

PEP 2659
V 51

39

J. GRÜNTALI
TOIMETUSEL
ETVERK, E.
MATHISEN, R.
P A A S, O.
RATASSEPP, K.

MATEMAATIKA KESKKOOLIS

III K L A S S I
HARJUTUS
VIHIK № 4



MADE IN FINLAND
K. U. KOOLI-KOOPERATIIV TALLINNAS 1936

K/Ü. KOOLI-KOOPERATIIV TALLINNAS 1936

39-92-12

Vörrandid.

1. $\frac{4}{3} = \frac{5}{4}$

$$4x = 9;$$

$$x = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4};$$

4. $\frac{12x}{25} = \frac{5}{5}$

$$12x = 30;$$

$$x = \frac{30}{12} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2};$$

7. $\frac{y+2}{6} = \frac{2}{3}$

$$y+2 = 4;$$

$$y = 4-2;$$

$$y = 2;$$

10. $\frac{5u-8}{9} = \frac{3}{u}$

$$5u-8 = 3u;$$

$$5u-3u = 8;$$

$$2u = 8;$$

$$u = \frac{8}{2} = 4;$$

13. $\frac{4}{3} + 2 = \frac{3v+5}{4}$

$$4 \cdot 4 + 8 = 3v + 5;$$

$$4v - 3v = 15 - 8;$$

$$v = 7;$$

W on examine
förfärdigade
krigstaktik.

2. $\frac{6}{x} = \frac{5}{6}$

$$6x = 20.$$

$$x = \frac{20}{6} = 3\frac{1}{3};$$

5. $\frac{16x}{35} = \frac{5}{2}$

$$16x = 80;$$

$$x = \frac{80}{16} = \frac{20}{4} = 5;$$

8. $\frac{y-5}{15} = \frac{5}{3}$

$$\frac{y-5}{15} = \frac{5}{3};$$

$$y-5 = 10;$$

$$y = 10+5 = 15;$$

11. $\frac{2u}{45} = \frac{3}{30}$

$$16u+20 = 24u;$$

$$16u-24u = -20;$$

$$-8u = -20;$$

$$u = \frac{-20}{-8} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2};$$

14. $\frac{8}{3} - v = \frac{3-v}{8}$

$$64-8v = 9-3v.$$

$$64-9 = -3v+8v;$$

$$55 = 5v;$$

$$v = \frac{55}{5} = 11;$$

3. $\frac{2x}{5} = \frac{5}{7}$

$$14x = 20;$$

$$x = \frac{20}{14} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7};$$

6. $\frac{3x}{8} = \frac{5}{2}$

$$3x = 4x;$$

$$4x - 3x = 0;$$

$$x = 0;$$

9. $\frac{3y-16}{24} = \frac{2}{3}$

$$3y-16 = 24 \cdot 2;$$

$$3y = 74+16 = 90;$$

$$y = \frac{90}{3} = 30;$$

12. $\frac{4u}{6} = \frac{3}{8}$

$$56u-4 = 45u+3$$

$$56u-45u = 3+4;$$

$$11u = 7; u = \frac{7}{11};$$

15. $\frac{4v+8}{9} = \frac{3v-10}{15}$

$$20v+40 = 48v-30;$$

$$20v-48v = -30-40;$$

$$-28v = -70$$

$$v = \frac{-70}{-28} = \frac{10}{4} = 2\frac{1}{2};$$

$$1. \quad \frac{\cancel{6}x - \frac{1}{4}}{3} = \frac{\cancel{3}x - \frac{1}{6}}{8}$$

$$\begin{aligned} 8x - \frac{8}{4} &= 3x - \frac{3}{2}; & 8x - 2 &= 3x - \frac{1}{2}; \\ 16x - 4 &= 6x - 1; & 16x - 6x &= -1 + 4; \\ 10x &= 3; & x &= \frac{3}{10} = 0,3; \end{aligned}$$

$$3. \quad \frac{\frac{5}{5y-1\frac{7}{15}}}{2} = \frac{\frac{2}{7y-1\frac{5}{6}}}{5}$$

$$\begin{aligned} 25y - \frac{25 \cdot 5}{15} &= 14y - \frac{2 \cdot 11}{6}, \\ \frac{2}{3} 25y - \frac{25}{3} &= \frac{2}{3} 14y - \frac{2}{3} 11; \\ 75y - 25 &= 42y - 11; \\ 75y - 42y &= 22 - 11; \\ 33y &= 11; \quad y = \frac{11}{33} = \frac{1}{3}; \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \frac{3}{8}(4z-5) = \frac{3}{16}(6z-20\frac{1}{2}) \\ 56(4z-5) = 48(6z-41\frac{1}{2}) \\ 224z-280 = 288z-1992 \\ 224z-288z = -1992+280 \\ -64z = -1712 \\ z = \frac{1712}{64} = 26.75 \end{array}$$

$$7. \quad \frac{1}{7}(3u + 2\frac{5}{6}) = \frac{1}{4}(6u - 7\frac{2}{3})$$

$$\frac{12}{7}u + \frac{2}{6.7} = \frac{21}{4}u - \frac{7.23}{4.3} ;$$

$$u = \frac{-195}{-90} = \frac{39}{18} = \frac{13}{6} = 2\frac{1}{6}$$

$$2. \quad \frac{\cancel{5} \cdot 4}{x + \frac{4}{9}} = \frac{\cancel{10} \cdot 1}{x + \frac{1}{25}}$$

$$\begin{aligned} 3x + \frac{12}{5} &= 10x + \frac{10}{25}; \\ \frac{15}{15} \cdot \frac{5}{5} \cdot \frac{3}{3} + \frac{12}{5} &= 10x + \frac{2}{5}; \\ 45x + 20 &= 150x + 6; \quad 150x - 45x = 20 - 6; \\ 105x &= 14; \quad x = \frac{14}{105} = \frac{2}{15}; \end{aligned}$$

4. $\frac{\cancel{3}^3}{20} (y + 3\frac{3}{8}) = \frac{\cancel{5}^5}{12} (y + \frac{7}{40})$

$$\begin{aligned} 9(y + \frac{7}{9}) &= 25(y + \frac{7}{10}); 9y + \frac{27 \cdot 9}{8} = 25y + \frac{25 \cdot 7}{10}; \\ \frac{8}{9}y + \frac{27 \cdot 9}{8} &= \frac{8}{9} \cdot 25y + \frac{8}{9} \cdot \frac{25 \cdot 7}{10}; 72y + 243 = 200y + 35; \\ 200y - 72y &= 243 - 35; 128y = 208; \\ y &= \frac{208}{128} = \frac{104}{64} = \frac{52}{32} = \frac{26}{16} = \frac{13}{8} = 1 \frac{5}{8}; \end{aligned}$$

$$6. \quad \frac{1}{2}(v - 4\frac{1}{3}) = \frac{1}{5}(v - 3\frac{1}{3})$$

$$\frac{15}{2}v - \frac{15}{2} \cdot 4\frac{1}{3} = \frac{5}{5}v - \frac{5}{5} \cdot 3\frac{1}{3}; 15v - 195 = 6v - 20;$$

$$15v - 6v = -20 + 195; 9v = 175;$$

$$v = \frac{175}{9} = 19\frac{4}{9}; v = 19\frac{4}{9}.$$

8. $\frac{2}{3}(4u-3) = \frac{3}{5}(3u+1)$

$$\frac{2.4u}{3} - \frac{2.3}{3} = \frac{3.3u}{5} + \frac{3}{5}$$

$$40u - 27u = 9 + 30; 13u = 39;$$

$$1. \quad \frac{\cancel{6}}{2} + \frac{\cancel{4}}{3} = 1\frac{\cancel{3}}{4}$$

$$x = \frac{21}{14} = \frac{3}{2};$$

$$2. \quad \frac{\overset{3}{\cancel{38}}}{4} - \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{6} = \frac{\overset{4}{\cancel{2}}}{4} = \frac{1}{1}$$

$$95 - 26 = 14.4;$$
$$75 = 14.4;$$
$$S = \frac{14.4}{7} = 2, 4 = 8$$

$$3. \quad \frac{3t}{10} + \frac{2t}{5} = 3\frac{1}{2}$$

$$3t + 4t = 35$$
$$7t = 35$$
$$t = \frac{35}{7} = 5$$

4. $\frac{2}{x-7} + \frac{1}{10} = \frac{x-2}{10}$

$$\begin{aligned} 2z - 14 + 1 &= z - 2; \\ 2z - z &= -2 - 1 + 14; \\ z &= 11; \end{aligned}$$

