

MATEMAATIKA RIIGIEKSAM 2007

Eksami eesmärk

Matemaatika riigieksami eesmärgiks on:

1. Välja selgitada

- kui hästi saab gümnaasiumilõpetaja matemaatika mõistetest, faktidest, printsiipidest ja protseduuridest aru;
- kuivõrd struktureeritud ja korrastatud on tema teadmised;
- kui hästi ta suudab õpitut rakendada, lahendada mitterutiinseid ülesandeid;
- milline on 2007. a gümnaasiumilõpetaja matemaatikaalane ettevalmistus õpingute jätkamiseks järgmisel astmel.

2. Anda gümnaasiumilõpetajale võimalus

- võrrelda oma matemaatikaalaseid teadmisi ja oskusi ühelt poolt oma eakaaslaste teadmiste ja oskustega, teiselt poolt – kehtivas matemaatika õppeprogrammis taotletavate õpitulemustega võimalikult objektiivsetel alustel.

Eksami korraldusest

2007. a matemaatika riigieksam toimub 18. mail. Eksaminandidele, kes mõjuval põhjusel 18. mail osaleda ei saanud, korraldatakse riigieksam 4. juunil.

2007. aasta matemaatika riigieksam on kirjalik ja viiakse läbi kahes osas. **1. osa kestus on 120 minutit ja 2. osa kestus samuti 120 minutit. Kaheksamiosa vahel on vaheaeg kestusega 45 minutit.**

Eksami esimese osa ülesannetega kontrollitakse gümnaasiumi iga ainekursuse (vt “**Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava**”, **Riigi Teataja I osa nr 20 22.veebr.2002**)¹ põhiteadmiste ja -oskuste omamist ning oskust neid rakendada elulistes situatsioonides. Eksami teise osa ülesannetega kontrollitakse, kuivõrd struktureeritud on eksaminandi teadmised, kui hästi ta suudab õpitut rakendada mitterutiinsete ülesannete korral, milline on eksaminandi ettevalmistus õpingute jätkamiseks järgmisel astmel.

Kooli lõpetamiseks peab eksami 1. ja 2. osa hindepunktide summa olema vähemalt 20 punkti.

Teooriaküsimusi 2007. a matemaatika riigieksamitöös iseseisvate ülesannetena ei esine.

Kõik ülesannete lahendamiseks vajalikud andmed on vastavate ülesannete tekstidega ette antud. Riigieksamil ei ole lubatud kasutada teatmikke, käsiraamatuid ja muid abimaterjale.

Eksamil võib kasutada kalkulaatorit, mis ei sisalda teksti. Kui kalkulaatoril on klahvid, mis võimaldavad arvutusi teha valemeid kasutamata (näiteks ruutvõrrandi lahendamine jms), tuleb vastavad valemid eksamitöösse siiski kirjutada.

Kalkulaator, kirjutus- ja joonestusvahendid peavad eksaminandil endal eksamil kaasas olema. Eksaminandidel ei ole lubatud eksamitöö ajal üksteisele kirjutus-, arvutus- ja joonestusvahendeid laenata. Paberi lahenduste vormistamiseks ja mustandi jaoks annab eksamikeskus. Eksami lõppedes annab eksaminand lahenduste lehe, ülesannete tekstide lehe ja mustandi üle eksamikomisjonile

¹ Koopia kehtivast matemaatika ainekavast leiate aadressil www.ekk.edu.ee või kirjastuse Argo väljaande „Matemaatika riigieksami ülesanded koos vastustega 1997-2006“ lisast (ilmub detsembris). Eksamiks vajalike teadmiste ja oskuste täpsustatud loetelu koos vastavate näiteülesannetega on antud kirjastuse Argo väljaandes „Eksaminandile matemaatika riigieksamist 2007“ (ilmub detsembris).

Nõutavad teadmised ja oskused

Riigieksamiülesannete koostamisel lähtutakse riiklikus õppekavas esitatud nõuetest, mille kohaselt gümnaasiumi lõpetaja

