

MATEMAATIKA RIIGIEKSAMI ERISTUSKIRI

1. Eksami eesmärgid

Vastavalt haridusministri 24.12.2001.a määrusele nr 75 “Põhikooli ja gümnaasiumi lõpueksamite korraldamise ning põhikooli ja gümnaasiumi lõpetamise tingimused ja kord” on matemaatika riigieksami peamiseks eesmärgiks:

- hinnata õpilaste riiklikus õppekavas määratletud õpitulemuste saavutatust matemaatikas;
- suunata eksami sisu ja vormi kaudu õppeprotsessi;
- siduda omavahel järjestikuseid haridusastmeid ja -tasemeid.

Lisaks võimaldab matemaatika riigieksam:

- õpilastel saada objektiivsemat ettekujutus oma õpitulemustest ning koolidel ennast objektiivsemalt hinnata ja teistega võrrelda;
- kooli pidajal, Haridus- ja Teadusministeeriumil, lapsevanematel ja teistel saada tagasisidet õppimise ning õpetamise tulemuslikkusest koolis;
- võrrelda gümnaasiumilõpetajate eksamitulemusi;
- ühitada gümnaasiumi lõpueksamid kutseõppeasutuse, rakenduskõrgkooli ja ülikooli sisseastumiseksamitega.

2. Eksami sihtrühm

Matemaatika riigieksami võivad sooritada:

- 1) põhikooli ja gümnaasiumi riikliku õppekava järgi õppivad gümnaasiumilõpetajad, kes on läbinud (minimaalselt) gümnaasiumi matemaatika ainekava 8 (kaheksa) ainekursust (a´ 35 tundi) ja 20-tunnilise kordava kursuse;
- 2) põhihariduse baasil kutseõppeasutuses lõpukursustel õppivad õpilased;
- 3) varem gümnaasiumi või kutseõppeasutuse lõpetanud isikutel, kes ei ole antud õppeaines riigieksamit sooritanud;
- 4) varem gümnaasiumi või kutseõppeasutuse lõpetanud isikud, kes soovivad varasema aasta riigieksamitulemust parandada;
- 5) välisriigis Eesti keskhariidusele vastava haridustaseme omandanud isikud;
- 6) gümnaasiumite õpilastel, kes ei ole 12. klassis, kuid kellel on eksamiaines gümnaasiumiastme kohustuslikud kursused läbitud ja kutseõppeasutuste õpilastel, kes ei ole lõpukursusel, kuid kellel on eksamiaine läbitud.

3. Eksami vorm ja korraldus

Matemaatika riigieksami (põhieksami) ja lisaeksami toimumise kuupäevad kinnitatakse igal aastal haridusministri vastava määrusega (hiljemalt eksamile eelneva kalendriaasta 25. maiks).

Riigieksami (nii põhieksami kui ka lisaeksami) valmistab ette Riiklik Eksami- ja Kvalifikatsioonikeskus (edaspidi REKK). REKK tagab eksamitööde sisulise ja vormilise ettevalmistuse ning ühtsetel alustel eksami korralduse ja hindamise.

Matemaatika riigieksami põhieksam on kahes variandis ja lisaeksami on ühes variandis.

Matemaatika riigieksam (ja ka lisaeksam) on kaheosaline kirjalik eksam - 1. osa kestus on 120 minutit ja 2. osa kestus on 150 minutit. Kahe eksamiosa vahel on 45 minutiline vaheaeg.

Eksami 1. osa ülesannetega kontrollitakse gümnaasiumi iga ainekursuse põhiteadmiste ja -oskuste omandatust ning oskust neid teadmisi ja oskusi rakendada elulistes situatsioonides.

Eksami 2. osa ülesannetega kontrollitakse, kuivõrd struktureeritud on eksaminandi teadmised, kui hästi ta suudab õpitud teadmisi seostada ja rakendada mitterutiinsete ülesannete korral ning milline on eksaminandi ettevalmistus õpingute jätkamiseks järgmisel haridusastmel.