5. $\frac{\overset{6}{2+n}}{5} - \frac{\overset{5}{n-2}}{6} = \frac{\overset{3}{2}}{2}$

$$\begin{aligned} 12 + 6u - 5u - 10 &= 60; \\ 6u - 5u &= 60 + 10 - 12 \\ u &= 58; \end{aligned}$$

$$6. \quad \frac{\overset{3}{\cancel{v-2}}}{4} = \frac{\overset{2}{\cancel{v-6}}}{8} + \frac{\overset{6}{1}}{2}$$

$$3v - 6 = 2v - 12 + 6$$
$$3v - 2v = -12 + 6 + 6$$
$$v = 0:$$

7. $\frac{5}{3y+4} = 6 - \frac{10}{3y+4}$

$$\begin{aligned} 15y + 20 &= 60 - 3y + 4, \\ 15y + 3y &= 60 + 4 - 20; \\ 12y &= 44; \\ y &= \frac{44}{12} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}; \end{aligned}$$

8. $\frac{\frac{6}{4x+1}}{2} - \frac{\frac{3}{5x^2-1}}{4} = \frac{\frac{4}{2x+3}}{3}$

$$\begin{aligned} 24x + 6 - (15x - 3) &= 8x + 12; \\ 24x + 6 - 15x + 3 &= 8x + 12; \\ 24x - 15x - 8x &= 12 - 3 - 6; \\ x &= 3; \end{aligned}$$

9. $\frac{6}{9+4x} = \frac{9}{x+5} - \frac{2}{5x+}$

$$\begin{aligned} 54 + 24z &= 9z + 45 - (10z + 16) \\ 54 + 24z &= 9z + 45 - 10z - 16; \\ 24z - 9z + 10z &= 45 - 16 - 54, \\ 25z &= -25; \\ z &= \frac{-25}{25} = -1; \end{aligned}$$

Ülesannete lahendamise võrrandite abil.

1. Kuidas jaotada 300 kr. nelja isiku vahel nii, et iga järgnev isik saaks 10 kr. võrra vähem kui eelmine?

I isik 300 kr., II - (x-10) kr., III - (x-20) kr., IV - (x-30) kr. Kokku, nad said 300 kr.
 $x + (x+10) + (x-20) + (x-30) = 300;$
 $x + x - 10 + x - 20 + x - 30 = 300;$
 $4x = 300 + 60; 4x = 360; x = 90.$
 I sai 90 kr., II - 80 kr., III - 70 kr., IV - 60 kr.

2. Kuidas jaotada 300 kr. nelja isiku vahel nii, et iga järgnev isik saaks 2 korda vähem kui eelmine?

I sai x kr., II $\frac{x}{2}$ kr., III $\frac{x}{4}$ kr., IV $\frac{x}{8}$ kr. Kokku nad said 300 kr. Saame võrruse:
 $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 300; 8x + 4x + 2x + x = 300 \cdot 8;$
 $15x = 300 \cdot 8; x = \frac{300 \cdot 8}{15} = 20 \cdot 8 = 160;$
 I sai 160 kr., II 80 kr., III 40 kr., IV 20 kr.

3. Kuidas jaotada 216 kr. kolme isiku vahel nii, et B saaks 10 kr. võrra enam kui A, ja C saaks 2 korda enam kui B ning veel 6 kr.?

Kui A sai x kr., siis B sai (x+10) kr. ja C sai 2(x+10)+6, mis on kokku 216 kr.
 $x + (x+10) + 2(x+10) + 6 = 216;$
 $x + x + 10 + 2x + 20 + 6 = 216; 4x = 216 - 36;$
 $4x = 180; x = \frac{180}{4} = 45; A$ sai 45 kr., B sai 55 kr., ja C sai 55 + 26 = 116 kr.

4. Kuidas jaotada 915 kr. kolme isiku vahel nii, et A saaks 3 korda enam kui B ja veel 120 kr., ja B saaks 4 korda enam kui C ja veel 50 kr.?

Kui C sai x kr., siis B sai (4x+50) kr. ja A sai 3(4x+50)+120; kokku nad said 915 kr. Saame võrruse: $x + 4x + 50 + 3(4x+50) + 120 = 915;$
 $x + 4x + 50 + 120 = 915; x + 4x + 50 + 120 + 150 + 120 = 915; 17x = 915 - 420;$
 $17x = 495; x = \frac{495}{17} = 35$ kr.
 C sai 35 kr., B sai 4.35+50 = 190 kr., ja A sai 3(4.35+50)+120 = 12.35+150+120 = 690 kr.

Kui tähistada algkapitaal - x, %määr - p, aeg - t ja intress ehk kasumaks ehk % raha - Z, siis saame valemid: $Z = \frac{x \cdot p \cdot t}{100};$
 $p = \frac{100 Z}{x \cdot t}; x = \frac{100 Z}{p \cdot t};$ Võime lahendada püüdnud ülesandeid nende valemitega ja saad tulevik.

Ülesannete lahendamise võrrandite abil.

1. Mitmel protsendil oli 240-kroonine kapital hoiul, kui talt saadi 5 kuu eest 3,50 kr. intressi?

Lahendus valemiga: $p = \frac{100 \cdot 3,50 \cdot x}{240 \cdot 5} = 3,5 = 3\frac{1}{2}\%;$
 II Lahend: $\frac{240 \cdot x \cdot 5}{100 \cdot 12} = 3,50; x = 3,5\%;$
 x täht. 90 määra.

2. Mitmel protsendil annab 3750-kroonine kapital 81 päevaga 33,75 kr. intressi?

ILah.: $p = \frac{100 \cdot 33,75 \cdot 360}{3750 \cdot 81} = \frac{33,75 \cdot 40}{375 \cdot 9} = \frac{675 \cdot 4}{75 \cdot 9} = \frac{274}{3 \cdot 9} = 4\%;$
 II lah. $\frac{3750 \cdot x \cdot 81}{100 \cdot 360} = 33,75; x = \frac{33,75 \cdot 4}{9 \cdot 375} = 4\%;$

3. Kui suur kapital annab 3%-l 8 kuuga 8,70 kr. intressi?

Algkapital - x; $\frac{x \cdot 3 \cdot 8}{100 \cdot 12} = 8,70; \frac{2x}{100} = 8,70;$
 $2x = 870; x = \frac{870}{2} = 435$ kr.

