

2005.A MATEMAATIKA RIIGIEKSAMIST

2005. aasta matemaatika riigieksam on kirjalik ja viiakse läbi kahes osas. **1. osa kestus on 120 minutit ja 2. osa kestus samuti 120 minutit. Kahe eksamiosa vahel on vaheaeg kestusega 45 minutit.**

Eksami esimese osa ülesannetega kontrollitakse gümnaasiumi iga ainekursuse (vt “**Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava**”, Riigi Teataja I osa nr 20 22.veebr.2002) põhiteadmiste ja -oskuste omamist ning oskust neid rakendada elulistes situatsioonides. Eksami teise osa ülesannetega kontrollitakse, kuivõrd struktureeritud on eksaminandi teadmised, kui hästi ta suudab õpitut rakendada mitterutiinsete ülesannete korral, milline on eksaminandi ettevalmistus õpingute jätkamiseks järgmisel astmel.

Kooli lõpetamiseks peab eksami 1. ja 2. osa hindepunktide summa olema vähemalt 20 punkti.

Teooriaküsimusi 2005. a matemaatika riigieksamitöös iseseisvate ülesannetena ei esine.

Kõik ülesannete lahendamiseks vajalikud andmed on vastavate ülesannete tekstidega ette antud. 2005.a matemaatika riigieksamil ei ole lubatud kasutada teatmikke, käsiraamatuid ja muid abimaterjale.

Eksamil võib kasutada kalkulaatorit, mis ei sisalda teksti. Valemeid peab eksaminand teadma peast. Kui kalkulaatoril on klahvid, mis võimaldavad arvutusi teha valemeid kasutamata (näiteks ruutvõrrandi lahendamine jms), tuleb vastavad valemid eksamitöösse siiski kirjutada.

Kalkulaator, kirjutus- ja joonestusvahendid, sealh mõõtejoonlaud, peavad eksaminandil endal eksamil kaasas olema. Eksaminandidel ei ole lubatud eksamitöö ajal üksteisele kirjutus-, arvutus- ja joonestusvahendeid, sealh mõõtejoonlauda, laenata.

2004.A MATEMAATIKA RIIGIEKSAMI ÜLESANDED

I VARIANT

1. osa

1. (5 punkti) Antud on avaldis $(1 + a^{\frac{1}{2}})(a^{-\frac{1}{2}} - 1) \cdot \frac{a}{a^0 - a}$, kus $a > 0$ ja $a \neq 1$.

1) Lihtsustage avaldis.

2) Arvutage avaldise väärtus, kui $a = 25^{-2}$.

2. (5 punkti) 50-liitrise silindrikujulise anuma läbimõõt on 3,4 dm. Leidke sama läbimõõduga, kuid kaks korda vähem mahutava silindrikujulise anuma kõrgus täpsusega 0,1 dm.

3. (15 punkti) On antud funktsioon $y = 2x^3 - 3x^2 + 2$.

1) Leidke funktsiooni tuletis.

2 punkti

2) Leidke funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud.

5 punkti

3) Arvutage funktsiooni maksimum- ja miinimumpunkti koordinaadid.

3 punkti

4) Joonestage funktsiooni $y = 2x^3 - 3x^2 + 2$ graafik.

2 punkti

5) Koostage võrrand joone $y = 2x^3 - 3x^2 + 2$ puutujale punktis (2; 6).

3 punkti

4. (5 punkti) Müügipunkti otstarbekuse hindamiseks registreeriti päevade kaupa mobiiltelefonide oste. Päevade järjekorras saadi ostetud telefonide arvu statistiline rida

7, 10, 8, 12, 8, 8, 11, 15, 13, 10, 12, 12, 10, 12, 9.

- | | |
|---|----------|
| 1) Korrastage statistiline rida. | 2 punkti |
| 2) Leidke mediaan. | 1 punkt |
| 3) Leidke päevas ostetud telefonide keskmine arv. | 2 punkti |

5. (5 punkti) Tõenäosus, et ostetud lillesibul läheb kasvama on 0,85.

Leidke tõenäosus, et

- 1) lillesibul ei lähe kasvama;
- 2) kümnest lillesibulast läheb kasvama kaheksa.

6. (5 punkti) Rännumees mõõtis kaardil mõõtkavaga 1: 6000000 Tallinna ja Mikkeli vaheliseks kauguseks 4,9 cm. Kaardil mõõtkavaga 1: 9000000 mõõtis ta Tallinna ja Stockholmi vaheliseks kauguseks 4,1 cm. Kumb nimetatud linnadest on Tallinnale linnulennult lähemal ja mitme kilomeetri võrra?