Matemaatika riigieksami 1. osas tuleb lahendada 5 (viis) 10-punktilist kohustuslikku ülesannet ja 2. osas 3 (kolm) ülesannet – 2 (kaks) 15-punktilist kohustuslikku ülesannet ja 1 (üks) 20-punktiline valikülesanne, mille eksaminand valib kahe erinevasse ainevaldkonda kuuluva 20-punktilise ülesande hulgast. Kokku tuleb eksaminandil lahendada 8 (kaheksa) ülesannet. Kõikide õigesti lahendatud ülesannete eest on võimalik saada maksimaalselt 100 punkti.

Kõik ülesannete lahendamiseks vajalikud andmed on vastavate ülesannete tekstidega ette antud. Riigieksamil ei ole lubatud kasutada teatmikke, käsiraamatuid ja muid abimaterjale.

Eksamiruumis ei tohi olla nähtaval kohal skeeme, pilte, tabeleid jm matemaatilist informatsiooni sisaldavaid materjale.

Õpilased istuvad eksamiruumis ühekaupa.

Eksaminand kasutab eksamil isiklikke kirjutus- ja joonestusvahendeid ning kalkulaatorit. Eksaminandidel ei ole lubatud eksamitöö ajal üksteisele kirjutus-, arvutus- ja joonestusvahendeid laenata. Korrektori kasutamine ja lahenduste vormistamine hariliku pliiatsiga ei ole lubatud. Mobiiltelefoni kasutamine mistahes eesmärgil on keelatud.

Paberi ülesannete lahenduste vormistamiseks ja mustandi jaoks annab eksamikeskus. Eksami lõppedes annab eksaminand lahenduste lehe, ülesannete tekstide lehe ja mustandi üle eksamikomisjonile.

4. Eksamil nõutud teadmiste ja oskuste tase

Põhikooli ja gümnaasiumi riiklikus õppekavas (vt “Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava”; Riigi Teataja I osa nr 20; 22. veebruar 2002. a) on öeldud, et õpilane võib gümnaasiumis valida kahe erineva matemaatikakursuse vahel, s.t kitsa või laia matemaatikakursuse vahel. Kitsas ja lai matemaatikakursus erinevad oma mahult ja käsitluse sügavuselt. Kitsas matemaatikakursus on kõigile kohustuslik ning koosneb 8 (kaheksast) ainekursusest (a' 35 tundi) ja 20-tunnisest kordavast kursusest. Igal koolil on võimalik lülitada õppekavva matemaatika valikkursusi ja nii võib tekkida mitmeid erinevaid matemaatikakursuse variante.

Eksamitöö koostamisel lähtutakse gümnaasiumi riikliku õppekavaga määratud matemaatika õppe-eesmärkidest, kõigile kohustusliku (kitsa matemaatika) ainekava õppesisust ja õpitulemustest.

Gümnaasiumilõpetaja:

- oskab arvutada peast, kirjalikult ja kalkulaatori abil, oskab kriitiliselt hinnata arvutustulemusi;
- oskab teisendada algebralisi avaldisi;

- oskab lahendada ainekavaga fikseeritud võrrandeid ja võrrandisüsteeme ning võrratusi ja võrratussüsteeme;
- oskab kasutada õpitud mõõtühikuid ja seoseid nende vahel;
- tunneb ainekavaga fikseeritud ruumilisi kujundeid, oskab neid ja nende tasandilisi lõikeid joonisel kujutada;
- oskab arvutada ainekavaga fikseeritud kehade pindala ja ruumala ning kehade tasandiliste lõigete pindala;
- tunneb ainekavaga fikseeritud trigonomeetrilisi seoseid, oskab neid rakendada avaldiste lihtsustamisel, geomeetria ja stereomeetria ülesannete lahendamisel;
- tunneb ainekavaga fikseeritud funktsionaalseid seoseid ja oskab neid kasutada;
- tunneb ainekavaga fikseeritud funktsioonide graafikuid;
- oskab kirjeldada graafikuga esitatud funktsiooni omadusi;
- oskab uurida lihtsamaid tundmatuid funktsioone;
- tunneb ainekavaga määratud tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika mõisteid;
- oskab rakendada tõenäosusteoorias õpitut ülesannete ja reaalsuse probleemide lahendamisel;
- oskab koostada tabelleid ja diagramme ning neid analüüsida;
- oskab esemeid ja nähtusi klassifitseerida ühe või mitme tunnuse põhjal;
- saab aru defineerimise vajalikkusest ja oskab ainekavaga fikseeritud mõisteid defineerida;
- oskab liikuda mõttekäikudes üldiselt üksikule ja vastupidi;
- saab aru väidete tõestamise vajalikkusest ja oskab teoreeme teadmiste piires tõestada;
- oskab esitada matemaatiliste sümbolite keeles väljendatud teksti tavakeeles;
- oskab matemaatiliselt kirjeldada ülesannetes esitatud situatsioone ja probleeme ning neid lahendada;
- oskab prognoosida ja analüüsida lahendustulemusi;
- oskab kasutada matemaatilisi teadmisi teiste õppeainete ja igapäevaelu probleemide lahendamisel.