- oskab arvutada peast, kirjalikult ja kalkulaatori abil, oskab kriitiliselt hinnata arvutustulemusi;
- oskab teisendada algebralisi avaldisi;
- oskab lahendada ainekavaga fikseeritud võrrandeid ja võrrandisüsteeme ning võrratusi ja võrratussüsteeme;
- oskab kasutada õpitud mõõtühikuid ja seoseid nende vahel;
- tunneb ainekavaga fikseeritud ruumilisi kujundeid, oskab neid ja nende tasandilisi lõikeid joonisel kujutada;
- oskab arvutada ainekavaga fikseeritud kehade pindala ja ruumala ning kehade tasandiliste lõigete pindala;
- tunneb ainekavaga fikseeritud trigonomeetrilisi seoseid, oskab neid rakendada avaldiste lihtsustamisel, geomeetria ja stereomeetria ülesannete lahendamisel;
- tunneb ainekavaga fikseeritud funktsionaalseid seoseid ja oskab neid kasutada;
- tunneb ainekavaga fikseeritud funktsioonide graafikuid;
- oskab kirjeldada graafikuga esitatud funktsiooni omadusi;
- oskab uurida lihtsamaid tundmatuid funktsioone;
- tunneb ainekavaga määratud tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika mõisteid;
- oskab rakendada tõenäosusteoorias õpitut ülesannete ja reaalsuse probleemide lahendamisel;
- oskab koostada tabelleid ja diagramme ning neid analüüsida;
- oskab kasutada arvutusvahendeid, käsiraamatuid, teatmeteoseid, tabelleid, kaasaegseid infotehnoloogiavahendeid;
- oskab esemeid ja nähtusi klassifitseerida ühe või mitme tunnuse põhjal;
- saab aru defineerimise vajalikkusest ja oskab ainekavaga fikseeritud mõisteid defineerida;
- oskab liikuda mõttekäikudes üldiselt üksikule ja vastupidi;
- saab aru väidete tõestamise vajalikkusest ja oskab teoreeme teadmiste piires tõestada;
- oskab esitada matemaatiliste sümbolite keeles väljendatud teksti tavakeeles;
- oskab matemaatiliselt kirjeldada ülesannetes esitatud situatsioone ja probleeme ning neid lahendada;
- oskab prognoosida ja analüüsida lahendustulemusi;
- oskab kasutada matemaatilisi teadmisi teistes õppeainetes ja igapäevaelus.

Soovitusi matemaatika riigieksamiks valmistumiseks

Hea ettevalmistus matemaatika riigieksamiks omandatakse pikaajalise ja pideva iseseisva töö tulemusena. Eksamiks vajalikke teadmisi ja oskusi ei ole võimalik omandada ühe päeva või nädalaga.

Vaja on selgeks õppida põhimõisted ning aru saada teoreemidest, valemitest ja meetoditest. Teoreemid, valemid ja lahendusmeetodid jäävad meelde seda paremini, mida rohkem nende kohta ülesandeid lahendada.

Matemaatika ideed kinnistuvad paremini, kui püüate neid võimaluse korral kellelegi (näiteks kaasõpilas(t)ele) oma sõnadega selgitada.

I osa

1. Lahendada tuleb 7 ülesannet.
2. Ülesannete tekste ei ole vaja lahenduste lehele ümber kirjutada.
3. Iga ülesande lahendus tuleb kirjutada selleks ette nähtud kohale.

1. (5 punkti) Antud on avaldis $\sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^{-2}} \cdot \left(\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)$, kus $a > b > 0$.

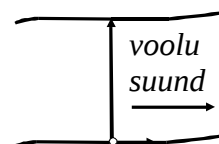
- 1) Lihtsustage see avaldis.
- 2) Arvutage avaldise väärtus, kui $a = 2^0$ ja $b = 3^{-2}$.

2. (5 punkti) Katseks vajalik kemikaal on ampullides kahes karbis. Ühes karbis on 16 ampulli, millest 2 on aegunud sisuga ja teises karbis on 19 ampulli, millest 4 on aegunud sisuga. Õpilane võtab juhuslikult karbist juhusliku ampulli. Leidke tõenäosus, et õpilane võtab

- 1) ampulli karbist, milles on aegunud sisuga ampulle vähem; 1 punkt
- 2) aegumata sisuga ampulli. 4 punkti

3. (5 punkti) Tüdruk tahab ujuda üle jõe, mille voolu kiirus on $0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Seisvas vees suudab ta ujuda kiirusega $1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Millise nurga all kalda suhtes peab ta tegelikult ujuma, et jõuda vastaskaldale otse selle koha vastas, kus ta vette läks?



4. (5 punkti) Leidke suuruse a väärtused, mille korral võrrandil $\cos x = 5a - 2$ leidub lahend, mis kuulub lõiku $[0; \frac{\pi}{2}]$.

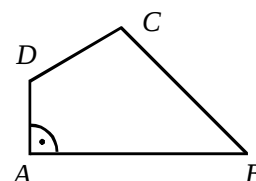
5. (10 punkti) Antud on funktsioonid $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$ ja $g(x) = -x + 1$.

- 1) Leidke funktsiooni $y = f(x)$ nullkohad ning maksimum ja miinimum. 6 punkti
- 2) Skitseerige ühes ja samas koordinaatteljestikus funktsioonide $y = f(x)$ ja $y = g(x)$ graafikud lõigul $[-3; 3]$. 2 punkti
- 3) Kirjutage joonise põhjal välja antud funktsioonide ühine kahanemisvahemik. 2 punkti

6. (10 punkti) Firma kulutab x tooteühiku (näiteks teleri) valmistamiseks $y = x^3 + 2000x + 40000$ krooni. Firma müüb oma toodangut hinnaga 9500 kr tükk.