7. (10 punkti) Teibilint paksusega 0,2 mm on keritud silindrikujulisele südamikule, mille raadius on 1 cm. Teibirulli läbimõõt on 6 cm. Leidke teibilindi pikkus täpsusega 0,5 m.

Näpunäide. Lähtuge sellest, et küllalt suure täpsusega võib iga rullis oleva teibikihi ristlõike lugeda ringjooneks, kusjuures iga järgmise kihi raadius on 0,02 cm võrra suurem kui eelmisel. Seega on esimeses kihis 2π cm teipi, teises kihis $2,04\pi$ cm jne.

2.osa

8. (15 punkti) Antud on sirged $y = x$, $y = -4x$ ja $y = -x + 6$.

- | | |
|---|----------|
| 1) Arvutage nende sirgete lõikepunktide koordinaadid. | 4 punkti |
| 2) Joonestage antud sirged ühes ja samas teljestikus. | 3 punkti |
| 3) Leidke antud sirgete lõikepunkte läbiva parabooli $y = ax^2 + bx + c$ võrrand. | 6 punkti |
| 4) Arvutage eelmises punktis saadud parabooli haripunkti koordinaadid. | 2 punkti |

9. (15 punkti) Antud on funktsioon $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$.

- | | |
|--|----------|
| 1) Lihtsustage funktsiooni avaldist. | 3 punkti |
| 2) Arvutage $f(\alpha)$ täpne väärtus, kui $\cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{7}}$. | 3 punkti |
| 3) Määrake, kas $f(x)$ on paaris- või paaritu funktsioon. | 2 punkti |
| 4) Lahendage võrrand $f(x) = 0$ lõigul $[-\pi; \pi]$. | 4 punkti |
| 5) Joonestage ühes ja samas teljestikus funktsioonide $y = \cos x$ ja $y = \cos 2x$ graafikud lõigul $[-\pi; \pi]$. | 3 punkti |

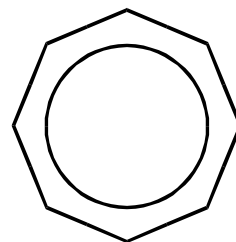
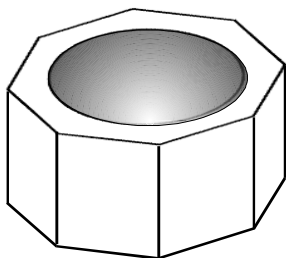
-
10. (20 punkti) Antud on funktsioonid $f(x) = \ln x$ ja $g(x) = -\ln x$.

- | | |
|--|----------|
| 1) Lahendage võrrand $f(x) = g(9x)$. | 3 punkti |
| 2) Leidke puutuja võrrand joonele $y = f(x)$ punktis, mille x -koordinaat on e , ja joonele $y = g(x)$ punktis, mille x -koordinaat on $\frac{1}{e}$. | 7 punkti |
| 3) Tõestage, et leitud puutujad on teineteisega risti. | 2 punkti |
| 4) Joonestage kolmnurk, mille moodustavad leitud puutujad ja sirge $y = 1$. Arvutage selle | 8 punkti |

kolmnurga pikima külje pikkus ja pindala.

11. (20 punkti) Lillepott on korrapärane kaheksanurkne prisma, mille õõnsus on poolkera (vt joonist). Sealjuures

- a) poolkera suuringi tasand ühtib prisma ülemise põhja tasandiga,
 - b) poolkera sümmeetriatelg ja prisma sümmeetriatelg ühtivad,
 - c) poolkera ruumala on pool prisma ruumalast,
 - d) lillepoti põhja paksus (kõige õhemas kohas) võrdub külgseina paksusega (kõige õhemas kohas).
- 1) Avaldage poolkerakujulise õõnsuse ruumala prisma põhiserva pikkuse a kaudu.
 - 2) Milline peaks olema a väärtus täissentimeetrites, et õõnsuse maht oleks vähemalt 0,5 liitrit?



II VARIANT

1.osa

1. (5 punkti) Antud on avaldis $(1 + a^{-\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} - 1) \cdot \frac{a}{a - a^0}$, kus $a > 0$ ja $a \neq 1$.

- 1) Lihtsustage avaldis.
- 2) Arvutage avaldise väärtus, kui $a = 9^{-2}$.

2. (5 punkti) 100-liitrise silindrikujulise anuma kõrgus on 4,5 dm. Leidke sama kõrgusega, kuid kaks korda vähem mahutava silindrikujulise anuma läbimõõt täpsusega 0,1 dm.

3. (15 punkti) On antud funktsioon $y = x^3 - 3x - 3$.