Matemaatika riigieksam ei ole 12. klassi lõpueksam, vaid kogu koolimatemaatika põhiteadmiste ja -oskuste omandatust kontrolliv eksam.

Eksamiülesannete koostamisel eeldatakse, et eksaminand on (minimaalselt) läbinud järgmised ainekursused:

1. Reaalarvud. Võrrandid ja võrratused.
2. Trigonomeetria.
3. Vektor tasandil. Joone võrrand.
4. Funktsioonid I, II.
5. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis.
6. Tõenäosusteooria ja kirjeldav statistika.
7. Stereomeetria. Vektor ruumis.

Õpitulemustes eristatakse:

1) äratundmis-, arusaamis- ning memoreerimistasandit, s.t

- õpilane teab gümnaasiumi ainekavaga määratud mõisteid, fakte, meetodeid ja protseduure;
- õpilane saab aru matemaatika ainekavaga määratud mõistetest, faktidest, meetoditest ja protseduuridest ning oskab neid kasutada;

2) rakendamisoskuse tasandit, s.t

- õpilane saab probleemist aru;

- õpilane oskab informatsiooni tõlgendada (teha kujundite ja kehade jooniseid, joonistada ning lugeda funktsioonide graafikuid);
- õpilane oskab valida lahendamisstrateegiat;
- õpilane oskab andmeid töödelda (teha nõutavaid arvutusi, hinnata tulemusi);
- õpilane oskab informatsiooni esitada, oskab lahenduskäiku selgitada (põhjendada), annab korrektse vastuse.

Matemaatika riigieksami ülesannete ettevalmistamisel peetakse silmas, et iga eksaminand saaks eksamil näidata oma teadmiste ja oskuste maksimaalset taset.

Matemaatika riigieksamitöö koostamisel arvestatakse, et eksamitöö sisaldaks erineva raskusastmega ülesandeid - ca 50% maksimaalselt saadavatest punktidest on äratundmis-, arusaamis- ja memoreerimistasandil omandatud ja ca 50% rakendamisoskuse tasandil omandatud teadmiste eest.

Teooriaküsimusi matemaatika riigieksamitöös iseseisvate ülesannetena ei esine.

5. Hindamine ja tulemuste apelleerimine

Matemaatika riigieksamitöid hindab haridus- ja teaduministri määrusega kinnitatud komisjon.

Riigieksami ülesannete lahenduste hindamisel arvestatakse seda, kas eksaminand:

- teab koolimatemaatika kursustes käsitletavaid mõisteid, fakte, meetodeid ja protseduure;
- saab matemaatilistest mõistetest, faktidest, meetoditest ja protseduuridest aru, oskab neid kasutada;
- saab ülesannetes püstitatud probleemidest aru;
- oskab teha ülesannetes nõutud arvutusi, oskab kasutada arvutusvahendeid ning saadud arvutustulemusi hinnata;
- oskab lahenduskäike selgitada (põhjendada);
- oskab teha tasandiliste kujundite ja ruumiliste kehade jooniseid, skitseerida ja lugeda funktsioonide graafikuid;
- oskab esitatud küsimustele korrektselt vastata.