4. Kui suur oli kapital, mis, olles 126 päeva hoiul 4%-ga, andis 269,50 kr. intressi?

Kapital - x; $\frac{x \cdot 4 \cdot 126}{100 \cdot 360} = 269,50; \frac{x \cdot 63}{100 \cdot 15} = 269,50;$
 $\frac{x \cdot 7}{5} = 26950; x = \frac{5 \cdot 26950}{7} = 5 \cdot 3850 = 19250$ kr.
 Kapital oli 19250 kr.

5. Mitu kuud oli 6000-kroonine kapital hoiul 5½%-ga, kui talt saadi 247,50 kr. intressi?

x kuud oli kapital hoiul.
 $\frac{6000 \cdot 5,5 \cdot x}{100 \cdot 12} = 247,5; \frac{60 \cdot 5,5}{12} = 247,5;$
 $5 \cdot 5,5x = 247,5; 5 \cdot 11x = 495; x = \frac{495}{5 \cdot 11} = \frac{45}{5} = 9;$
 9 kuud oli kapital hoiul.

6. Mitu päeva oli 4940-kroonine kapital hoiul 3%-ga, kui talt saadi 96,33 kr. intressi?

x päeva oli kapital hoiul.
 $\frac{4940 \cdot 3 \cdot x}{100 \cdot 360} = 96,33; \frac{494 \cdot x}{12} = 9633;$
 $\frac{247x}{6} = 9633; x = \frac{6 \cdot 9633}{247} = 6 \cdot 39 = 234;$
 Kapital oli hoiul 234 päeva.

Ulesannete lahendamine võrrandite abil.

- Mitu kuupsentimeetrit vett peab lisama 20 cm³-le väävelhappele erikaaluga 1,97, et saada väävelhappe lahust erikaaluga 1,4?
- Mitu kuupsentimeetrit väävelhappe lahust erikaaluga 1,1 peab lisama 100 cm³-le väävelhappe lahusele erikaaluga 1,6, et saada lahust erikaaluga 1,2?

20 sm³, 1,97 on võrdne 1,4 · (20 + x) sm³; kus x tähendab lisatavat vedelikku. On võrdne seega, et see erikaal on 1.
 $20 \cdot 1,97 = 1,4 \cdot (20 + x)$; $20 \cdot 1,97 = 14 \cdot (20 + x)$;
 $394 = 280 + 14x$; $14x = 114$; $14x = 57$;
 $x = \frac{57}{14} = 8\frac{1}{2}$; vett tuleb lisada $8\frac{1}{2}$ sm³;
 x sm³ väävelhappe erikaaluga 1,1 peab lisama.
 $1,1x + 100 \cdot 1,6 = (x + 100) \cdot 1,2$; $11x + 1600 = 12x + 1200$; $11x - 12x = 1200 - 1600$;
 $-x = -400$; $x = -400 = 400$;
 400 sm³ tuleb lisada lahust erikaaluga 1,1;

Vasele x sm³, inglistina (800 - x) sm³;
 $8,8x + 7,3(800 - x) = 500 \cdot 7,9$;
 $8,8x + 3650 - 7,3x = 3950$; $1,5x = 3950 - 3650$;
 $1,5x = 300$; $1,5x = 300$; $x = \frac{300}{1,5} = 200$;
 Vasele 200 sm³ ja inglistina 300 sm³;

Vett - x sm³ ja äädikahapet (209 - x) sm³;
 Vee erikaal = 1; $1 \cdot x + 0,95(209 - x) = 209 \cdot 0,95$;
 $100x + 89 \cdot 209 - 89x = 209 \cdot 95$; $11x = 19855 - 18601$;
 $11x = 1254$; $x = \frac{1254}{11} = 114$;
 Vett x g, et 114 sm³ ja äädikahapet 209 - 114 = 95 sm³;

209 gr. väävelhappet on $\frac{209}{0,95}$ sm³; segahapet vett x sm³, mis " " segahappe (209 - x) sm³;
 $1 \cdot x + 0,95(209 - x) = 209 \cdot 0,95$;
 $x + 209 \cdot 0,95 - 0,95x = 209 \cdot 0,95$;
 $0,05x = 209 \cdot 0,95 - 209 \cdot 0,95 = 0$;
 $x = 0$;
 $10,45x = 19855 - 18601 = 1254$; $10,45x = 1254$; $x = \frac{1254}{10,45} = 120$;
 Vett x g, et 120 sm³ ja äädikahapet $\frac{209}{0,95} - 120 = 220 - 120 = 100$ sm³;

Ulesannete lahendamine võrrandite abil.

- Mitu grammi kaalub 15 cm³ rauda? Rauda erikaal on 7,8.
- Mitu kuupsentimeetrit rauda kaalub 46,8 g?
- Mitu kuupsentimeetrit kasepuud kaalub 2,1 kg? Kasepuu erikaal on 0,7.

1 sm³ rauda kaalub 7,8 gr.
 $15 \cdot 7,8 = 117$ gr kaalub 15 sm³ rauda.
 $x = 7,8 \cdot 15 = 117$ gr kaalub 15 sm³ rauda.

x kuupsentim. rauda kaalub 46,8 gr.
 $x = \frac{46,8}{7,8} = 6$ sm³ kaalub 46,8 gr.

x sm³ puud kaalub 2,1 kg = 2100 gr.
 $1 \text{ sm}^3 \text{ kasepuud} = 0,7 \text{ gr}.$
 $x = \frac{2100}{0,7} = \frac{21000}{7} = 3000$ cm³

1 dm³ = 1000 sm³; 1 dm³ = 1000 sm³;
 $3,3 \text{ kg} = 3300 \text{ gr}$; Kirve varre ruumala
 olgu x sm³, mis kirve ruumala on
 $(1100 - x) \text{ sm}^3$. $0,7x + 7,8(1100 - x) = 3300$;
 $7x + 85800 - 78x = 33000$; $-71x = -52800$;
 $x = \frac{-52800}{-71} = 743,7 \text{ sm}^3$; Kirve varre ruumala $\approx 743,7 \text{ sm}^3$;

Kaaluks kuju x kg, mis alus kaalub 6,11 kg.
 Raskus jagatud erikaaluga = oluk.
 $\frac{x}{8} + \frac{6,11 \cdot x}{2,5} = 1,3$; $5x + 97,76 - 16x = 52$;
 $-11x = -45,76$; $x = \frac{-45,76}{-11} = 4,16 \text{ kg}.$
 Kuju kaalub 4,16 kg.

olgu kulla kaal x gr, siis on teemandi kaal
 $(4,877 - x) \text{ gr}.$ $\frac{x}{19} + \frac{1877 - x}{35} = 0,12$;
 $5,5x + 10,1877 - 19x = 0,12 \cdot 3,5 \cdot 19$;
 $350x + 10,1877 - 1900x = 12,35 \cdot 19$;
 $350x + 3563 - 1900x = 7980$;
 $350x - 1900x = 7980 - 3563$;
 $-1550x = -2763$; $x = \frac{-2763}{-1550} = \frac{276,3}{155} = 1,786$;
 Kuld kaalub 1,786 gr ja teemand kaalub 0,09 gr.

5. Mitu kuupsentimeetrit vett ja mitu kuupsentimeetrit äädikahapet peab segama, et saada 209 g äädikahapet lahust erikaaluga 0,95?

Puhassegi
 rauda
 peab olema
 $-0,89x$ ja
 $-0,89 \cdot 0,95x$;
 $10,45x = 19855 - 18601 = 1254$; $10,45x = 1254$; $x = \frac{1254}{10,45} = 120$;
 Vett x g, et 120 sm³ ja äädikahapet $\frac{209}{0,95} - 120 = 220 - 120 = 100$ sm³;

Arve erikaal on arv, mis näitab palju kaalub üks kuupsentimeeter seda ainet. Erikaal on mõneta arv, mille saame $\frac{\text{mass}}{\text{ruumala}} = \frac{\text{gr}}{\text{sm}^3}$.