- 1) Leidke funktsiooni tuletis. 2 punkti
- 2) Leidke funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud. 5 punkti
- 3) Arvutage funktsiooni maksimum- ja miinimumpunkti koordinaadid. 3 punkti
- 4) Joonestage funktsiooni $y = x^3 - 3x - 3$ graafik. 2 punkti
- 5) Koostage võrrand joone $y = x^3 - 3x - 3$ puutujale punktis $(2; -1)$. 3 punkti

4. (5 punkti) Uue bussipeatuse asukoha määramiseks loendati ajutises peatuses juhuslikult valitud tööpäeval iga poole tunni järel bussi sisenejad. Kellaegade järjekorras saadi sisenejate arvu statistiline rida

9, 6, 10, 15, 10, 13, 11, 12, 9, 11, 9, 9, 8, 7, 9, 10.

- 1) Korrastage statistiline rida. 2 punkti
- 2) Leidke mediaan. 1 punkt
- 3) Leidke ajutises peatuses sellel tööpäeval bussi sisenejate keskmine arv. 2 punkti

5. (5 punkti) Lilleseemne idanemise tõenäosus on 0,75.

Leidke tõenäosus, et

- 1) lilleseeme ei idane;
- 2) kaheteistkümnest lilleseemnest idaneb kümme.

6. (5 punkti) Rännumees mõõtis kaardil mõõtkavaga 1: 6000000 Tallinna ja Tampere vaheliseks kauguseks 3,9 cm. Kaardil mõõtkavaga 1: 9000000 mõõtis ta Tallinna ja Riia vaheliseks kauguseks 3,1 cm. Kumb nimetatud linnadest on Tallinnale linnulennult lähemal ja mitme kilomeetri võrra?

7. (10 punkti) Paberilint paksusega on 0,1 mm keritakse silindrikujulisele südamikule, mille raadius on 5 cm. Leidke paberilindi pikkus (täpsusega 1 m), kui saadava paberirulli läbimõõt on 30 cm.

Näpunäide. Lähtuge sellest, et küllalt suure täpsusega võib iga rullis oleva paberikihi ristlõike lugeda ringjooneks, kusjuures iga järgmise kihi raadius on 0,01 cm võrra suurem kui eelmisel. Seega on esimeses kihis 10π cm paberilindist, teises kihis $10,02\pi$ cm jne.

2.osa

8. (15 punkti) On antud sirged $y = -x$, $y = 4x$ ja $y = x - 6$.

- 1) Arvutage nende sirgete lõikepunktide koordinaadid. 4 punkti
- 2) Joonestage antud sirged ühes ja samas teljestikus. 3 punkti
- 3) Leidke antud sirgete lõikepunkte läbiva parabooli $y = ax^2 + bx + c$ võrrand. 6 punkti
- 4) Arvutage eelmises punktis saadud parabooli haripunkti koordinaadid. 2 punkti

9. (15 punkti) Antud on funktsioon $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$.

- 1) Lihtsustage funktsiooni avaldist. 3 punkti
- 2) Arvutage $f(\alpha)$ täpne väärtus, kui $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$. 3 punkti
- 3) Määrake, kas $f(x)$ on paaris- või paaritu funktsioon. 2 punkti
- 4) Lahendage võrrand $f(x) = 0$ lõigul $[0; 2\pi]$. 4 punkti
- 5) Joonestage ühes ja samas teljestikus funktsioonide $y = \cos x$ ja $y = -\cos 2x$ graafikud lõigul $[0; 2\pi]$. 3 punkti

10. (20 punkti) Antud on funktsioonid $f(x) = e^x$ ja $g(x) = \frac{1}{e^x}$.

- 1) Lahendage võrrand $f(x) = 10g(x)$. 3 punkti
- 2) Leidke puutuja võrrand joonele $y = f(x)$ punktis, mille x-koordinaat on 1, ja joonele $y = g(x)$ punktis, mille x-koordinaat on 1. 7 punkti
- 3) Tõestage, et leitud puutujad on teineteisega risti. 2 punkti
- 4) Joonestage kolmnurk, mille moodustavad leitud puutujad ja sirge $x = 1$. Arvutage selle kolmnurga pikima külje pikkus ja pindala. 8 punkti

11. (20 punkti) Kauss on korrapärane viisnurkne prisma, mille õõnsus on poolkera (vt joonist). Sealjuures

- a) poolkera suuringi tasand ühtib prisma ülemise põhja tasandiga,
 - b) poolkera ja prisma sümmeetriatelg ühtivad,
 - c) poolkera ruumala on pool prisma ruumalast,
 - d) kausi põhja paksus (kõige õhemas kohas) võrdub külgselina paksusega (kõige õhemas kohas).
- 1) Avaldage poolkerakujulise õõnsuse ruumala prisma põhiserva pikkuse a kaudu.
 - 2) Milline peaks olema a väärtus täissentimeetrites, et õõnsuse maht oleks vähemalt 1 liiter?

