Код экзаменационной работы

I вариант

Задания государственного экзамена по математике 18.05.2007

I часть

1. Нужно решить 6 заданий.
2. Тексты заданий не надо переписывать на лист с решениями.
3. Решение каждого задания следует записывать на предусмотренное для этого место.
4. Если решение задания не поместилось на предусмотренное для этого место, продолжите решение на дополнительном листе, который получите у экзаменационной комиссии. Сноску о продолжении решения напишите в конце незаконченного решения.
5. Сдавая лист с решениями, вложите в него снабжённый Вашим кодом лист с текстами заданий, а также снабжённый Вашим кодом дополнительный лист с решениями, если он у Вас имеется. Пожалуйста, не вкладывайте черновик в лист с решениями.

1. (5 баллов) Дано выражение $\dfrac{1+5x}{x^{-2}\cdot\left(25x^2-x^0\right)}$, где $x\neq 0$ и $x\neq\pm\dfrac{1}{5}$.

1) Упростите это выражение. 3 балла

2) Вычислите значение выражения при $x=2^{\frac{3}{2}}$. Ответ дайте с точностью до 10^{-2}. 2 балла

2. (5 баллов) В урне 10 жёлтых и 6 зелёных шаров. Найдите вероятность того, что из урны

1) случайно извлечённый шар окажется зелёным; 1 балл
2) одновременно случайно извлечённые два шара окажутся оба зелёными. 4 балла

3. (10 баллов) Дана функция $y=x^3-5x^2+3x+7$.

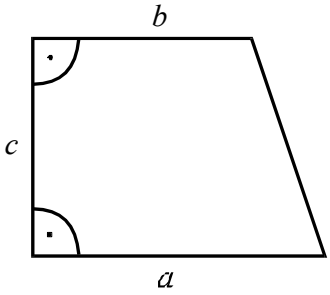
1) Найдите интервалы убывания и возрастания этой функции. 6 баллов
2) Найдите наименьшее значение функции на отрезке $[-2;4]$. 4 балла

4. (10 баллов) Дана функция $y=2\sin x$ на отрезке $[0;2\pi]$.

1) Найдите нули функции и область изменения функции.
2) Постройте график этой функции.
3) При помощи полученного графика найдите
   a) области положительности и отрицательности функции;
   b) значения аргумента x, при которых $y<-1$.

5. (10 баллов) Пруд имеет форму прямоугольной трапеции. Длины берегов пруда, являющихся основаниями трапеции, равны a и b ($a>b$), а длина перпендикулярного им берега равна c (см. рисунок). В точке пересечения диагоналей трапеции расположен фонтан.

1) Найдите расстояние от фонтана до берега пруда длиной a.
2) Вычислите это расстояние при a = 60 м, b = 40 м и c = 30 м.



6. (10 баллов) В холодной комнате, где температура была 0° С, включили радиатор, и температура воздуха в комнате начала повышаться. За первый час температура поднялась до 5 градусов. Начиная со второго часа отношение между приростами температуры за каждый последующий час и непосредственно ему предшествующий час было равно постоянной величине q. К концу третьего часа в комнате было 10 градусов тепла.

1) Вычислите значение постоянной q.
2) Насколько прогреется воздух в комнате при неограниченном увеличении количества часов?

Код экзаменационной работы

I вариант

Задания государственного экзамена по математике 18.05.2007

II часть

Нужно решить задания 7 и 8 и ещё 9-ое или 10-ое задание.
Оцениваются решения только трёх заданий (двух 15-балльных и одного 20-балльного).
Порядковый номер представляемого для оценивания *задания по выбору* напишите, пожалуйста, на лист с решениями

перед решением соответствующего задания,
в предусмотренную для этого клетку рядом с номером варианта.

В лист с решениями вложите лист с текстами заданий, снабженный Вашим кодом, а также дополнительный лист, если он у Вас имеется.

7. (15 баллов) Основания равнобедренной трапеции $ABCD$ параллельны оси Oy, а ось Ox является осью симметрии трапеции. Дана вершина $A(1{,}5;-5{,}5)$ и вектор $\overrightarrow{AD} = (3{,}2;2{,}4)$. Выполните чертёж. — 4 балла

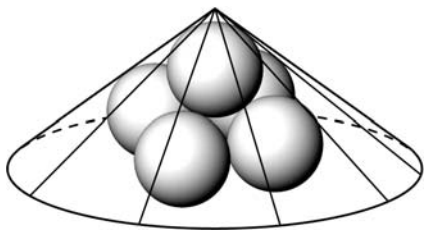
Найдите

1) площадь трапеции; — 4 балла
2) угол при основании трапеции; — 3 балла
3) уравнение прямой, на которой расположена боковая сторона AD; — 2 балла
4) точку пересечения прямых, являющихся продолжениями боковых сторон. — 2 балла

8. (15 баллов) Дана линия $y = x\ln x + 2x$.

1) Найдите на этой линии такую точку $P(x;y)$, сумма координат которой будет наименьшей. — 8 баллов
2) Найдите число a, при котором прямая $y = ax - 2$ является касательной к данной линии. Вычислите координаты соответствующей точки касания. — 7 баллов

---

9. (20 баллов) О кубической функции $y = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ известно, что среди касательных к её графику существует одна единственная касательная, угловой коэффициент которой равен 4, причём абсцисса точки касания $x = -\frac{1}{3}$. Кроме этого известно, что данная кубическая функция имеет экстремум в точке $x = -1$. Определите коэффициенты a, b и c.

10. (20 баллов) На основании конуса лежат четыре одинаковых шара, каждый из которых касается двух соседних шаров. На этих шарах расположен такой же по величине пятый шар, см. рисунок. Каждый шар касается боковой поверхности конуса. Найдите расстояние от самой высокой точки верхнего (пятого) шара до основания конуса и величину угла при вершине осевого сечения конуса, если радиус каждого шара равен r.