Ülesannete lahendamine võrrandite abil.

1. Mitu grammi vett peab lisama 1 kilogrammile 70%-lisele äädikalahusele*), et saada 25%-list lahust?

II lahend: Lisatagu vett x gr., siis $25(x+1000) = 70 \cdot 1000$, kus $1000 = 1$ kg, ja 70 on % määra. $25x + 25000 = 70000$; $25x = 70000 - 25000$; $25x = 45000$; $x = \frac{45000}{25} = 1800$ gr. Vett tuleks lisada.

III lahend: Saadetakse tarvitu. II lahendist, kust see on puhtal kujel võrreldes. Lahendit nimetatase proportsioonide abil võrreldes.

2. Mitu grammi äädikat peab lisama 350 cm³-le veele, et saada 30%-list äädikalahust?

70 määra. $\frac{100x}{350+x} = 30$; $100x = 10500 + 30x$; $70x = 10500$; $x = \frac{10500}{70} = 150$; äädikat lisatakse 150 gr.

3. Kui palju vett peab lisama 200 grammile 5%-lisele karboolveele, et saada 2%-list karboolvett?

Lisatagu vett x gr., siis $200 \cdot 5 = 2(x+200)$; $1000 = 2x + 400$; $-2x = 400 - 1000$; $-2x = -600$; $x = \frac{-600}{-2} = 300$; Vett lisatakse 300 gr.

4. Kui palju karboolhapet peab lisama 250 grammile 3%-lisele karboolveele, et saada 5%-list karboolvett?

Karboolhapet on 100% ja lisatagu x gr. 5%-list karboolveele 5(250+x), mis on sama 100x kui 250.3 segamisel. Saame: $100x + 250 \cdot 3 = 5(250 + x)$; $100x + 750 = 1250 + 5x$; $100x - 5x = 1250 - 750$; $95x = 500$; $x = \frac{500}{95} = 5\frac{5}{19}$; Karboolhapet tuleb lisada $5\frac{5}{19}$ gr.

*) 1 kg lahust sisaldab 700 g äädikahapet ja 300 g vett.

Murreliste võrrandite lahendamisel tuleb valada tähelepanu ka järgist, milleks vajalik on leida täiendavad tegurid.

Võrrandeid.

$$1. \frac{5}{x} + \frac{16}{5x} = \frac{3}{5}$$

$$20 + 16 = 9x;$$

$$36 = 9x;$$

$$x = \frac{36}{9} = 4;$$

$$4. \frac{5}{z} - 6 + \frac{2z}{1} = \frac{10}{z}$$

$$5z - 30 + 14z = 160;$$

$$5z + 14z = 160 + 30;$$

$$19z = 190;$$

$$z = \frac{190}{19} = 10;$$

$$z = 10;$$

$$6. \frac{3}{20q} - \frac{4q}{60q} = \frac{11-4q}{60q} = \frac{20q}{3}$$

$$3 - 12q = 11 - 4q - 40q;$$

$$-12q + 4q + 40q = 11 - 3;$$

$$32q = 8; q = \frac{8}{32} = \frac{1}{4};$$

$$q = \frac{1}{4};$$

$$8. \frac{6}{4v-3} + \frac{2}{21} = \frac{v+4}{6v} = 0$$

$$24v - 18 + 4v + 7v + 28 = 0;$$

$$24v + 4v + 7v = -28 + 18$$

$$35v = -10;$$

$$v = \frac{-10}{35} = -\frac{2}{7};$$

$$v = -\frac{2}{7};$$

$$2. \frac{19}{y} - \frac{4}{3y} = \frac{7}{12}$$

$$60 - 82 = 7y;$$

$$28 = 7y;$$

$$y = \frac{28}{7} = 4;$$

$$y = 4;$$

$$3. \frac{3}{4y} + \frac{2}{6y} = \frac{34}{34}$$

$$3 + 10 = 39y;$$

$$18 = 39y;$$

$$y = \frac{18}{39} = \frac{1}{3};$$

$$y = \frac{1}{3};$$

$$5. \frac{3}{4p} - \frac{2p}{6} = \frac{6-p}{p}$$

$$9 - 9p - 10p = 72 - 12p;$$

$$-9p - 10p = 72 - 12p;$$

$$-9p - 10p + 12p = 72 - 9$$

$$-7p = 63; p = \frac{63}{-7} = -9;$$

$$p = -9;$$

$$7. \frac{18}{6u} - \frac{9}{3u} = \frac{8u}{9}$$

$$60 - 36u = 18u + 27 - 32u;$$

$$-36u - 18u + 32u = 27 - 60;$$

$$-22u = -33;$$

$$u = \frac{-33}{-22} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2};$$

$$9. \frac{2}{9t} - \frac{7}{6t} = \frac{3}{6t} - \frac{6}{6t} = \frac{3-6}{6t} = 0$$

$$16t - 14 - (15t - 18) + 3t = 0;$$

$$16t - 15t + 18 + 3t = 14;$$

$$16t - 15t + 3t = 14 - 18;$$

$$4t = -4;$$

$$t = \frac{-4}{4} = -1;$$

$$t = -1;$$

Vörrandeid.

$$\begin{aligned}
 1. \quad (x+1)(x+3) &= x(x+6) \\
 x^2 + x + 3x + 3 &= x^2 + 6x; \\
 x^2 - x^2 + x + 3x - 6x &= -3; \\
 -2x &= -3; \\
 x &= \frac{-3}{-2} = +1\frac{1}{2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad (z+10)(z-2) &= (z+3)(z+4) \\
 z^2 + 10z - 2z - 20 &= z^2 + 3z + 4z + 12; \\
 z^2 - z^2 + 10z - 3z - 4z &= 12 + 20; \\
 z &= 82;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad (v-3)(v+5) &= (v+1)(v-1) \\
 v^2 - 3v + 5v - 15 &= v^2 + v - v - 1; \\
 v^2 - v^2 - 3v + 5v &= -1 + 15; \\
 2v &= 14; v = \frac{14}{2} = 7; \\
 v &= 7;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 7. \quad (2s-2)(2s+3) &= (3s-3)(s+1) \\
 4s^2 - 4s + 6s - 6 &= 4s^2 - 3s + 4s - 3; \\
 4s^2 - 4s^2 - 4s + 3s - 4s &= -3 + 6; \\
 s &= 3;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad (y+3)(y+5) &= y(y-11) \\
 y^2 + 3y + 5y + 15 &= y^2 - 11y; \\
 y^2 - y^2 + 3y + 5y + 11y &= -15 \\
 3y + 5y + 11y &= -15; \\
 19y &= -15; y = \frac{-15}{19} = -\frac{15}{19};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad (u+9)(u+6) &= (u-1)(u+7) \\
 u^2 + 9u + 6u + 54 &= u^2 - u + 7u - 7; \\
 u^2 - u^2 + 9u + 6u + u - 7u &= -7 - 54 \\
 9u &= 61; u = \frac{61}{9} = 6\frac{7}{9};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6. \quad (v-8)(v-9) &= (v-3)(v-24) \\
 v^2 - 8v - 9v + 72 &= v^2 - 3v - 24v + 72; \\
 v^2 - v^2 - 8v - 9v + 3v - 24v &= 72 - 72; \\
 -17v + 24v &= 0; \\
 10v &= 0; v = \frac{0}{10} = 0;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8. \quad (6t-4)(t+1) &= (2t+5)(3t-5) \\
 6t^2 - 4t + 6t - 4 &= 6t^2 + 15t - 10t - 25; \\
 -4t + 6t - 15t + 10t &= -25 + 4; \\
 -3t &= -21; \\
 -3t &= -21; \\
 t &= \frac{-21}{-3} = 7;
 \end{aligned}$$