Matemaatika riigieksamitöid hinnatakse ülesannete kaupa täispunktides.

Hindamiskomisjon ei loe ja ei hinda mustandipaberile kirjutatud.

Eksamitöö lõplikuks tulemuseks loetakse 1. ja 2. osa summeeritud punktid. Gümnaasiumi lõpetamiseks on riigieksami tulemus positiivne alates 20 punktist. Kui riigieksamitulemus on vähem kui 20 punkti, on riigieksam sooritatud mitterahuldavalt.

Kui eksaminand ei ole oma eksamitulemusega nõus, siis on tal õigus esitada Haridus- ja Teadusministeeriumi järelvalveosakonnale 5 tööpäeva jooksul peale eksamitulemuste väljastamist apellatsioon Haridus- ja Teadusministeeriumi apellatsioonikomisjonile, mille alusel kontrollib erapooletu apellatsioonikomisjon (10 tööpäeva jooksul avalduse registreerimise hetkest) veelkord eksaminandi tööd ja teatab avalduse esitajale kirjalikult oma otsusest. Apellatsioonikomisjonil on õigus jätta eksamitöö tulemus muutmata, seda tõsta või langetada.

6. Õppematerjalid eksamiks valmistumisel

Eksamitöö koostamisel lähtutakse haridus-ja teadusministri määrukses toodud riiklikule õppekavale vastavast õppekirjanduse loetelust.

Näiteks:

- T. Tõnso, A. Veelmaa „Matemaatika X, XI, XII klassile“; Mathema
- L. Lepmann, T. Leppmann, K. Velsker „Matemaatika X, XI, XII klassile; Koolibri
- E. Abel, E. Jõgi, E. Mitt „Matemaatika ülesannete kogu keskkoolile“; Koolibri
- L. Lepmann, T. Lepmann, H.-M. Varul „Ülesandeid gümnaasiumi matemaatika lõpueksamiks valmistumisel“; Koolibri

jpt

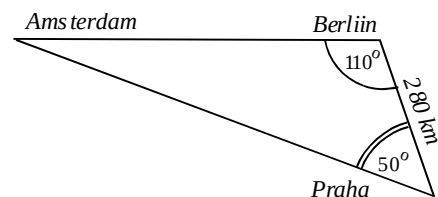
7. Näiteid eksamiülesannete lahenduste hindamise kohta

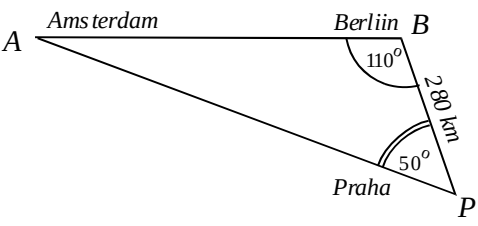
Näited on valitud varasemate aastate riigieksamite ülesannete hulgast

1. ülesanne (5 punkti) Lihtsustage avaldis $\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}\right) \cdot \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)$.

LAHENDUS	HINDAMINE
$\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}\right) \cdot \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right) =$ $= \frac{(\sqrt{a}+1)^2 - (\sqrt{a}-1)^2}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} \cdot \frac{(\sqrt{a})^2 - 1}{\sqrt{a}} =$ $= \frac{(a+2\sqrt{a}+1-a+2\sqrt{a}-1) \cdot (a-1)}{(a-1) \cdot \sqrt{a}} = \frac{4\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = 4$	Algebraaliste murdude lahutamise oskus 1 Algebra põhivalemite teadmine 1 Juuravaldiste teisendamise oskus 3 Sulgude avamine lugejais 1, algebraaliste murdude korrutamine 1, taandamine 1

2. ülesanne (10 punkti) Amsterdam - Berliin - Praha moodustavad kolmnurga (vt joonist), mille kaks nurka on 50° ja 110° . Berliinist Prahasse on 280 km. Kui kaugel on Amsterdam Berliinist ja Praha Amsterdamist? Vastus andke täpsusega 10 km.

