрыть дороги AC и BC для движения и сохранить только обслуживание дорог AB и CD . Известно, что на плане с масштабом 1: 20 000 длина отрезка AB составляет 93 мм, расстояния AD и DB равны, а также $\angle CAB = 53^\circ$ и $\angle ABC = 25^\circ$. Определите, на сколько километров для жителей хуторов A и B увеличится путь до почтовой конторы C в связи с закрытием дорог. Ответ дайте с точностью до 0,01 км.



II часть

1. Необходимо решить задания 6, 7, а также по собственному выбору одно из заданий 8 или 9. Для написания работы даётся 150 минут.
2. Оцениваются решения только трёх заданий (двух 15-балльных и одного 20-балльного).
3. Порядковый номер представляемого для оценивания задания по выбору запишите на лист с решениями в предусмотренную для этого клетку.
4. Решение каждого задания следует записывать в листе решений на предусмотренное для этого место.
5. Если решение задания не поместилось на предусмотренном для этого месте, продолжите решение на дополнительном листе, который получите у экзаменационной комиссии. Обязательно напишите сноску о продолжении решения.
6. Чертежи, выполненные на листе заданий, можно при необходимости дополнять, т.е. переносить чертежи на лист с решениями не обязательно.

6. (15 баллов) Даны функции $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6} - x\right)$ и $g(x) = \sin 2x$.

- 1) Докажите справедливость равенства $f(x) = -\cos x$. 4 балла
 - 2) Найдите решения уравнения $g(x) = -\cos x$ на отрезке $[0; 2\pi]$. 6 баллов
 - 3) В одной системе координат постройте графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$. 5 баллов
- Используя данный чертеж, решите неравенство $f(x) > g(x)$ на отрезке $[0; 2\pi]$.

7. (15 баллов) Точка $A(4; 3)$ является одной из вершин прямоугольника $ABCD$, вершина B расположена на оси Ox , а прямая CD , параллельная стороне прямоугольника AB , лежит на прямой, заданной уравнением $x - y + 7 = 0$.

- 1) Вычислите координаты вершин B , C и D прямоугольника $ABCD$ и постройте прямоугольник $ABCD$ в координатной плоскости. 7 баллов
- 2) Составьте уравнение прямой, на которой лежит диагональ AC прямоугольника. 2 балла
- 3) Вычислите точное значение периметра прямоугольника $ABCD$. 3 балла
- 4) Составьте уравнение окружности, описанной около прямоугольника $ABCD$. 3 балла

8. (20 баллов) Ведётся строительство здания, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, объём которого равен $V \text{ м}^3$. Крыша здания является прямоугольником, одна сторона которого в 2 раза длиннее другой. Стоимость одного квадратного метра крыши составляет 1125 крон. Стоимость одного квадратного метра одной из двух меньших боковых стен здания равна 2500 крон, а стоимость одного квадратного метра остальных трёх боковых стен равна 1300 крон.

- 1) Определите, при каких значениях длины, ширины и высоты здания, выраженных через объём здания V , стоимость данных строительных работ будет минимальной.
- 2) Вычислите наименьшую стоимость строительных работ, если объём здания 2744 м^3 .

9. (20 баллов) Основанием прямого параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (см. рисунок) является ромб $ABCD$, острый угол $\angle BAD$ которого равен α и диагональ BD равна d . Диагональ прямого параллелепипеда CA_1 составляет с основанием угол β .

- 1) Выразите площади диагональных сечений через углы α и β и диагональ d .
- 2) В данный прямой параллелепипед вписана пирамида OA_1KL , вершины K и L которой являются соответственно серединами рёбер D_1C_1 и C_1B_1 прямого параллелепипеда, а точка O является точкой пересечения диагоналей ромба $ABCD$. Найдите отношение объёмов прямого параллелепипеда и пирамиды OA_1KL .
- 3) Докажите, что прямая A_1O перпендикулярна прямой BD .