Vörrandeid.

$$\begin{aligned}
 1. \quad (x-0,2)(7x-4) &= (7x-1)(x-0,6) \\
 7x^2 - 7x^2 - 1,4x - 4x + x - 4,2x &= 0,6x - 0,6x + 0,6; \\
 -8,6x &= -0,2; -86x = -2; x = \frac{-2}{-86} = \frac{1}{43}; x = \frac{1}{43};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad (1,6y+0,1)(y+0,3) &= (1,6y+1)(y-0,1) \\
 1,6y^2 + 0,1y + 0,3 \cdot 1,6y + 0,03 &= 1,6y^2 + y - 0,16y - 0,1; \\
 0,1y + 0,8y &= y + 0,16y = -0,1 - 0,03; \\
 1,0y + 4,8y - 1,0y + 1,6y &= -10 - 3; -2,6y = -13; y = \frac{-13}{-2,6} = \frac{1}{2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad (2z+1,10)(2z-0,3) &= (4z+0,7)(z-0,10) \\
 4z^2 + 2,2z - 0,6z - 0,33 &= 4z^2 + 0,7z - 0,4z - 0,07; \\
 2,20z - 6,0z - 7,0z + 4,0z &= -7 + 33; 13,0z = 26; z = \frac{26}{13,0} = \frac{2}{1,30} = \frac{2}{1,30};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad (u-1,5)(4u-11) &= 4(u+4)(u-3,3) \\
 4u^2 - 6u - 11u + 16,5 &= 4(u^2 + 4u - 3,3u - 13,2); 4u^2 - 17u + 16,5 = \\
 4u^2 + 16u - 13,2u - 52,8 &= 4u^2 - 4u^2 - 17u - 16u + 13,2u = -52,8 - 16,5; \\
 -19,8u &= -69,3; -198u = -693; u = \frac{-693}{-198} = \frac{77}{22} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}; \\
 u &= 3\frac{1}{2}; \\
 5. \quad (1,2v+1)(0,3v-1,7) &= (0,16v-1)\left(2\frac{3}{4}v-\frac{1}{4}\right); \frac{100}{4} \cdot 6v^2 + 0,3v - \frac{100}{4} \cdot 0,4v - 1,7 = \\
 \frac{100}{4} \cdot 16 \cdot \frac{9}{4} v^2 - \frac{100}{4} v - \frac{100}{4} \cdot \frac{16v}{4} + \frac{17}{4} &= 36v^2 + 30v - 204v - 170 = 36v^2 - \\
 + 30v - 204v + 225v + 68v &= 425 + 170; 119v = 595; \\
 v &= \frac{595}{119} = 5; v = 5.
 \end{aligned}$$

Ülesannete lahendamine võrrandite abil.

1. Leia arv, millest 2 võrra väiksema ja 6 võrra suurema arvude korrutis võrdub selle arvu ruuduga!

Olgu arv x , siis kahe võrra väiksema arv on $x-2$ ja kuue võrra suurema arv on $x+6$; saame võrrandi:
 $(x-2)(x+6) = x^2$;
 $x^2 - 2x + 6x - 12 = x^2$; $x^2 - 2x + 6x - 12 = x^2$
 $= 12$; $4x = 12$; $x = \frac{12}{4} = 3$; $x = 3$;

2. Leia arv, mille korrutis 7 võrra suurema arvuga võrdub sellest arvust 4 võrra suurema arvu ruuduga!

Olgu arv x , siis saame võrrandi:
 $x(x+7) = (x+4)^2$; $x^2 + 7x = x^2 + 8x + 16$;
 $x^2 - x^2 + 7x - 8x = 16$; $-x = 16$; $x = -16$;
 Kui $-x = 16$, siis $x = \frac{-16}{-1} = 16$;

3. Leia arv, millest 6 võrra väiksema arvu ruut võrdub sellest arvust 10 võrra väiksema arvu ja 2 võrra suurema arvu korrutisega!

Kui võtame arvaks x , siis kuue võrra väiksema arvu ruut on $(x-6)^2$. Kuue võrra väiksema ja kahe võrra suurema arv korrutis on $(x-10)(x+2)$; saame võrrandi:
 $(x-6)^2 = (x-10)(x+2)$; $x^2 - 12x + 36 =$
 $= x^2 - 10x + 2x - 20$; $x^2 - x^2 - 12x + 10x + 36 - 20 =$
 $-4x = -56$; $x = \frac{-56}{-4} = 14$; $x = 14$;

4. Kui ruudu üht külge pikendada 12 cm võrra ja teist 3 cm võrra, või kui pikendada sama ruudu üht külge 39 cm võrra ja lühendada teist külge 6 cm võrra, siis saadakse pindvõrdsed ristkülikud. Leia ruudu külge!

Ruudu üks külge on x ;
 $(x+12)(3+x) = (x+39)(x-6)$;
 $x^2 + 12x + 3x + 36 = x^2 + 39x - 6x - 234$;
 $x^2 + 12x + 3x - 39x + 6x + 36 = -234 - 36$;
 $-18x = -270$; $x = \frac{-270}{-18} = \frac{30}{2} = 15$;
 $x = 15$;

Võrrandeid tähealiste kordajatega*).

$$\begin{aligned} 1. \quad x+a &= 7; & x &= 7-a; & 2. \quad 3x &= b; & x &= \frac{b}{3}; \\ y-a &= 28; & y &= 28+a; & ax &= b; & x &= \frac{b}{a}; \\ z+a &= b; & z &= b-a; & x:5 &= b; & x &= 5b; \\ z-a &= b; & z &= b+a; & x:a &= b; & x &= ba; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad ax+8 &= 12; & ax &= 12-8=4; & x &= \frac{4}{a}; \\ az+b &= c; & ax &= c-b; & z &= \frac{c-b}{a}; \\ \frac{x}{a}+2 &= 15; & \frac{x}{a} &= 15-2=13; & x &= 13a; \\ \frac{z}{a}+b &= c; & \frac{z}{a} &= c-b; & z &= a(c-b); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad 9(x+b) &= 36; & x+b &= \frac{36}{9}; & x &= \frac{36}{9} - b = 4-b; \\ a(x+b) &= c; & x+b &= \frac{c}{a}; & x &= \frac{c}{a} - b; \\ \frac{x+b}{3} &= 5; & x+b &= 5 \cdot 3 = 15; & x &= 15-b; \\ \frac{z+b}{a} &= c; & z+b &= a \cdot c; & z &= ac-b; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad a-x &= b; & -x &= b-a; & x &= \frac{b-a}{-1} = -(b-a) = -b+a = a-b; \\ c+dy &= e; & dy &= e-c; & y &= \frac{e-c}{d}; \\ a-bz &= c; & -bz &= e-a; & z &= \frac{e-a}{-b} = -\frac{e-a}{b} = \frac{-(e-a)}{b} = \frac{a-e}{b}; \\ \frac{u}{a}-b &= c; & \frac{u}{a} &= c+b; & u &= \frac{e+b}{a}; \\ a-\frac{v}{b} &= c; & -\frac{v}{b} &= e-a; & v &= -b(e-a) = -be+ab = ab-be = b(a-e); \end{aligned}$$

*) Järgnevatel võrrandites tähed a, b, c ja d tähistavad tuntud arve.