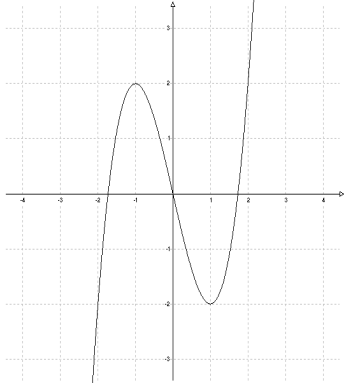


LAHENDUS	HINDAMINE
 Tähistame kolmnurga tipud ja nurgad järgmiselt: Amsterdam – A, Praha – P, Berliin – B, siis $\angle ABP = 110^\circ$, $\angle BPA = 50^\circ$. Kolmnurgast APB on antud üks külg (BP) ja selle kaks lähisnurka ($\angle ABP$, $\angle BPA$), ülejäänud küljed saame leida siinusteoreemi abil, arvutades eelnevalt nurga PAB. $\angle PAB = 180^\circ - (\angle ABP + \angle BPA) = 20^\circ$ Rakendades siinusteoreemi $\left(\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \right),$ saame : $AP = \frac{280 \cdot \sin 110^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 770$ $AB = \frac{280 \cdot \sin 50^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 630$ Vastus. Amsterdami ja Berliini vahemaa on ligikaudu 630 km ning Praha ja Amsterdami vahemaa ligikaudu 770 km.	Probleemi mõistmine 1 Informatsiooni tõlgendamine 1 Lahendusstrateegia omamine 1 Kolmnurga nurkade summa teadmine 1 Siinusteoreemi teadmine 1 Oskus kasutada siinusteoreemi 1 Külgede AP ja BA pikkuste arvutamine 2 (kumbki 1 punkt) Oskus õigesti ümardada 1 Tulemuse hindamine 1

3. ülesanne (15 punkti) Antud on funktsioon $y = x^3 - 3x$.

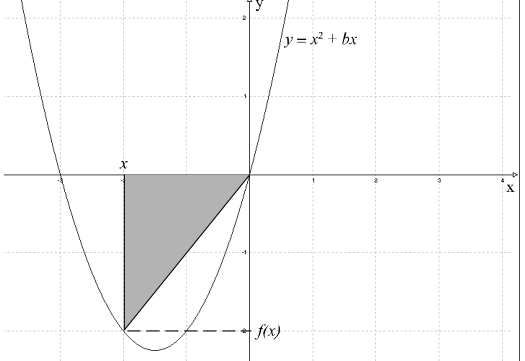
- 1) Leidke funktsiooni nullkohad.
- 2) Leidke funktsiooni tuletis.
- 3) Leidke funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud.
- 4) Leidke funktsiooni graafiku maksimum- ja miinimumpunkti koordinaadid.
- 5) Joonestage funktsiooni $y = x^3 - 3x$ graafik.
- 6) Kirjutage välja antud funktsiooni positiivsuspriirakond.

LAHENDUS	HINDAMINE
$y = x^3 - 3x$ 1) Nullkohad: $x^3 - 3x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 3) = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -\sqrt{3}, x_3 = \sqrt{3}$. 2) $y' = 3x^2 - 3$ 3) Kasvamis- ja kahanemisvahemike leidmiseks tingimused ($y' > 0$, $y' < 0$). $y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 1$ $y' > 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 > 0 \Rightarrow x < -1, x > 1$ Kasvamisvahemikud: $(-\infty; -1), (1; \infty)$. $y' < 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 < 0 \Rightarrow -1 < x < 1$ Kahanemisvahemik: $(-1; 1)$. 4) Maksimum- ja miinimumkoha leidmiseks tingimused: $f'(x_{\max}) = 0, f''(x_{\max}) < 0$; $f'(x_{\min}) = 0, f''(x_{\min}) > 0$. $y' = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 1$ $y'' = 6x$ Kui $x = -1$, siis $y'' < 0$. Kui $x = 1$, siis $y'' > 0$. Järelikult $x_{\max} = -1, x_{\min} = 1$. $y_{\max} = y(-1) = 2, y_{\min} = y(1) = -2$ Seega maksimumpunkt on punkt $(-1; 2)$, miinimumpunkt on punkt $(1; -2)$. 5)	Funktsiooni nullkoha mõiste teadmine 1 Erikujulise kuupvõrrandi lahendamise oskus 2 Monotoonsusvahemike tunnuste teadmine 1 Funktsiooni tuletise leidmise oskus 2 Ruutvõrratuse lahendamise oskus 1 Kasvamisvahemike leidmine 1 Kahanemisvahemiku leidmine 1 Maksimum- ja miinimumkoha olemasolu tingimuste teadmine 1 Ekstreemumkohtade liigi määramise oskus 1