- 1) Arvutage kasum, mille firma saab 10 toote valmistamisest ja müügist. 3 punkti
- 2) Mitu toodet peab firma valmistama ja müüma, et saadav kasum oleks maksimaalne? 7 punkti

7. (10 punkti) Üleujutuse ajal jäid jõeäärsed viljapõllud vee alla ja saak hävis. Kindlustusfirma maksis omanikule kahjutasu 10 000 kr hektari kohta. Kui palju sai omanik kahjutasu, kui tema põld on nelinurk, mille kaks ristuvat külge (vt joonist) on pikkusega 0,5 km ja 1,5 km ning lühema külje juures olev sisenurk on 120° ja pikema külje juures asetsev sisenurk on 45° . Vastus andke täpsusega 10^3 krooni.



II osa

Lahendada tuleb ülesanded 8, 9 ning veel kas 10. või 11. ülesanne.

Hinnatakse ainult kolme (kahe 15-punktilise ja ühe 20-punktilise) ülesande lahendusi.

8. (15 punkti) Võrdhaarse kolmnurga haarad asetsevad sirgetel $2x + 3y - 12 = 0$ ja

$3x + 2y - 12 = 0$. Aluse keskpunkt on $K(-0,6; 5,4)$. Tehke joonis ja leidke

- 1) kolmnurga haarade lõikepunkti koordinaadid;
- 2) võrrand sirgele, millel asetseb kolmnurga alus;
- 3) kolmnurga kõrguse täpne pikkus.

6 punkti

7 punkti

2 punkti

9. (15 punkti) On antud funktsioonid $y = f(x)$ ja $y = g(x)$, kus

$f(x) = \ln(4x)$ ja $g(x) = -\ln x$.

- 1) Arvutage antud funktsioonide graafikute lõikepunkti koordinaadid.
- 2) Avaldage $f(x)$ summana.
- 3) Koostage võrrand kummagi funktsiooni graafiku puutujale graafikute lõikepunktis.
- 4) Joonestage ühes ja samas teljestikus mõlema funktsiooni graafikud ning punktis 3) leitud puutujad.

4 punkti

1 punkt

5 punkti

5 punkti

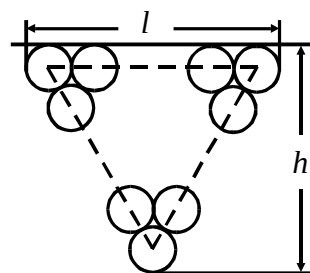
10. (20 punkti) Kaablitrassi torude ristlõige on ring diameetriga d .

Torud on laotud harkide vahele, nii et esimeses kihis on üks toru ja iga järgmise kihi kaks toru puudutavad eelmise kihi ühte toru (vt joonist). Kõige ülemises kihis on m toru.

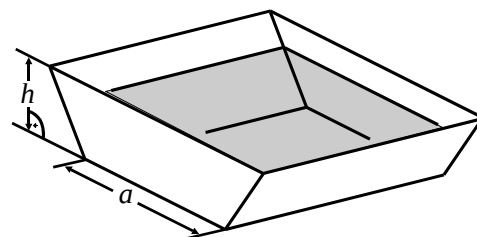
1) Avaldage

- a) ülemise kihi laius l ;
- b) torude virna kõrgus h ;
- c) torude arv virnas.

2) Arvutage torude virna kõrgus, kui toru ristlõike raadius on 6 cm ja kõige ülemises kihis on 21 toru.



11. (20 punkti) Küna (vt joonist) otsad on võrdhaarsed trapetsid, mis on põhjaga risti ja mille üks alus on teisest 30% võrra pikem. Küna külgsseinad ja põhi on ristkülikud, põhja laius on a . Küna sügavus on h ja vee sügavus künas on $0,5 h$. Küna kallutatakse ühele külgsseinale, kuni vastaskülgssein väljub täielikult veest. Tehke kindlaks, kas osa veest voolab seejuures üle küna ääre.



Vastused. 1. 1) $\frac{2a}{\sqrt{b}}$, 2) 6; 2. 1) 0,5, 2) $\frac{253}{304} \approx 0,832$; 3. $\arccos 0,2 \approx 78,5^\circ$; 4. $a \in [0,4; 0,6]$;

5. 1) $x_0 \in \{-\sqrt{3}; 0; \sqrt{3}\}$, $y_{\min} = y(1) = -\frac{2}{3}$, $y_{\max} = y(-1) = \frac{2}{3}$, 3) $(-1; 1)$; 6. 1) 34 000 kr, 2) 50 toodet;

7. 808 000 kr; 8. 1) $(2,4; 2,4)$, 2) $y = x + 6$, 3) $3\sqrt{2}$; 9. 1) $(\frac{1}{2}; \ln 2)$, 2) $f(x) = \ln 4 + \ln x$,

3) $y = 2x + \ln 2 - 1$, $y = -2x + \ln 2 + 1$; 10. 1) a) $l = md$, b) $h = \frac{(\sqrt{3}m - \sqrt{3} + 2)d}{2}$,

c) $\frac{(1+m)m}{2}$, 2) $12(10\sqrt{3} + 1) \approx 220$ (cm); 11. Osa vett voolab üle küna ääre.