Võrrandide täieliste kordajatega.

1. $ax + 5x = b$; $x(a+5) = b$; $x = \frac{b}{a+5}$;
 $ay + by = c$; $y(a+b) = c$; $y = \frac{c}{a+b}$;
 $az + 3bz = c$; $z(a+3b) = c$; $z = \frac{c}{a+3b}$;
 $4bu + 8cu = 5a$; $u(4b+8c) = 5a$; $u = \frac{5a}{4b+8c}$;
 $av + bv + cv = d$; $v(a+b+c) = d$; $v = \frac{d}{a+b+c}$;
2. $ax - 3x = b$; $x(a-3) = b$; $x = \frac{b}{a-3}$;
 $ay - by = c$; $y(a-b) = c$; $y = \frac{c}{a-b}$;
 $10bz - z = a$; $z(10b-1) = a$; $z = \frac{a}{10b-1}$;
 $av - bv - cv = d$; $v(a-b-c) = d$; $v = \frac{d}{a-b-c}$;
 $u + 2au - 7bu = 18$; $u(1+2a-7b) = 18$; $u = \frac{18}{1+2a-7b}$;
3. $6x + 8x = a$; $x(8+6) = a$; $14x = a$; $x = \frac{a}{14}$;
 $25y - 13y = 4a$; $12y = 4a$; $y = \frac{4a}{12} = \frac{a}{3}$;
 $6az + 9bz = 18c$; $z(6a+9b) = 18c$; $z = \frac{18c}{9b+6a} = \frac{18c}{3(2a+3b)} = \frac{6c}{2a+3b}$;
 $35u - 42bu = 14$; $u(35-42b) = 14$; $u = \frac{14}{7(5-6b)} = \frac{2}{5-6b}$;
 $19v - v - 3v = 35b$; $v(19-1-3) = 35b$; $15v = 35b$; $v = \frac{35b}{15}$;
 $v = \frac{35b}{15} = \frac{7b}{3}$;

Võrrandide täieliste kordajatega.

1. $6s + a = 9a + 2s$; $6s - 2s = 9a - a$; $4s = 8a$; $s = \frac{8a}{4} = 2a$;
 $7t - 3b = 3(t+3b)$; $7t - 3b = 3t + 9b$; $7t - 3t = 9b + 3b$; $4t = 12b$; $t = \frac{12b}{4} = 3b$;
 $u(a-b) = au - b$; $au - bu = au - b$; $au - au = -bu = -b$; $u = \frac{-b}{-b} = 1$;
 $a(v-b) = v(a-b)$; $av - ab = av - bv$; $av - av + bv = ab$; $bv - ab = -b$; $v = \frac{-b}{b-a} = \frac{b}{a-b}$;
 $aw(a-5) = a(w-7)$; $a^2w - 5aw = aw - 7a$; $a^2w - 5aw - aw = -7a$;
 $w(a^2 - 5a - a) = -7a$; $w(a^2 - 6a) = -7a$;
 $w(a^2 - 6a) = -7a$; $w = \frac{-7a}{a^2 - 6a} = \frac{-7a}{a(a-6)} = \frac{-7}{a-6}$;
2. $3ax - 8b = a(x+4)$; $3ax - 8b = ax + 4a$; $3ax - ax = 4a + 8b$;
 $2ax = 4a + 8b$; $x = \frac{2(2a+4b)}{2a} = \frac{2a+4b}{a}$;
 $a(y-4) = b(y+5)$; $ay - 4a = by + 5b$; $ay - by = 5b + 4a$;
 $y(a-b) = 4a + 5b$; $y = \frac{4a+5b}{a-b}$;
- $a(z-a) = b(z-b)$; $a^2z - a^2 = bz^2 - b^2$; $a^2z - bz^2 = a^2 - b^2$; $z(a^2 - b^2) = a^2 - b^2$;
 $z = \frac{a^2 - b^2}{a^2 - b^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{a^2 - b^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a+b)} = 1$;
- $a(a+s) = b(b-s)$; $a^2 + as = b^2 - bs$; $as + bs = b^2 - a^2$;
 $s(a+b) = \frac{b^2 - a^2}{b+a}$; $s = \frac{b^2 - a^2}{b+a} = \frac{(b-a)(b+a)}{b+a} = b-a$;
- $a(2v-b) = v$; $2av - ab = v$;
 $2av - v = ab$; $v(2a-1) = ab$;
 $v = \frac{ab}{2a-1}$;

Lahendamis: kätkestuseks vajutame ette, et 3 on jagatav ühega.
 Näide: $\frac{9}{x} = \frac{3}{1}$, millest ristkorrutamine teeb vabameinimusest.

Võrrandid tähtsuste kordajatega.

$$1. \frac{6}{x} = \frac{3}{2}$$

$$2. \frac{16}{y} = 2$$

$$3. \frac{9}{z} = 10$$

$$4. \frac{3}{u} = 2$$

$$3x = 6;$$

$$2y = 16;$$

$$10z = 9;$$

$$2u = 3;$$

$$x = \frac{6}{3} = 2;$$

$$y = \frac{16}{2} = 8;$$

$$z = \frac{9}{10} = 0,9;$$

$$u = \frac{3}{2} = 1,5;$$

$$5. \frac{7}{v} = 7$$

$$6. \frac{a}{x} = 5$$

$$7. \frac{a}{s} = -12$$

$$8. \frac{a}{z} = b$$

$$7v = 7;$$

$$5x = a;$$

$$-12s = a;$$

$$bz = a;$$

$$v = \frac{7}{7} = 1;$$

$$x = \frac{a}{5};$$

$$s = \frac{a}{-12} = -\frac{a}{12};$$

$$z = \frac{a}{b};$$

$$9. \frac{25}{3t} = 5$$

$$10. \frac{57}{5r} = 19$$

$$11. \frac{a}{3x} = -b;$$

$$12. \frac{a}{bx} = c$$

$$15t = 25;$$

$$5,19r = 57;$$

$$-3bx = a;$$

$$bx = a;$$

$$t = \frac{25}{15} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3};$$

$$r = \frac{57}{5,19} = \frac{5}{5};$$

$$x = \frac{a}{-3b} = -\frac{a}{3b};$$

$$x = \frac{a}{bc};$$

$$13. \frac{16}{x} + 7 = 11$$

$$14. \frac{p}{8} + \frac{48}{p} = 12$$

$$15. \frac{q}{29} - \frac{15}{q} = 9$$

$$16 + 7x = 11x;$$

$$8p + 48 = 12p;$$

$$8p - 12p = -48;$$

$$-4p = -48;$$

$$p = \frac{-48}{-4} = 12;$$

$$p = 12;$$

$$16 = 11x - 7x; 16 = 4x;$$

$$16 = 4x; x = \frac{16}{4} = 4;$$

$$x = 4;$$

$$16. \frac{a}{x} + \frac{3}{x} = 24$$

$$17. \frac{a}{x} + \frac{3}{x} = 5b$$

$$18. \frac{a}{t} - \frac{b}{t} = c$$

$$a + 3x = 24x;$$

$$a = 24x - 3x;$$

$$a = 21x;$$

$$\frac{a}{16} = x;$$

$$a + 6x = 56x;$$

$$56x - 6x = a;$$

$$50x = a;$$

$$x = \frac{a}{50};$$

$$a - bt = ct.$$

$$a = ct + bt;$$

$$a = t(b+c); t = \frac{a}{b+c};$$

Võrrandid tähtsuste kordajatega.