 6) Positiivsuspiirkond: $(-\sqrt{3}; 0) \cup (\sqrt{3}; \infty)$.	Ekstreemumpunktide ordinaatide arvutamine 1 Funktsiooni $y = x^3 - 3x$ graafiku joonestamine 1 Funktsiooni $y = x^3 - 3x$ positiivsuspiirkonna 2 leidmine joonise abil
---	---

4. ülesanne (20 punkti) On antud funktsioonid $f(x) = x^2 - bx$ ($b > 0$) ja $g(x) = 8 \cdot 2^x + 2^{-x} - 9$.

- 1) Joonestage x -teljega ja joonega $y = f(x)$ piiratud kujund ning selle sisse täisnurkne kolmnurk, mille üks tipp on koordinaatide alguses, üks kaatet x -teljel ja selle vastastipp joonel $y = f(x)$. Leidke selle kolmnurga maksimaalne võimalik pindala.
 - 2) Leidke funktsiooni $g(x)$ nullkohad.
 - 3) Määrake arv b , nii et funktsiooni $f(x)$ nullkohad ühtiksid $g(x)$ nullkohtadega.
- Arvutage saadud b väärtusel punktis 2) leitud kolmnurga pindala.

LAHENDUS	HINDAMINE
 1) Joonestame parabooli $y = x^2 - bx$,	Parabooli joonestamine 2 Kolmnurga joonestamine 2

kus $b > 0$, joonestame ülesande tingimustele vastava kolmnurga. Leiame kolmnurga pindala $S = 0,5x(x^2 - bx)$, moodustame pindalafunktsiooni $S(x) = 0,5x^3 + 0,5bx^2$, leiame $S'(x) = 1,5x^2 + bx$, leiame funktsiooni $S'(x)$ nullkohad, lahendades võrrandi $1,5x^2 + bx = 0$. Saame $x_1 = -\frac{2b}{3}$, $x_2 = 0$, kus viimane on ilmselt võõrlahend. Kontrollime, kas $-\frac{2b}{3}$ on maksimumkoht, leides näiteks $S''(-\frac{2b}{3}) = -b < 0$. Seega $x_{\max} = -\frac{2b}{3}$. Leiame $S(-\frac{2b}{3}) = \frac{2b^3}{27}$. 2) Lahendame võrrandi $8 \cdot 2^x + 2^{-x} - 9 = 0 \Rightarrow \Rightarrow 8 \cdot 2^{2x} - 9 \cdot 2^x + 1 = 0$, millest a) $2^{x_1} = \frac{1}{8} \Rightarrow x_1 = -3$, b) $2^{x_2} = 1 \Rightarrow x_2 = 0$. 1) Funktsiooni $f(x)$ nullkohad peavad olema 0 ja -3, seega $f(0) = 0$ ja $f(-3) = 0$. Järelikult $(-3)^2 + b \cdot (-3) = 0 \Rightarrow b = 3$. Kui $b = 3$, siis $S = 2$.	Pindalafunktsiooni moodustamine 2 Pindalafunktsiooni tuletise ja selle nullkohtade leidmine 3 Ekstreemumi olemasolu piisava tingimuse rakendamine 1 Kolmnurga maksimaalse võimaliku pindala avaldamine parameetri b kaudu 2 Mõistmine, et tegemist on 2^x suhtes ruutvõrrandiga ja selle lahendamine, st 2^x väärtuste leidmine, 3 x väärtuste leidmine 2 Parameetri b väärtuse leidmine 2 Pindala leidmine 1
---	--