$$1. ax = a$$

$$x = \frac{a}{a} = 1;$$

$$2. \frac{a}{x} = a$$

$$a = ax;$$

$$x = \frac{a}{a} = 1;$$

$$3. b + z = b$$

$$z = b - b;$$

$$z = 0;$$

$$4. b + \frac{u}{c} = b$$

$$\frac{u}{c} = b - b; u = c(b - b);$$

$$u = c \cdot 0 = 0;$$

$$5. b + \frac{u}{b} = 2b$$

$$\frac{u}{b} = 2b - b = b;$$

$$u = b \cdot b = b^2;$$

$$7. a - \frac{x}{b} = a$$

$$-\frac{x}{b} = a - a = 0;$$

$$x = 0 \cdot (-b) = 0;$$

$$x = 0;$$

$$8. \frac{b}{s} + \frac{c}{s} = \frac{5}{d}$$

$$b + c = ds;$$

$$s = \frac{b+c}{d};$$

$$9. \frac{c}{c} + \frac{c}{c} = 2c$$

$$c + c = 2c;$$

$$c = 2c - c;$$

$$c = c;$$

$$c = c;$$

$$10. \frac{a}{r} - \frac{c}{a} = \frac{a}{b}$$

$$a + bt = bd.$$

$$t(b+c) = bd;$$

$$t = \frac{bd}{b+c};$$

$$11. \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a}{b}$$

$$ar - r = ab;$$

$$r(a-1) = ab;$$

$$r = \frac{ab}{a-1};$$

$$12. \frac{b}{a} - \frac{ab}{b} = \frac{a}{b} - \frac{ab}{a}$$

$$a^2 + ag = b^2 - b^2;$$

$$ag + bg = b^2 - b^2;$$

$$g(a+b) = b^2 - b^2;$$

$$g = \frac{b^2 - b^2}{a+b} = \frac{0}{a+b} = 0;$$

$$13. \frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{ab}{b}$$

$$ab - bx + ab - ax = 2ab;$$

$$ab + ab - 2ab = ax + bx;$$

$$2ab - 2ab = 2ax;$$

$$0 = 2ax;$$

$$x = \frac{0}{2a} = 0;$$

$$14. \frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{ab}{b}$$

$$3b - 5a = abx;$$

$$x = \frac{3b-5a}{ab};$$

$$15. (z-a)(z-b) = z^2 - a^2$$

$$(z-a)(z-b) = (z-a)(z+a);$$

$$z-a = z+a;$$

$$z-a = z+a;$$

$$z-a = z+a;$$

$$z-a = z+a;$$

$$z-a = z+a;$$

Lahendamis: võrrandis ei ole mingit kahenägu väärtust, vaid sellest, et lahend on null, ja nulliga korrutamine teeb mis tahes arvuga.

Võrrandeid täheliste kordajatega.

1. Lahenda võrrand
- $P = ah$

1° a suhtes.

$$a = \frac{P}{h};$$

2° h suhtes.

$$h = \frac{P}{a};$$

3. Lahenda võrrand
- $P = \frac{1}{2} ah$

1° a suhtes.

$$a = \frac{P}{\frac{1}{2}h} = \frac{2P}{h};$$

2° h suhtes.

$$h = \frac{P}{\frac{1}{2}a} = \frac{2P}{a};$$

5. Lahenda võrrand
- $i = 0,01kpt$

1° k suhtes.

$$k = \frac{i}{0,01pt};$$

2° p suhtes.

$$p = \frac{i}{0,01kt};$$

3° t suhtes.

$$t = \frac{i}{0,01kp};$$

2. Lahenda võrrand
- $V = PH$

1° H suhtes.

$$H = \frac{V}{P};$$

2° P suhtes.

$$P = \frac{V}{H};$$

4. Lahenda võrrand
- $V = \frac{PH}{3}$

1° P suhtes.

$$P = \frac{V}{\frac{H}{3}} = \frac{3V}{H};$$

2° H suhtes.

$$H = \frac{V}{\frac{P}{3}} = \frac{3V}{P};$$

Võrrandeid täheliste kordajatega.

1. Lahenda võrrand
- $v = \frac{s}{t}$

1° s suhtes.

$$s = vt;$$

2° t suhtes.

$$t = \frac{s}{v};$$

2. Lahenda võrrand
- $e = \frac{K}{V}$

1° K suhtes.

$$K = eV;$$

2° V suhtes.

$$V = \frac{K}{e};$$

3. Lahenda võrrand
- $s = 180(n-2)$

 n suhtes. $s = 180n - 360;$

$$s + 360 = 180n;$$

$$n = \frac{s + 360}{180};$$

4. Lahenda võrrand
- $n = \frac{180(n-2)}{n}$

 n suhtes. $an = 180n - 360;$

$$an - 180n = -360; \text{ muidame märgi:}$$

$$180n - an = 360; n(180 - a) = 360;$$

$$n = \frac{360}{180 - a};$$

5. Lahenda võrrand
- $y = \frac{x}{\frac{3}{x} + \frac{y}{5}}$

 x suhtes. $yx = 3 + 5x;$

$$yx - 5x = 3; x(y - 5) = 3;$$

$$x = \frac{3}{y - 5};$$

6. Lahenda võrrand
- $y = \frac{a}{x} + b$

 x suhtes. $yx = a + bx;$

$$yx - bx = a;$$

$$x(y - b) = a;$$

$$x = \frac{a}{y - b};$$

30. n = nurkade arv ja d = täismurkade arv, $d = 90^\circ$, $2(n-2) \cdot d$ kus

Ülesannete lahendamise võrrandite abil.

3-nurga sise-summ = $2d$;

$$\begin{array}{r} 4-11-11-11=4d; \\ 5-11-11-11=6d; \\ 6-11-11-11=8d; \end{array}$$

Siit näeme, et täismurkade arv hulknurja suurusel 2 võrra, kui hulknurja nurkadel sise-nurga võrra. Seame valemi $2(n-2) \cdot d$ kus n = nurkade arv, olgu summa x , siis $x = 2(12-2) = 2 \cdot 10 = 20$, $20 \cdot 90^\circ = 1800^\circ$ on 12-nurga sisenurkade summa.

2. Missuguse hulknurga sisenurkade summa on 1080° ?

Valemi: $x = 2(n-2) \cdot d$ leiame, kus $d = 90^\circ$,

$$1080 = 2(n-2) \cdot 90, \quad 1080 = 180n - 360, \quad 180n = 1440, \\ n = \frac{1440}{180} = \frac{144}{18} = \frac{72}{9} = 8 \text{ nurkne.}$$

3. Missuguse hulknurga sisenurkade summa on 2340° ?

$$2340 = 2(n-2) \cdot 90, \quad 2340 = 180n - 360, \\ 2340 + 360 = 180n, \quad 2700 = 180n, \\ n = \frac{2700}{180} = \frac{270}{18} = 15 \text{ nurkne.}$$

4. Leia korrapärase 8-nurga sisenurk?

$$\frac{2 \cdot (8-2) \cdot 90}{8} = \frac{12 \cdot 90}{8} = \frac{270}{2} = 135^\circ,$$

5. Missuguse korrapärase hulknurga sisenurk on 144° ?

$$144 = \frac{2(n-2) \cdot 90}{n}, \quad 144n = 180n - 360, \\ 180n - 144n = 360, \quad 36n = 360, \\ n = \frac{360}{36} = 10 \text{ nurksel.}$$

6. Missuguse korrapärase hulknurga sisenurk on 160° ?

$$160 = \frac{2(n-2) \cdot 90}{n}, \quad 160n = 180n - 360, \\ 180n - 160n = 360, \quad 20n = 360, \\ n = \frac{360}{20} = 18 \text{ nurksel.}$$

Ülesannete lahendamise võrrandite abil.

1. Kahe arvu summa on a .

Esimene arv on teistest b võrra suurem. Avalda need arvud!

$$\Pi - x; \quad \Gamma(x+b);$$

$$x + (x+b) = a; \quad 2x = a-b; \quad x = \frac{a-b}{2};$$

$$\text{Teine arv on } \frac{a-b}{2}; \quad \text{Teine arv on } \frac{a-b}{2} + b = \frac{a-b+b}{2} = \frac{a+b}{2};$$

2. Kahe arvu summa on a .

Esimene on teistest n korda suurem. Avalda need arvud!

$$\Pi - x; \quad \Gamma - nx; \quad x + nx = a; \quad x(1+n) = a; \\ x = \frac{a}{1+n} \text{ on } \Pi \text{ arv; Teine arv on } \frac{na}{1+n};$$

3. Kahest kõrvunurgast on üks n korda väiksem teistest. Avalda need nurgad!

Kõrvunurkade summa on 180° ,

$$\Gamma - x^\circ; \quad \Pi \left(\frac{x}{n}\right)^\circ; \quad x + \frac{x}{n} = 180, \quad nx + x = 180n, \\ x(n+1) = 180n; \quad x = \frac{180n}{n+1};$$

4. Võrdhaarse kolmnurga haar on n korda suurem alusest. Kolmnurga ümberrõõd on p cm. Avalda kolmnurga küljed!

$$\text{alus} - x; \quad \text{haar} - nx; \quad 2\text{haar} = 2nx; \\ \Delta \text{ ümberrõõd} = x + nx + nx = p; \\ x + 2nx = p; \quad x(1+2n) = p; \quad x = \frac{p}{1+2n};$$

5. Võrdhaarse kolmnurga alus on haarast m cm võrra lühem. Kolmnurga ümberrõõd on p cm. Avalda kolmnurga küljed!

$$\text{haar} - x; \quad \text{alus} - (x-m); \\ 2x + x - m = p; \quad 2x + x = p + m; \\ 3x = p + m; \quad x = \frac{p+m}{3};$$

Olesannete lahendamine võrrandite abil.

1. Tallinnast väljub laev, mis a tunniga jõuab Stokholmi, Samal ajal väljub Stokholmist laev, mis b tunniga jõuab Tallinna. Mitme tunni pärast kohtavad laevad teineteist!

Tallinnast väljuv laev jõudab ühetunniga $\frac{1}{a}$ teest ja Stokholmist väljuv laev sõidab $\frac{1}{b}$ tunniga $\frac{1}{b}$ teest; kohtuigi nad x tunni pärast, mis tähendab, nad $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ teed, mis on $\frac{1}{x}$; $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x}$; $b(a+x) = ab$;
 $x(b+a) = ab$; $x = \frac{ab}{b+a}$ tunni pärast kohtavad laevad.

2. Vann täitub külmavee kraani kaudu a minutiga ja sooja veega kraani kaudu b minutiga. Mitme minutiga täitub vann, kui mõlemad kraanid on avatud?

Vann täitub x minutiga, kui mõlemad kraanid avada. Külmavee kraan täidab minuti $\frac{1}{a}$ -ndik vannist. Sooja veega kraan — $\frac{1}{b}$ -ndik vannist. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x}$; $b(a+x) = ab$;
 $x(b+a) = ab$; $x = \frac{ab}{b+a}$ minutiga täitub vann.

3. Vee ja happe lahus kaalub 600 g. Lahuse erikaal on 1.5. Kui palju on lahuses vett ja kui palju hapet, kui happe erikaal on e ?

Oletame, et x gr, mis hapet on $(600-x)$ gr. Vee erikaal on 1.
 $x + e(600-x) = 600 \cdot 1.5$; $x + 600e - ex = 900$;
 $x - ex = 900 - 600e$; $x(1-e) = 900 - 600e$;
 $x = \frac{900 - 600e}{1-e}$ gr. on vett; hapet on $600 - \frac{900 - 600e}{1-e} = \frac{600 - 900 + 600e}{1-e} = \frac{-300 + 600e}{1-e} = \frac{300(e-1)}{1-e} = \frac{300}{e-1}$ gr.

4. Poolringi ümbermõõt on p cm. Leia ringi raadius!

Ringi ümbermõõt on πR ja $\frac{1}{2}$ -ringi ümbermõõt on $\frac{\pi R}{2} = \pi R$, mis võrdub p (antud). $p = \pi R$, kumb saame: $R = \frac{p}{\pi}$ cm.

5. Veerandringi ümbermõõt on p cm. Leia ringi raadius!

$\frac{1}{4}$ -ringi ümbermõõt on $\frac{\pi R}{2}$; $p = \frac{\pi R}{2}$;
 $R = \frac{2p}{\pi}$ cm. (Väga oluline ülesanne sõltuvalt nõttest).

6. Avalda arv, mis suureneb a korda suureneb a võrra!

$ax - x = a$; $ax = x + a$;
 $ax - x = a$; $x(a-1) = a$;
 $x = \frac{a}{a-1}$; (Kui arvestada a asemel

mistahes arvi, näiteks 5, saame $\frac{5}{5-1} = \frac{5}{4}$; suureneb arv $\frac{5}{4}$ -korda 5 korda, saame $6\frac{1}{4}$, mis on 5-le võrra suurem $\frac{5}{4}$ -kordusest. Näeme, et lause on õige).

ÕPILASELE.

Paranda eksimused kohe, kui oled nad avastanud: kriipsuta puhtalt läbi valevastus, nõnda et ta ikkagi jääks loetavaks, ja kirjuta õige vastus tema kohale!

Eksimused õigekirjas ja Su enda avastatud matemaatilised vead märgi ühe kriipsuga, teiste poolt leitud matemaatilised vead märgi kahe kriipsuga! Töötulemuste tabelis loe valevastusteks ainult need, mis on märgitud kahe kriipsuga!

TÖÖTULEMUSTE TABEL.

a tähendab õigete vastuste arvu, b — nõutud vastuste arvu.

lk.	a	b	lk.	a	b	lk.	a	b	lk.	a	b
1			17			33			49		
2			18			34			50		
3			19			35			51		
4			20			36			52		
5			21			37			53		
6			22			38			54		
7			23			39			55		
8			24			40			56		
9			25			41			57		
10			26			42			58		
11			27			43			59		
12			28			44			60		
13			29			45			61		
14			30			46			62		
15			31			47			63		
16			32			48			64		
Kokku											

Üldse nõutud vastuseid

Üldse õigeid vastuseid

— =

%

Hind 30 senti.

ÕPILASELE.

1 10

Tähega „K“ märgitud leheküljed või nende osad on määratud varem õpitu kordamiseks. Kordamisülesannete ees seisavad neljakohalised arvud, mis aitavad leida harjutusvihikutes neid kohti, kus veel leidub samalaadilisi ülesandeid: neis arvudes esimene number vasemalt tähendab klassi, teine number — harjutusvihikut ja kolmas-neljas number — lehekülge. Näiteks kordamisülesanne 2143 kuulub sisult II klassi 1. harjutusvihiku 43. leheküljele.

Kui sa eksid kordamisülesande lahendamisel, siis lahenda harjutamiseks uuesti kõik ülesanded, mis leiduvad tolle leheküljel, mille number seisab kordamisülesande juures!

Hoia see vihik heas korras alles:

Sa vajad teda veel!

